

目 录

第一章 金融工程概述

- 1.1 复习笔记
- 1.2 课后习题详解
- 1.3 考研真题与典型题详解

第二章 远期与期货概述

- 2.1 复习笔记
- 2.2 课后习题详解
- 2.3 考研真题与典型题详解

第三章 远期与期货定价

- 3.1 复习笔记
- 3.2 课后习题详解
- 3.3 考研真题与典型题详解

第四章 远期与期货的运用

- 4.1 复习笔记
- 4.2 课后习题详解
- 4.3 考研真题与典型题详解

第五章 股指期货、外汇远期、利率远期与利率期货

- 5.1 复习笔记
- 5.2 课后习题详解
- 5.3 考研真题与典型题详解

第六章 互换概述

- 6.1 复习笔记
- 6.2 课后习题详解
- 6.3 考研真题与典型题详解

第七章 互换的定价与风险分析

- 7.1 复习笔记
- 7.2 课后习题详解
- 7.3 考研真题与典型题详解

第八章 互换的运用

8.1 复习笔记

8.2 课后习题详解

8.3 考研真题与典型题详解

第九章 期权与期权市场

9.1 复习笔记

9.2 课后习题详解

9.3 考研真题与典型题详解

第十章 期权的回报与价格分析

10.1 复习笔记

10.2 课后习题详解

10.3 考研真题与典型题详解

第十一章 布莱克-舒尔斯-默顿期权定价模型

11.1 复习笔记

11.2 课后习题详解

11.3 考研真题与典型题详解

第十二章 期权定价的数值方法

12.1 复习笔记

12.2 课后习题详解

12.3 考研真题与典型题详解

第十三章 期权的交易策略及其运用

13.1 复习笔记

13.2 课后习题详解

13.3 考研真题与典型题详解

第十四章 期权价格的敏感性和期权的风险管理

14.1 复习笔记

14.2 课后习题详解

14.3 考研真题与典型题详解

第十五章 股价指数期权、外汇期权、期货期权与利率期权

15.1 复习笔记

15.2 课后习题详解

15.3 考研真题与典型题详解

第十六章 奇异期权

16.1 复习笔记

16.2 课后习题详解

16.3 考研真题与典型题详解

第十七章 风险管理

17.1 复习笔记

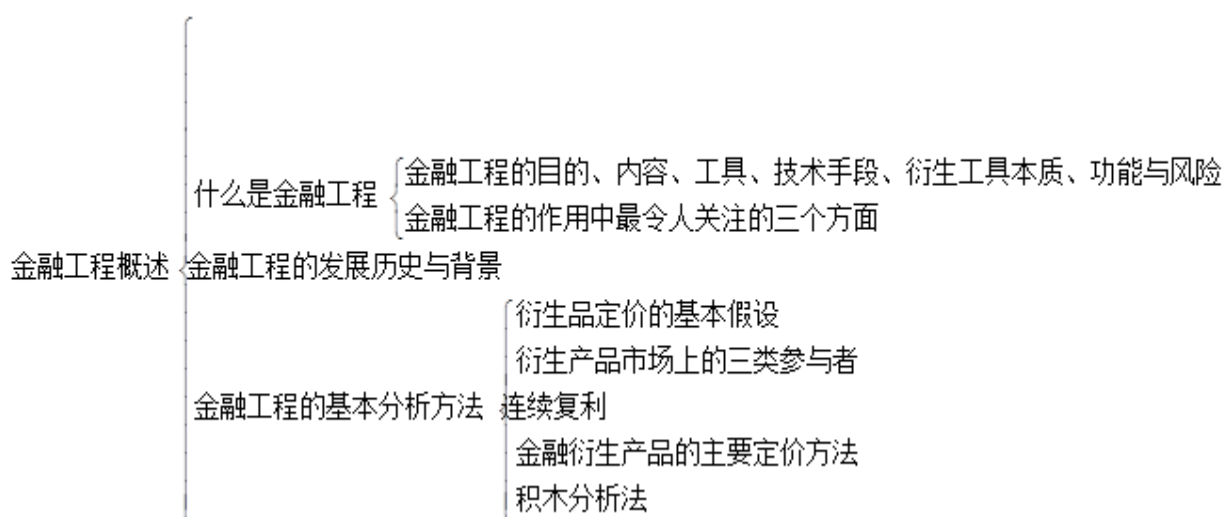
17.2 课后习题详解

17.3 考研真题与典型题详解

第一章 金融工程概述

1.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、什么是金融工程

1 金融工程的目的、内容、工具、技术手段、衍生工具本质、功能与风险（见表1-1）

表1-1 金融工程的目的、内容、工具、技术手段、衍生工具本质、功能与风险

要点	具体内容
根本目的	解决金融问题
主要内容	设计、定价与风险管理
主要工具	基础产品与金融衍生产品
技术手段	现代金融学、数理和工程方法与信息技术
衍生工具本质	①零和博弈； ②契约性、虚拟性与未来性； ③高杠杆性； ④衍生性
功能与风险	①功能： a. 风险管理功能； b. 价格发现功能； c. 信息功能。 ②风险：金融衍生工具既能管理风险，其高杠杆特征又伴随着高风险

2 金融工程的作用中最令人关注的三个方面（见表1-2）

表1-2 金融工程的作用中最令人关注的三个方面

关注的方面	具体内容	
变幻无穷的新产品	利用多种基础证券（股票、债券等）、四种衍生证券（远期、期货、互换、期权）及其不同组合，可以构造出无穷多种金融产品，满足特定的收益需求形态	
更具准确性、时效性和灵活性的低成本风险管理	金融工程对风险管理的影响	①推动了现代风险度量技术的发展（例如风险敏感性分析指标、整体风险测度指标、现代信用风险模型等）； ②风险分散与对冲的最佳工具是衍生品
	衍生产品风险管理手段相较传统手段的优势	①低成本； ②准确性和时效性； ③灵活性
风险放大与市场波动	①衍生产品的高杠杆性即投资者可以以少量自有资金操纵数十倍金额的金融交易，放大了风险； ②金融业本身低成本经营、资金链相互依赖、高度依存市场信心的特点使金融市场对损失反应剧烈； ③造成金融衍生品投资失利的主要原因包括： a. 监控不当； b. 模型选择与模型参数设定不合适； c. 风险管理工具不合适； d. 市场波动超出预期； e. 风险暴露头寸过大； f. 欺诈行为； g. 违约风险	

考点二、金融工程的发展历史与背景

1 金融工程的发展（见表1-3）

表1-3 金融工程的发展

时间	产品创新和技术进步
20 世纪 70 年代	金融期货产生，并不断发展满足风险管理需要
1973 年	第一个标准化期权产品在芝加哥期权交易所交易
20 世纪 70 年代末 80 年代初	货币互换和利率互换出现
20 世纪 80 年代	证券工具创新出更多衍生种类，出现结构性衍生产品
20 世纪 90 年代	信用衍生产品出现并快速发展

2 金融工程发展的历史背景

(1) 日益动荡的全球经济环境

① 20世纪70年代以后，市场价格波动速度变快、频率变高、幅度变大。例如，1973年石油危机，布雷顿森林体系崩溃、金融自由化、信息技术的进步。

② 价格的剧烈波动带动人们对风险管理的需求。

(2) 鼓励金融创新的制度环境

20世纪80年代后期，西方发达国家鼓励创新，鼓励金融市场化 and 自由化，放松金融管制，金融发展进入新阶段。

(3) 金融理论和技术的发展（见表1-4）

表1-4 金融理论和技术的发展

时间	代表人物	主要贡献
1896 年	欧文·费雪	提出“资产的当前价值等于其未来现金流贴现值之和”，为资产定价理论的发展奠定基石
1934 年	本杰明·格兰罕姆	著作《证券分析》开创证券分析史的新纪元
1938 年	弗里德里克·麦考利	提出“久期”和“利率免疫”
1952 年	哈里·马科维茨	发表论文《证券组合分析》，为衡量证券的收益和风险提供了基本思路，其分析框架是现代金融工程理论分析的基础
1958 年	莫迪利安尼和默顿·米勒	提出了现代企业金融资本结构理论的基石——MM定理，是现代金融理论的重要支柱之一

20 世纪 60 年代	威廉·夏普、简·莫森和约翰·林特纳	夏普提出单指数模型，并与莫森、林特纳一起创造了 CAPM 模型
20 世纪 70 年代	费雪·布莱克、梅隆·舒尔斯和默顿	布莱克和舒尔斯提出期权定价一般模型，默顿在此基础之上放宽了公式中无风险利率和资产价格波动率为恒定的假设
20 世纪 80 年代	达莱尔·达菲	在不完全资本市场一般均衡理论方面的经济学研究为金融工程的发展提供了重要的理论支持
20 世纪 90 年代	罗伯特·杰罗、达莱尔·达菲、肯尼斯·辛格顿和斯图尔特·特恩布尔	信用衍生产品大发展的背景下，提出与结构模型截然不同的简化模型

(4) 信息技术进步的影响

- ① 计算和分析软件包为金融工程开发衍生产品、解决财务金融问题提供有效手段。
- ② 计算机和现代信息技术促进金融机构开展金融工程活动，同时促进了衍生产品市场的发展。
- ③ 信息技术的发展通过影响其他环境因素或与其他因素一同促进衍生产品市场发展。

(5) 市场追求效率的结果

市场参与者在金融市场上追求效率，推动了金融工程的产生与发展；金融工程的应用反过来又提高了金融市场的效率。

考点三、金融工程的基本分析方法

1 衍生产品定价的基本假设

- (1) 市场不存在摩擦（零交易成本、零保证金、没有卖空限制）；
- (2) 市场参与者无对手违约的风险；
- (3) 市场完全竞争，参与者都是价格的接受者，买卖任何数量的金融产品都不影响其价格；
- (4) 市场不存在无风险套利机会。

2 衍生产品市场上的三类参与者（见表1-5）

表1-5 衍生产品市场上的三类参与者

种类	具体内容
套期保值者	为消除风险暴露，持有与风险对应的相反头寸转移和管理风险
套利者	套利者认为一种衍生产品与其标的资产之间，或是多种衍生产品之间价格关系不合理，通过同时进入两种产品市场的不同头寸，买低卖高赚取无风险差价
投机者	投机者只是单纯根据自己的预期，在衍生产品市场上承担风险来获得相应的预期收益，当市场变动与预期一致时获利，不一致时亏损

3 连续复利

(1) 公式

连续复利终值为： $FV = Ae^{rt}$ 。

连续复利现值为： $PV = Ae^{-rt}$ 。

(2) 推导过程

假设数额为A元的资产每年计一次复利，r为连续复利的年利率，则上述投资的终值为： $A(1+r)^n$ 。

如果每年计m次复利，则终值为： $A\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}$ 。

当m趋于无穷大时，就称为连续复利，此时的终值为 $\lim_{m \rightarrow \infty} A\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn} = Ae^{rt}$ ，即为连续复利终值公式。

4 金融衍生产品的主要定价方法

(1) 绝对定价法

① 绝对定价法以未来现金流的贴现值之和作为证券的合理价格，是大多股票和债券定价时使用的定价法。

② 绝对定价法的优、缺点

a. 优点：直观，是所有证券定价普遍适用的一般原理，也是相对定价法的基础。

b. 缺点：计算贴现值时需要的参数难以衡量，如股票等金融工具未来的现金流难以确定，贴现率取决于特定金融工具风险的大小以及人们的风险偏好，也具有不确定性。

(2) 相对定价法

① 相对定价法是根据标的资产与对应的衍生产品之间价格相关的变动关系，由标的资产价格直接求出衍生产品的价格。

② 相对定价法的优点主要有：a. 定价公式中无主观的变量，因此比较容易测度；b. 与市场密切相关。

进一步对相对定价法进行分类，如表1-6所示：

表1-6 相对定价法的分类

类别	具体内容	
复制定价法	含义	用适当数量的可交易资产的现金流特征复制出需要被定价的新资产的现金流特征，两者的现金流完全相同时，其价格应该完全相同
	适用前提	<p>无套利</p> <p>①无套利的两种数学定义： a. 如果在未来任何时刻 A 的回报大于等于 B，而且 A 的回报大于 B 的概率大于 0，则在当前时刻 A 的价格一定大于 B； b. 如果某种资产或资产组合在未来任何时刻的回报大于等于 0，而且大于 0 的概率大于 0，那么它在当前时刻的价格一定大于 0。</p> <p>②严格的无套利具有两个特征： a. 套利活动无风险，最差情况下，扣除所有成本的净收益为零； b. 套利者不需要任何的自有初始资金投入，在投资期间也没有任何维持成本。</p> <p>③当没有套利机会时，市场达到无套利均衡</p>
	可复制	用股票和期权复制了一个无风险资产，也可理解为用期权和无风险资产复制出了股票
状态价格定价法	含义	当未来 N 种状态价格已知时，只要知道某种资产在未来各种状态下的回报状况和市场无风险利率水平，就可以对该资产进行定价
	从推导过程可知	<p>①状态价格定价法实际上是无套利原理以及证券可复制性的具体运用；</p> <p>②实际上决定基本证券价格的只有 2 个因素：无风险利率和股票的可能回报；</p> <p>③该定价法基本思路是：已知的风险证券价格→基本证券价格→其他风险证券价格（都处于相同状态）</p>

风险中性定价法	含义	由于期权定价公式中没有涉及投资者的主观风险偏好，风险中性定价法假设投资者都是风险中性的，并以无风险利率作为折现率	
	注意	风险中性定价法只适用于完全市场	当无风险利率和标的股票价格已知且未来只有两种状态时，市场处于完全状态，此时风险中性概率以及期权价格都是唯一且确定的；如果未来有三种以上状态，确切的期权价格就无法获得
		期权价格与股票在现实世界中的涨跌概率无关	风险中性世界中的价格涨跌是通过风险中性概率和涨跌率计算出来的，只是为了定价，并不描述真实世界资产价格变动

5 积木分析法

积木分析法也叫模块分析法，指将各种金融工具进行分解或组合，以解决各种金融和财务问题。

利用金融产品回报图或损益图可进行积木分析法。回报图的横轴为到期日标的资产价格，纵轴为（衍生）产品不考虑成本时的回报。回报图如图1-1所示：

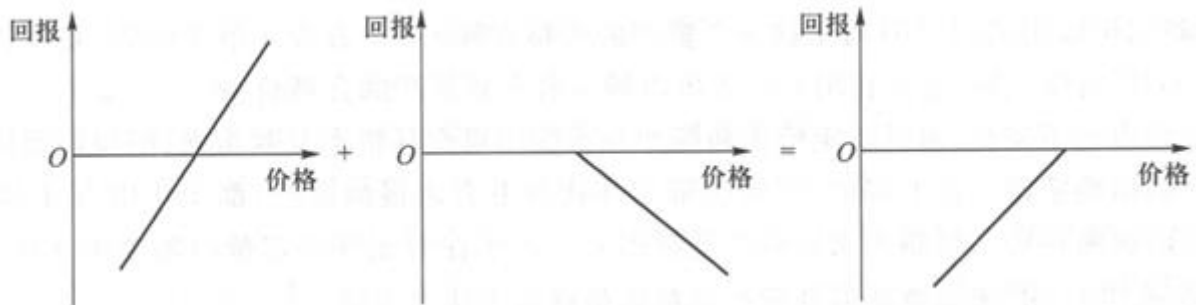


图1-1 资产多头 + 看涨期权空头 = 看跌期权空头

1.2 课后习题详解

1 如何理解金融工程的内涵?

答: 金融工程是综合运用现代金融学、工程方法和信息技术, 运用各种基础性和衍生性的证券, 设计、开发和应用新型的金融产品, 以达到创造性地解决金融问题、管理风险的根本目标的一种技术。金融工程的内涵可从以下方面理解:

(1) 金融工程的根本目的是解决金融问题

金融工程的根本目的就是为经济主体解决各种金融问题(如价格波动、汇率变动、金融风险等)提供创造性的解决方案, 满足市场丰富多样的金融需求。

(2) 金融工程的主要内容是产品设计、定价与风险管理

产品设计是金融工程的基本内容, 其本质是对各种证券风险收益特征的匹配与组合, 以达到预定的目标。产品设计完成之后, 准确的定价是核心所在。风险管理是金融工程的核心, 与设计、定价是相辅相成, 缺一不可的。

(3) 金融工程运用的主要工具是基础证券与金融衍生产品

金融工程利用多种基础证券(股票、债券等)、四种衍生证券(远期、期货、互换、期权)及其不同组合, 可以构造出无穷多种金融产品, 满足特定的收益需求形态。

(4) 金融工程的主要技术手段是现代金融学、工程方法与信息技术

在金融工程中, 既需要风险收益、无套利定价等金融思维和技术方法, 又需要“积木思想”(即把各种基本工具组合形成新产品)和系统性思维等工程思维, 需要能够综合采用各种工程技术方法如数学建模、数值计算、网络图解和仿真模拟等处理各种金融问题。金融工程还需要借助信息技术的支持, 除了通过计算机网络及时获取和发送信息外, 还要有先进的计算机硬件和软件编程技术的支持, 以满足大量复杂的模拟与计算的需要。

(5) 金融衍生工具的本质

金融衍生工具具有零和博弈, 契约性、虚拟性与未来性, 高杠杆性和衍生性。

(6) 金融工程的功能与风险

金融工程具有风险管理功能、价格发现功能和信息功能。金融衍生工具既能管理风险, 其高杠杆特征又伴随着高风险。

2 谈谈你对风险管理在金融工程中地位的看法。

答: 风险管理是金融工程的核心。表现在:

(1) 金融工程技术的最初诞生都是源于市场主体管理风险的需要

例如, 最初的农产品远期与期货, 是农场主担心农产品价格变动风险的产物; 20世纪70年代以来金融衍生产品和现代金融工程技术的兴起, 是各国汇率浮动、利率管制放松、石油和其他商品价格波动的结果。

随着经济与金融的发展, 风险管理已成为现代金融的支柱, 也成为金融工程最重要的内容之一。在现实生活中, 金融工程技术有时被直接用于解决风险问题, 如运用股指期货对股票价格下跌的风险加以管理; 有时风险管理本身就是创新性金融工程方案(产品)设计与定价的一部分。

(2) 金融工程的发展反过来又有利于更具准确性、时效性和灵活性的低成本风险管理

一方面, 金融工程推动了现代风险度量技术的发展, 包括久期、凸性和希腊字母等风险敏感性分析指标, 还包括VaR、情景分析、压力测试等整体风险测度指标和现代信用风险模型等风险技术。另一方面, 衍生证券是风险分散与对冲的最

佳工具。衍生证券与其标的证券的风险源是相同的，因此希望对冲标的证券风险的交易者，往往可以通过衍生证券的相反头寸进行风险管理。

3 在金融工程的发展过程中，哪些因素起到了最重要的作用？

答：在金融工程发展过程中，以下因素起到了重要作用：

(1) 日益动荡的全球经济环境

① 20世纪70年代以后，市场价格波动速度变快、频率变高、幅度变大。例如，1973年石油危机，布雷顿森林体系崩溃、金融自由化、信息技术的进步。

② 价格的剧烈波动带动人们对风险管理的需求。

(2) 鼓励金融创新的制度环境

20世纪80年代后期，西方发达国家鼓励创新，鼓励金融市场化 and 自由化，放松金融管制，金融发展进入新阶段。

(3) 金融理论和技术的发展

作为金融的一个分支，现代金融理论和技术的发展是金融工程产生与发展的思想基础，金融工程活动反过来又为金融理论的进一步创新提供了实践的舞台。这两者相互作用，推动了金融工程与衍生证券市场的迅速发展。从历史发展来看，对金融工程发展产生影响的金融理论与技术主要包括均值-方差分析；MM理论；资本资产定价模型（CAPM）；套利定价模型（APT）；Black-Sholes期权定价模型以及最新的发展趋势信用风险模型等。

金融理论创新性地提出了无套利分析方法，将金融市场上的某个头寸与其他金融市场头寸结合起来，构筑起一个在市场均衡时能产生不承受风险的利润的组合头寸，由此测算出该头寸在市场均衡时的价值即均衡价格。现代金融理论的研究取得的一系列突破性成果，如资本资产定价模型、套利定价理论和期权定价公式等，都是灵活地运用这种无套利的分析技术而得出的。正是在“无套利均衡”的理论分析基础上，大量金融工程产品被创造出来并投入实际应用，金融工程技术和衍生证券市场得到了极大的发展。

(4) 信息技术进步的影响

① 计算和分析软件包为金融工程开发衍生产品、解决财务金融问题提供有效手段。

② 计算机和现代信息技术促进金融机构开展金融工程活动，同时促进了衍生产品市场的发展。

③ 信息技术的发展通过影响其他环境因素或与其他因素一同促进衍生产品市场发展。

(5) 市场追求效率的结果

市场参与者在金融市场上追求效率，推动了金融工程的产生与发展；金融工程的应用反过来又提高了金融市场的效率。

4 如何理解衍生产品市场上的三类参与者？

答：(1) 衍生证券市场上参与者的种类

根据参与目的的不同，衍生证券市场上的参与者可以分为套期保值者（hedgers）、套利者（arbitrageurs）和投机者（speculators）。

① 套期保值者：套期保值者本身持有有一定头寸的金融产品，为消除风险暴露，持有与风险对应的相反头寸转移和管理风险。

② 套利者：套利者一种衍生产品与其标的资产之间，或是多种衍生产品之间价格关系不合理，通过同时进入两种产品市场的不同头寸，买低卖高赚取无风险差价。

③ 投机者：投机者只是单纯根据自己的预期，在衍生产品市场上承担风险来获得相应的预期收益，当市场变动与预期一致时获利，不一致时亏损。

(2) 衍生证券市场上参与者之间的关系

在一个完善的市场上，这三类投资者缺一不可。

① 套期保值者是衍生证券市场产生与发展的原动力，最初的衍生证券就是在套期保值和风险管理的需求推动下发展起来的。

② 套利者能够推动标的资产现货价格与其衍生证券价格向合理的相对关系转变，对提高市场效率具有重要作用。

③ 适度的投机为套期保值者和套利者提供了市场流动性，是一个健康发展的市场不可或缺的，但过度投机可能导致风险放大与市场波动。

5 请列出中国金融市场上现有的金融衍生产品。

答：按照利率类、权益类、货币类、商品类和信用类五个分类标准，中国现有的衍生产品包括：

(1) 利率类

中国现有的利率类衍生产品包括：外汇利率期权（Foreign Exchange Interest Rate Option）、国债期货、利率远期（FAR）以及利率互换。

(2) 权益类

中国现有的权益类衍生产品包括：股票期权计划和股指期货。

(3) 货币类

中国现有的货币类衍生产品包括：人民币对外汇期权、人民币对外汇期权组合、外汇远期、人民币外汇掉期、外汇期货以及货币掉期。

(4) 商品类

中国现有的商品类衍生产品包括：商品期货，例如郑州白糖、大连豆一号、大连豆粕、芝加哥玉米等多个品种；期货期权，例如豆粕期货期权。

(5) 信用类

中国现有的信用类衍生产品包括：信用风险缓释凭证（CreditRisk Mitigation Warrant CRMW），指由交易双方达成，信用保护买方按照约定的标准和方式向信用保护卖方支付信用保护费用，由信用保护卖方就约定的标的债务向信用保护买方提供信用风险保护；信用风险缓释合约（CreditRisk Mitigation Agreement, CRWA），指由符合资质的机构所创设，为持有人就公开发行的标的债务提供信用风险保护、可交易流通的有价凭证。

6 请列举并讨论金融衍生产品的正面和负面案例，并分析负面案例的本质原因，是衍生品本身的问题还是人为运用不当？

答：(1) 正面案例

1992年，英国北海石油公司准备在北海开发新油田，但是由于石油储量、最终开采费用、投产后的油价等诸多因素难以确定，筹资开发经费遇到困难。美国信孚银行利用衍生品交易手段，向北海石油公司提供浮动利率贷款和利息掉期，把浮动利率变成固定利率，锁定利息成本；北海石油公司同时利用掉期，将石油价格由浮动价格转变为固定价格，同时锁定了成本和未来收入，降低了投资风险，使得筹资顺利实现。

(2) 负面案例：澳元衍生品重创中信泰富

中信泰富是一家香港上市公司，以特钢制造、铁矿石开采和房地产为三大主营业务。

2006年初，为确保长期稳定的铁矿石供应，中信泰富在澳洲皮尔巴拉地区收购了10亿吨磁铁矿的全部开采权，并拥有额外50亿吨的开采及认购权；2007年又获得西澳洲10亿吨铁矿石的开采权。2008年7月1日，中信泰富为了降低西澳铁矿项目的汇率风险，同花旗银行、渣打银行等13家国际金融机构签订了4大类杠杆式外汇衍生合约用于规避风险。但最终结果却差强人意，累计目标可赎回远期合约让其损失惨重。

合约内容如下：

当澳元/美元汇率高于0.87时，中信泰富有权以0.87美元的价格兑换1澳元，但限定了最高盈利为5150万美元；相应地，如果澳元/美元汇率低于0.87时，中信泰富仍要以0.87美元的价格兑换1澳元，并且赎回金额是汇率高于0.87时的2倍（相当于加了杠杆），赎回上限为90.5亿澳元。合约期限是2008年7月至2010年10月。

签订合约时，澳元/美元正处于上涨趋势，7月初一度触及0.97的高位。当时这份合约是很划算的。由于汇价高于0.87，中信泰富锁定了汇率变动风险的同时获得了收益。但魔鬼都藏在细节中，其与投行签订的每一份合约中都规定了敲出条件，即当每份合约的累积盈利超出150-700万美元时，合约将会作废。这样算来，每份合约防范风险的能力其实是有限的。但相反方向，投行却在合约中加入了杠杆，一旦汇率跌破0.87澳元/美元，中信泰富需要以合约头寸的2~3倍规模进行外汇兑换，且没有限制（敲出条件）。于是，整个合约的盈亏比极为不合理。损益图如下：

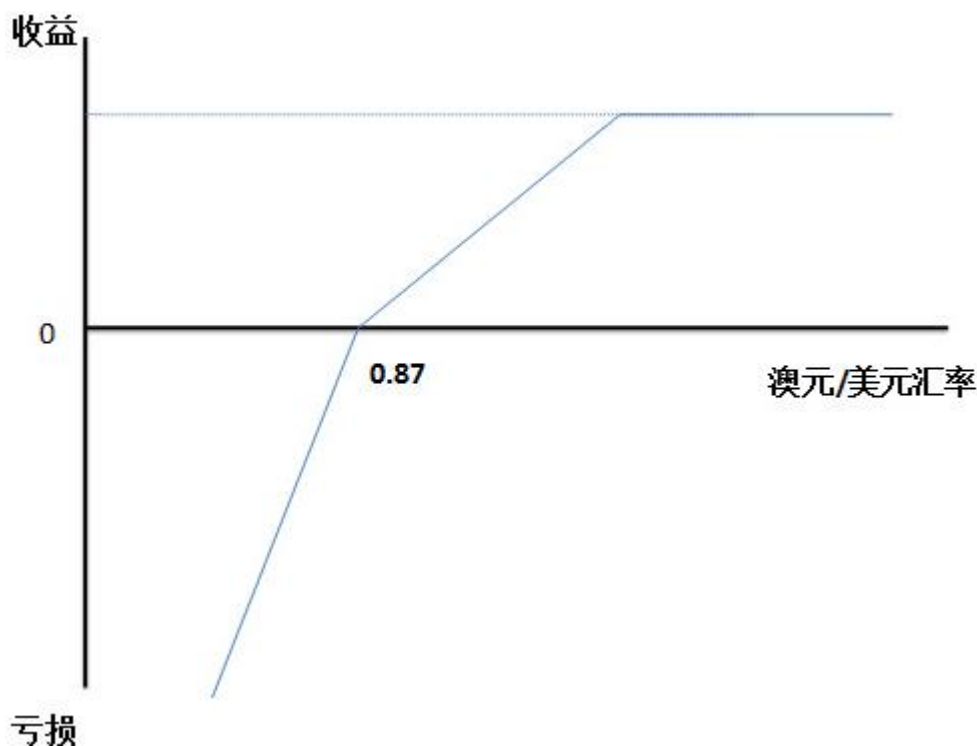


图1-2 中信泰富澳元远期合约损益图

全球金融危机在2008年08月爆发，澳元/美元走势呈断崖式下跌。2008年10月最低贬至0.60，贬值幅度较7月高达30%。9月初，中信泰富似乎察觉到合约的风险所在，于是中止部分合约，当时损失8亿港元。而按照当时澳元兑美元的汇率计算，中信泰富手上尚未中止的合约账面损失已高达147亿港元。也就是说，中信泰富在这次外汇衍生品交易中损失至少达到155亿港元。受此负面影响，其股票也遭受重创，截止到2008年12月5日，中信泰富股价收盘于5.80港元，短短一个月时间市值缩水210亿港元。

案例分析如下：

① 对未来价格走势的正确判断是成功规避汇兑风险的首要前提

判断价格的变化时应摒弃主观因素，综合多方客观因素判断，并对得到结果进行实时风险监控，这样在出现意外情况时也不至于束手待毙。

案例中，中信泰富过于坚信澳元兑美元会不断升值，然而事与愿违，其签订的定制远期合约最终导致了巨额亏损。

② 金融衍生品的恰当选择是成功规避汇兑风险的核心要素

过于复杂的衍生品会让企业太过关注可能的收益而忽视了潜在的风险，在选择金融衍生品时一定要全方位考量，充分认识到其可能带来哪些方面的风险以及风险来临时可采取的补救措施，这样才能做到全局掌控、风险可控。

中信泰富使用的金融衍生品一大特点为收益有限而亏损无限，风险与收益的严重不对称导致了巨额的敞口，一旦走势判断错误将面临加倍损失。

③ 良好的内部管理和风控制度是企业成功规避汇兑风险的重要保证

据调查，此事因由中信泰富财务董事未遵守集团风险政策，在交易前未按规定取得主席批准，超越其权限所致。签订合同时，又未对风险进行充分评估，在金额上也未限额，导致了风险发生后的不可控现象。

所以说，金融衍生品是一把双刃剑，恰当使用可以帮助企业规避风险甚至增加收入，但若使用不当则会成为更加可怕的风险来源。随着人民币汇率市场化改革不断推进，汇率波动区间及频率都在逐渐加大，越来越多进出口企业开始使用外汇期权、远期、掉期等衍生品来规避风险。这将对进出口企业管理人员提出更高要求：在使用时要抛弃投机性心理，以消除风险为第一要务。对于广大没有设立风险管理部的进出口企业来说，可以通过与专业汇兑咨询机构和银行对接，利用其专业知识和经验来帮助企业量身定制适合自身的衍生品汇兑方案，让金融衍生品成为为进出口企业发展保驾护航的利器而不是累赘。

7 如果直接用绝对定价法为衍生产品定价，可能会出现什么问题？

答：（1）绝对定价法的概念

绝对定价法以未来现金流的贴现值之和作为证券的合理价格，是大多股票和债券定价时使用的定价法。

（2）直接用绝对定价法定价可能存在的问题

在使用绝对定价法进行贴现现值时需要的参数往往难以衡量，如股票等金融工具未来的现金流难以确定，贴现率取决于特定金融工具风险的大小以及人们的风险偏好，也具有不确定性。因此，绝对定价法确定出来的理论价格往往与市场价格不符，投资者对此无能为力。

8 试述复制定价法、风险中性定价法和状态价格定价法的基本思想，并讨论这三者之间的内在联系。

答：（1）复制定价法

用适当数量的可交易资产的现金流特征复制出需要被定价的新资产的现金流特征，两者的现金流完全相同时，其价格应该完全相同。

（2）风险中性定价法

由于期权定价公式中没有涉及投资者的主观风险偏好，风险中性定价法假设投资者都是风险中性的，并以无风险利率作为折现率。

（3）状态定价法

当未来N种状态价格已知时，只要知道某种资产在未来各种状态下的回报状况和市场无风险利率水平，就可以对该资产进行定价。

（4）复制定价法、风险中性定价原理和状态价格定价法具有内在一致性

① 三者在本质上是一致的

一方面，风险中性定价思想是从布莱克-舒尔斯-默顿期权定价模型的推导过程中得到的，而该模型的一个基本前提就是无套利的存在，因此风险中性定价在本质上与无套利具有内在一致性。

另一方面，由于状态定价法公式是根据无套利和复制技术推导得到的，因此状态价格定价法在本质上与无套利原理也具有内在一致性，它实际上是无套利原理以及证券复制技术的具体运用。

② 风险中性思想和状态价格定价法都是在无套利原理上加以进一步约束而得到的，其更具有可操作性。

9 如何理解金融衍生产品定价的基本假设？

答：现代金融衍生证券的定价理论建立在以下假设基础上：

(1) 市场不存在摩擦。

即金融市场没有交易成本（包括佣金、买卖差价、税负等），没有保证金要求，也没有卖空限制。

(2) 市场参与者无对手违约的风险。

对于市场参与者所涉及的任何一个金融交易合约，合约对方不存在违约的可能。

(3) 市场完全竞争。

每个参与者都是价格的接受者，买卖任何数量的金融产品都不影响其价格。

(4) 市场不存在无风险套利机会。

如果有两个投资机会的风险相同，则投资者偏好回报率高的投资机会；若投资机会的回报率相同，则投资者偏好风险水平低的投资机会。

10 如果连续复利年利率为5%，10000元现值在4.82年后的终值是多少？

答：根据连续复利终值公式：

$$FV = Ae^{rt} = 10000 \times e^{0.05 \times 4.82} \approx 12725 \text{ (元)}$$

11 每季度计一次复利的年利率为4%，请计算与之等价的每年计一次复利的年利率和连续复利年利率。

答：假设每季度计一次复利的年利率为 r_4 ，与之等价的每年计一次复利的年利率和连续复利年利率分别为 r 和 r_c 。

r_4 和 r 、 r_c 之间存在下列关系：

$$r = (1 + r_4/4)^4 - 1 = (1 + 4\%/4)^4 - 1 \approx 4.06\%。$$

$$e^{r_c} = (1 + r_4/4)^4 = (1 + 4\%/4)^4，进一步可得r_c = 4 \ln (1 + 4\%/4) \approx 3.98\%。$$

所以，与之等价的每年计一次复利的年利率和连续复利年利率分别约为4.06%和3.98%。

12 每月计一次复利的年利率为3%，请计算与之等价的连续复利年利率。

答：假设与之等价的连续复利年利率为 r_c ，则 $r_c = 12 \ln (1 + 3\%/12) \approx 3.00\%$ 。

13 某笔存款的连续复利年利率为5%，但实际上利息是每季度支付一次。请问1万元存款每季度能得到多少利息？

答：假设每季度付息一次的年利率为 r ，连续复利年利率为 r_c 。

$$\text{则 } e^{r_c} = \left(1 + \frac{r}{4}\right)^4.$$

将 $r = 5\%$ 代入，则可得每季度实际支付的利率为 $\frac{r}{4} = \sqrt[4]{e^{5\%}} - 1 \approx 1.26\%$ 。

则1万元存款每季所得利息 = $10000 \times 1.26\% = 126$ （元）。

14 “用连续复利计息就是高利贷，比用普通复利计息要多收不少利息。”请问这个说法对吗？请解释。

答：不对。高利贷并不是指计息频率高，而是约定的利率很高。

当提高复利频率时，连续复利与每天计复利的效果一样，通常可以认为连续复利与每天计复利等价。并且，可以很容易地在连续复利年利率和一年计 m 次复利的年利率之间进行转换：

根据 $e^r = \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^m$ ，可以求出 $r_m = m(e^{\frac{r}{m}} - 1)$ 。

15 很多金融文献都采用 $\Delta \ln P_t$ 来表示收益率或增长率（其中 P_t 为 t 时刻的变量值），请问这是为什么？但对于日收益率或日增长率，人们常常认为 $\Delta \ln P_t$ 和 $\Delta P_t/P_t$ 差不多，你同意吗？

答：（1）设 r_t 为一年计 t 次复利的年利率， r 为与之等价的连续复利年利率， P 为初始变量值， P_t 为 t 时刻的变量值。则根据终值公式可得： $P_t = P \left(1 + \frac{r_t}{t}\right)^t$ ， $P_t/P = \left(1 + \frac{r_t}{t}\right)^t = e^r$ ，因此 $r = \ln(P_t/P) = \ln P_t - \ln P = \Delta \ln P_t$ ，可用 $\Delta \ln P_t$ 来表示连续复利收益率或增长率。

（2）我同意该观点。连续复利（精确到小数点后两位）与每天计复利得到的效果一样。因此，从实用目的来看，通常可以认为连续复利与每天计复利等价。

1.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

1 期货和期权[安徽财经大学2023年研]

答：期货是指交易双方签订的在未来确定的交割月份按确定的价格购买或出售某项金融资产的合约。期权是指合约的买方享有在未来一定时期按照敲定价格购买一定数量金融产品的权利，而卖方则有义务届时向买方履行交付义务。

期货与期权的联系：① 期货合约和场内期权合约都是场内交易的标准化合约，都可以进行双向操作，都通过结算所统一结算。② 场内期权中的期货期权是期权和期货合约的有机结合。③ 期货交易是期货期权交易的基础，期货交易确定的未来商品价格决定了期货期权执行价格和权利金水平。④ 期货市场越发达，期权市场也越成熟，而期权市场的繁荣和发展也扩大和丰富了期货市场的交易内容。

期货与期权的区别如下表所示：

区别	期货	期权
交易对象不同	可转让的标准化合约，合约的标的物是实物商品或者金融工具	未来买卖某种资产的权利，标的物包括商品、金融工具和其他衍生品合约
权利与义务的对称性不同	双向合约	单向合约
保证金制度不同	买卖双方缴纳合约价值5%~15%保证金	买方支付权利金，卖方缴纳保证金
盈亏特点不同	盈亏曲线为线性	盈亏曲线是非线性
了结方式不同	对冲平仓或实物交割	对冲、行使权利或到期放弃权利

2 系统风险[华南理工大学2011年研；南京大学2004年研]

答：系统风险亦称“不可分散风险”，指某些因素给市场上所有的证券都带来经济损失的可能性，如经济衰退、通货膨胀和需求变化给投资带来的风险。这种风险是市场本身的风险，投资者无法通过分散化资产组合来分解此类风险。

在资本资产定价模型中，系统风险 β 的大小取决于两个方面：一是每一资产的总风险的大小，二是这一资产的收益变化与资产组合中其他资产收益变化的相关关系（由相关关系描述）。由前面资产组合标准的计算可知，这种相关关系越强（相关系数越接近于+1），不同资产的收益变化间的相互抵消作用越弱。因此，在总风险一定的前提下，一项资产与市场资产组合收益变化的相关关系越强，系统风险越大，相关关系越弱，系统风险越小。

3 金融衍生工具[中央民族大学2023年研；北京师范大学2004年研]

答：金融衍生工具亦称金融衍生商品、金融衍生产品，指从原生金融商品的价值中派生出自身价值的金融商品，根据原生商品的性质不同，可分为远期、掉期、期货和期权。一般根据利率或债务工具的价格、外汇汇率、股票价格或股票指数、商品期货价格等金融资产的价格走势的预期而定值，可以支付少量保证金签订远期合约或互换不同金融商品的交易合约。金融衍生工具主要有三大特点：① 虚拟性。当金融衍生工具的原生商品是实物或货币时，投资于金融衍生工具所得的收益并非得自相应的原生商品的增值，而是得自这些商品的价格变化；当原生商品是股票、债券等虚拟资本时，相

应的衍生工具则更具有双重虚拟性。② 杠杆性。金融衍生工具的交易只需缴存一定比例的押金或保证金，便可得到相关资产的管理权，通常无需支付相关资产的全部价值。③ 高风险性。对于金融衍生工具来说，至少存在价格风险、运作风险、交割风险、流动性风险、信用风险和法律风险。

4 金融工程[中南财经政法大学2000年研]

答：金融工程指开发、设计与实施各种创新性金融工具和金融手段，包括为各种金融问题提供创造性的解决方案的过程。无套利假定和相对定价法是金融工程具有标志性的分析方法。金融工程，是现代金融领域中最尖端、最富有技术性的部分，其根本目的就在于为各种金融问题提供创造性的解决方案，满足市场丰富多样的金融需求。产品与解决方案设计是金融工程的基本内容，也是解决金融问题的重要途径。风险管理是金融工程的核心。基础产品与金融衍生产品则是金融工程运用的主要工具。金融工程被公认为是一门将工程思维引入金融领域，融现代金融学、数理和工程方法与信息技术于一体的交叉型学科。

5 无风险利率 (risk-free rate of interest) [上海财经大学2000年研]

答：无风险利率也称无风险收益率，指把资金投资于某一没有任何风险的投资对象而能得到的利息率，这是一种理想的投资收益。这种收益率是基本收益，在基础收益的基础上再考虑各种可能出现的风险，使投资者得到应有的补偿。在现实生活中，不可能存在没有任何风险的理想证券，但可以找到某种收益变动小的证券来代替。无风险收益率是指投资者进行风险极小的投资时所获得收益率，如我国就将国库券 (treasury bills) 利率看作是无风险利率。

在美国，一般将联邦政府发行的短期国库券当作无风险证券，把短期国库券利率当作无风险利率。这是因为美国短期国库券由政府发行，联邦政府有征税权和货币发行权，债券的还本付息有可靠保障，因此没有信用风险。政府债券没有财务风险和经营风险，同时，短期国库券以91天期为代表，只要在此期间没有发生严重的通货膨胀，联邦储备银行没有调整利率，也就几乎没有购买力风险和利率风险。短期国库券的利率很低，其利息可以视为投资者牺牲目前消费、让渡货币使用权的补偿。

6 投资组合 (Portfolio) [武汉大学2000年研]

答：投资组合是指个人或机构投资者所持有的各种有价证券的总称，通常包括各种类型的债券、股票及存款单等。证券组合的分类通常以组合的投资目标为标准。证券组合按不同标准可以分为避税型、收入型、增长型、收入和增长混合型、货币市场型、国际型及指数化型等。

投资者构建证券组合的原因主要有：① 降低风险。资产组合理论证明，证券组合的风险随着组合所包含证券数量的增加而降低，资产间关联性极低的多元化证券组合可以有效地降低非系统风险。② 实现收益最大化。理性投资者的基本行为特征是厌恶风险和追求收益最大化。投资者力求在风险和收益中达到可能的最佳平衡。如果投资者仅投资于单个资产，他只有有限的选择。当投资者将各种资产按不同比例进行组合时，其选择就会有无限多种，这为投资者在给定风险水平下获取更高收益提供了机会。当投资者构造证券组合来平衡风险和收益时，他能够得到比投资单个资产更为满意的收益与风险的平衡。

二、简答题

1 金融创新的原因有哪些？[四川大学2008年研；南京理工大学2002年研]

答：金融创新是金融企业依据不断变化的外部经济环境和在融资过程中的矛盾运动，为增强其竞争能力，而对管理、工具和服务进行不断地革新和创造的过程；相应地，它也是金融管理当局的管理制度、管理技术、管理活动的变革过程。金融创新既包括对金融企业的创新又包括金融管理机构的创新，这两者是相辅相成的。

金融创新的原因主要有：

(1) 国际金融业的飞速发展和日益激烈的竞争。二战后，金融业的国际化飞速发展。首先发展动力来自生产和资本的国际化，随着跨国公司的全球性扩张，客观上要求金融业实现国际化和现代化；其次，西方发达国家的生产资本不断集中，促使银行资本也不断集中，银行主观上要求扩张业务范围，获取超额利润。这时金融手段和技术的创新无疑成为占领市场的有力武器。

(2) 经济环境中的风险性增大。20世纪70年代以来，通货膨胀率上升，市场利率也变化莫测，增大了投资的不稳定性，影响到人们长期投资的积极性。为了避免通胀率与利率变化对投资收益和债务负担的影响，降低经济波动的风险性，金融机构就创造出一些债权债务类的金融工具，用于套期保值。

(3) 技术进步，尤其是电子技术的飞速发展为金融业的发展铺平了道路。20世纪50年代，电子计算机被引入银行业务，用于数据成批处理，后逐渐应用于银行内部复杂的资金划拨清算。在自动化的处理系统下，银行工作更为高效，使许多创新业务成为可能。

(4) 金融管理环境的变化。20世纪30年代，各国对金融机构加强了监管，对准备金、账户种类功能和分支机构等进行严格控制，以免重蹈恶性通胀的覆辙，但也制约了金融机构的发展，造成银行资金闲置和利润损失。银行为了规避管制，不断创造新的金融工具。后来随着金融自由化不断深入，政府开始放松管制，又进一步推动了金融创新的发展。

2 简述金融工具的发展与金融工程兴起的主要原因。[中央财经大学2004年研]

答：(1) 金融工具的发展

金融工具指以书面形式表明金融交易的金额、期限和价格，通过法律效力保证双方权利和义务，并可以在市场上流通交易的凭证。金融工程包括创新金融工具与金融手段的设计、开发与应用，以及对金融问题进行创造性地解决。

金融工程技术的发展使得金融产品的内涵和外延、品种与数量无时不处于变化和拓展当中，这一方面为市场参与者提供了更多具有不同风险收益特征的投资工具，使市场趋于完全，风险管理更容易实现；另一方面，投资工具的增加使得套利更容易进行，有助于减少定价偏误，促进合理定价。同时，由于衍生证券的交易只需承担一定的保证金或较低的初始期权费，其高杠杆性对降低市场交易成本、提高市场效率也起到了一定的作用。

(2) 金融工程兴起的主要原因

① 日益动荡的全球经济环境

70年代以后，浮动汇率成为国际外汇市场的主要汇率形式；利率波动也增大；经济全球化和许多新兴市场国家的迅速兴起，改变了原有的经济格局，带来了经济发展的不确定性；信息技术的进步使得市场主体对信息的获取、处理和反应的速度迅速加快，引起价格波动的加剧。这些因素引发的价格波动使得市场主体所面临的风险增大，对风险管理技术和风险管理工具的需求也相应扩大，成为推动金融工程技术和衍生证券创新和发展的的重要因素。

② 鼓励金融创新的制度环境

20世纪80年代以后，西方主要国家的制度环境转向鼓励创新的市场化和自由化，这也是金融工程发展的重要推动力。

③ 金融理论和技术的发展

现代金融理论的研究取得的一系列突破性成果，如资本资产定价模型、套利定价理论和期权定价公式等，都是灵活地运用这种无套利的分析技术而得出的。正是在“无套利均衡”的理论分析基础上，大量金融工程产品被创造出来并投入实际应用，金融工程技术和衍生证券市场得到了极大的发展。

④ 信息技术进步的影响

信息技术的进步为金融工程和衍生产品的发展提供了重要的物质条件、研究手段、技术支持平台和新的发展空间。计算机的大规模运算和数据处理能力以及现代信息技术的发展，使实施大型金融工程和衍生产品设计成为可能。

⑤ 市场追求效率的结果

市场主体在投资、融资过程中对效率的追求，金融机构在满足客户需求方面对自身效率的追求，推动了金融工程不断发展。

三、计算题

1 一个交易员承约了面值为1亿日元期货的空头。远期汇率为0.0090美元/日元。在合约到期时汇率如下的情况下，交易员的损益是什么？

(1) 0.0084;

(2) 0.0101。

答：(1) 当汇率为0.0084美元/日元时，交易员能以0.0090美元/日元的汇率卖出1亿日元，其收益为： $(0.0090 - 0.0084) \times 1\text{亿日元} = 60000$ (美元)。

(2) 当汇率为0.0101美元/日元时，交易员只能以0.0090美元/日元的汇率卖出1亿日元，其损失为： $(0.0101 - 0.0090) \times 1\text{亿日元} = 110000$ (美元)。

2 2017年7月1日，一家公司承约了在2018年1月1日到期的远期合约，在合约中公司要买入1000万日元。2017年9月1日，公司承约了在2018年1月1日到期的远期合约，在合约中公司要卖出1000万日元，描述这一交易策略的收益。

答：假设在2017年7月1日承约的合约的远期汇率为 F_1 ，在2017年9月1日承约的合约的远期汇率为 F_2 ， F_1 和 F_2 均表示为“美元/日元”形式。若在2018年1月1日，1日元的价值（用美元表示）为 S_T ，则此时第一个合约的价值（单位为万美元）为 $1000(S_T - F_1)$ ，同时第二个合约的价值为 $1000(F_2 - S_T)$ 。因此，两个合约的总收益为：

$$1000(S_T - F_1) + 1000(F_2 - S_T) = 1000(F_2 - F_1)$$

由上式可知，在2017年7月1日至2017年9月1日期间，如果2018年1月1日到期的合约的远期汇率上升，则公司会有盈利。

3 一家银行的利率报价为每年7%，每季度复利1次。在以下不同的复利频率下等价的利率是多少？

(1) 连续复利；

(2) 一年复利1次。

答：(1) 等价的连续复利利率为：

$$4\ln(1 + 0.07/4) \approx 0.0694, \text{ 即每年}6.94\%。$$

(2) 按年计复利的利率为：

$$(1 + 0.07/4)^4 - 1 \approx 0.0719, \text{ 即每年}7.19\%。$$

4 6个月期与1年期的零息利率均为每年5%。一个剩余期限还有18个月、券息率为4%（刚刚付过半年一次的券息）、收益率为5.2%的债券价格为多少？18个月期的零息利率为多少？这里的所有利率均为每半年复利1次。

答：考虑票面价值为100美元的债券。由于券息率为4%，要求收益率为每年5.2%，按半年计息，因此每次付息 $100 \times 4\% / 2 = 2$ 美元，债券价格应该等于未来现金流以半年2.6%的贴现率折现得到。即价格为：

$$2/1.026 + 2/1.026^2 + 102/1.026^3 \approx 98.29 \text{ (美元)}$$

如果18个月的零息利率是 R ，价格也应该等于未来现金流按照相应的即期利率折现得到。利用券息剥离法，则有：

$$2/1.025 + 2/1.025^2 + 102/(1 + R/2)^3 = 98.29 \text{ (美元)}$$

从而得到 $R \approx 5.204\%$ 。

5 与每年8%、按月复利等价的按连续复利的年利率是多少？

答：设利率为 R ，有：

$$e^R = (1 + 0.08/12)^{12}; \text{ 可简化为: } R = 12 \ln (1 + 0.08/12) \approx 0.0797$$

因此，年利率为7.97%。

6 一个存款账户以每年4%的连续复利利率来计算利息，但利息每个季度支付一次，对应于10000美元存款在每季度的利息为多少？

答：设按季度复利的等效利率为 R ，有： $e^{0.04} = (1 + R/4)^4$ ，即：

$$R = 4 (e^{0.01} - 1) \approx 0.0402$$

因此，每季度支付的利息为：

$$10000 \times 0.0402/4 = 100.5 \text{ (美元)}$$

四、论述题

请论述无套利定价原则的基本内容以及APT和CAPM之间的关系。

答：(1) 无套利定价原则

如果市场是有效率的，若某项金融资产的定价不合理，市场必然出现以该项资产作为标的进行套利活动的机会，市场价格必然由于套利行为而做出相应的调整，重新回到均衡的状态。也就是说，人们的套利活动会促使该资产的价格趋向合理，并最终使套利机会消失。在市场价格回到均衡状态以后，就不存在套利机会，从而形成无套利条件下的合理证券价格。这就是无套利定价原则。

无套利定价原则具有以下三个特征：

- ① 套利活动是在无风险的状态下进行，最糟糕的情况是终点又回到起点，套利者的最终损益（扣除所有成本）为零。
- ② 无套利的关键技术是所谓的“复制”技术，即用一组证券来复制另外一组证券。
- ③ 无风险的套利活动从即时现金流看是零投资组合，即开始时套利者不需要任何资金的投入，在投资期间也没有任何的维持成本。

(2) APT和CAPM之间的关系

APT即套利定价理论，CAPM即资本资产定价模型。套利定价理论和资本资产定价模型都是现代投资组合理论，所讨论的都是期望收益和风险之间的关系，但两者所用的假设和技术不同，因而两者之间既有联系又有区别。

① 套利定价理论和资本资产定价模型的联系

- a. 两者要解决的问题相同，两者都是要解决期望收益和风险之间的关系，使期望收益和风险相匹配。
- b. 两者对风险的看法相同，套利定价理论和资本资产定价模型都将风险分为系统性风险和非系统性风险，期望收益和对系统风险的反应相关。

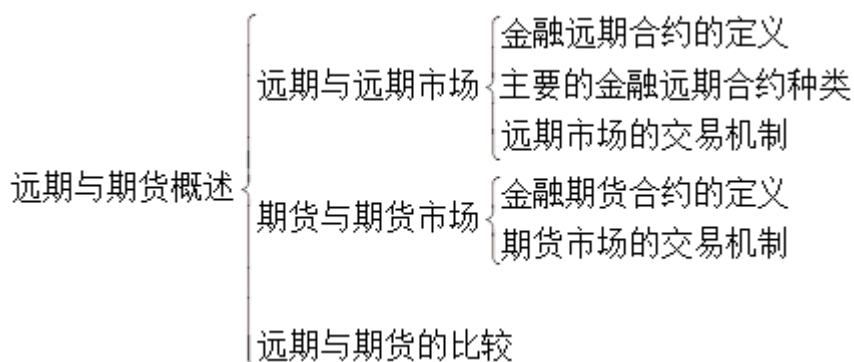
② 套利定价理论和资本资产定价模型的区别

- a. 套利定价理论 (APT) 中, 证券的风险由多个因素共同来解释; 而在资本资产定价模型 (CAPM) 中, 证券的风险只用某一证券相对于市场组合的 β 系数来解释, 它只能告诉投资者风险来自何处。
- b. 套利定价理论 (APT) 并没有对投资者的风险偏好做出规定, 因此套利定价模型的适用性加强了; 而资本资产定价模型 (CAPM) 假定了投资者对待风险的类型, 即属于风险回避者。
- c. 套利定价理论 (APT) 并不特别强调市场组合的作用; 而资本资产定价模型 (CAPM) 强调市场组合必须是一个有效的组合。
- d. 在套利定价理论 (APT) 理论中, 资产均衡的得出是一个动态的过程, 它是建立在一价定理的基础之上的; 而CAPM理论则建立在马科维茨的有效组合基础之上, 强调的是一定风险下的收益最大化或者是一定收益下的风险最小化, 均衡的得出是一个静态的过程。

第二章 远期与期货概述

2.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、远期与远期市场

1 金融远期合约的定义

金融远期合约是指交易双方约定在未来某一确定时间，按确定价格买卖一定数量的金融资产的合约。其中，未来的买方称为多方，未来的卖方称为空方，约定的确定价格称为交割价格。

2 主要的金融远期合约种类（见表2-1）

表2-1 主要的金融远期合约种类

种类	具体内容
远期利率协议 (FRA)	买方在未来某一特定时期内，按照协议利率（也称远期利率）从卖方处借入一笔数额确定、以特定货币表示的名义本金，并按期支付利息。现实中 FRA 双方并不交换本金，仅在结算日进行差额的现金结算
远期外汇协议 (FXA)	买方在未来某一时间按照约定的汇率从卖方处买入一定数量的某种外汇。按到期是否可以进行本金交割，FXA 分为可交割远期和不可交割远期
远期股票合约	买方在未来某一时间按照约定的价格从卖方处买入一定数量的某种股票

3 远期市场的交易机制（见表2-2）

表2-2 远期市场的交易机制

要点	具体内容
特征	①场外交易； ②非标准化合约
优点	①灵活性很大，非标准化远期合约可按需更改； ②容易规避监管
缺点	①没有固定集中的交易场所，信息传递不流畅，难以形成和发现统一的市场价格，市场效率较低； ②流动性差； ③违约风险较高

考点二、期货与期货市场

1 金融期货合约的定义

金融期货合约是指在交易所交易的、交易双方约定在未来某一确定时间，按事先确定的交割价格、交割方式等条件买卖一定标准数量的特定的金融资产的标准化合约。其中，未来的买方称为多方，未来的卖方称为空方。

2 期货市场的交易机制

(1) 集中交易与统一清算

① 交易所

- 交易所是投资者集中买卖证券的场所；
- 交易所本身并不参与交易，其主要职能包括：提供交易场地及平台、制定标准交易规则、监督和执行交易规则、制定标准期货合同、解决交易纠纷。

② 清算机构

- 负责管理和执行期货交易的交割、清算和结算，是期货市场运行机制的核心；
- 采取保证金制度和每日盯市结算制度；
- 所有会员对其他会员的清算责任负无限连带的清偿责任；
- 资金充足，可缓和资金纠纷，起到交易的“事后”保障作用。

(2) 标准化的期货合约条款（见表2-3）

表2-3 标准化的期货合约条款

条款	具体内容
交易单位/合约规模	每个期货产品有统一规定的数量和数量单位
到期时间	①到期循环与到期月：大多实行3月循环，每年的3、6、9、12月为到期月； ②交割月、交割日与现金结算日：期货合约到期可选择实物交割与现金交割，实物交割规定交割月与交割日，现金交割规定现金结算日； ③最后交易日：指合约可进行交易的最后日期，此后没有平仓的期货头寸必须交割
最小价格波动值/刻度值	买卖双方每次报价时，价格只能以刻度值的整数倍变动
每日价格波动限制与交易中止规则	①期货成交价格必须在上一交易日结算价的一定幅度之内； ②熔断机制：为了防止某些期货价格波动剧烈，在价格到达熔断点时，将在持续一段时间里停止交易或限制交易价格在一定范围内
交割条款	进行实物交割的期货合约，需要更具体地规定交割标的的质量、交割时间等

(3) 保证金制度和每日盯市结算制度

① 保证金制度

在交易期货的过程中，买卖双方开仓时需基于期货合约中的要求来缴纳期货合约价值的相应比率的金额当作初始保证金。

② 每日盯市结算制度

交易所和清算机构在每日期货交易结束后会根据市场价格和每位交易者持有头寸的数目，调整交易者的保证金账户余额。保证金账户余额下限称为维持保证金，当账户余额低于此数额时，经纪公司向用户发出追加保证金通知，用户需要补交变动保证金，否则将会被强制平仓。

(4) 开立期货头寸与结清期货头寸

① 开立期货头寸的方式

- a. 买入建仓：进入期货的多头；
- b. 卖出建仓：进入期货的空头。

② 结清期货头寸的方式（见表2-4）

表2-4 结清期货头寸的方式

方式	具体内容
到期交割或现金结算	投资者持有期货头寸至到期，按照合约规定进行实际交割或现金结算
平仓	投资者通常会选择提前平仓来结清头寸： ①卖出平仓：期货合约的多头将原来买进的期货合约卖掉； ②买入平仓：期货合约的空头将原来卖出的合约重新买回
期货转现货（EFP）	“期转现”是指持有同一交割月份合约的多空双方之间达成现货买卖协议后，变期货仓位为现货仓位的交易

(5) 未平仓合约数

未平仓合约数是指流通在外的某种期货合约总数，它是所有多头数之和，也是所有空头数之和。

考点三、远期与期货的比较（见表2-5）

表2-5 远期与期货的比较

合约种类 不同点	远期合约	期货合约
交易场所	无固定交易场所，是无严格组织的分散市场	交易所内集中交易，一般不允许场外交易
标准化程度	个性化合约	标准化合约
违约风险	合约履行主要取决于签约双方信用，违约风险大	合约履行由交易所或清算机构担保，机制完善的期货交易违约风险几乎为零
合约双方关系	直接签订合同	通过交易所进行
价格确定方式	交易双方直接谈判，私下确定	交易所公开竞价或做市商报价确定
结算方式	到期才能交割清算，合约期间不清算	每日结算，每日结算价格就是不断变动的期货交割价格
结清方式	多为到期实物交割或现金结算	多通过对冲平仓了结

远期市场与期货市场并存。期货作为标准化合约，流动性更高、违约风险更低、交易成本更低，而远期合约条款自由度更高、报价不再是难题、交易难以监管，例如在外汇交易中，基本只有远期而无期货。

2.2 课后习题详解

1 2019年11月22日，中国某公司签订了一份跨国订单，预计半年后将支付1000000美元。为规避汇率风险，该公司于当天向中国工商银行买入了半年期的1000000美元远期，当天的远期外汇牌价如表2-6（教材案例2.1）所示。半年后，中国工商银行的实际美元现汇买入价与卖出价分别为7.0121和7.1230。请问该公司在远期合约上的盈亏如何？

表2-6 人民币远期和掉期报价

货币对	1周	6月	1年
USD/CNY	10.20/10.98	247.00/247.60	415.00/417.50
EUR/CNY	44.43/44.62	1 194.80/1 197.05	2 234.80/2 235.81
100JPY/CNY	32.93/33.39	959.68/959.71	1781.53/1 782.07
HKD/CNY	0.57/0.61	23.85/24.43	40.34/40.66
GBP/CNY	31.35/31.84	805.48/807.79	1420.85/1 436.72
AUD/CNY	15.16/15.56	381.45/382.61	663.81/668.07
NZD/CNY	11.04/13.04	269.49/282.97	431.32/465.90
SGD/CNY	9.38/9.66	285.23/285.64	489.00/495.52
CHF/CNY	44.40/45.25	1 205.70/1 207.56	2 265.22/2 274.10
CAD/CNY	8.08/8.12	216.13/216.87	333.50/334.65
CNY/MYR	0.33/0.82	0.05/1.50	15.90/21.75
CNY/RUB	71.09/79.78	1 670.86/1 708.63	3 382.51/3 439.62
CNY/ZAR	18.49/19.21	441.27/442.19	934.62/937.76
CNY/KRW	-8.25/-1.01	-170.76/106.06	-303.69/-227.29
CNY/AED	-0.67/-0.47	-15.49/-14.11	-22.12/-20.60
CNY/SAR	-0.73/-0.58	-16.66/-16.41	-26.41/-24.87
CNY/HUF	-211/-190	-5 573.69/-5 341.88	-9 755.89/-9 334.22
CNY/PLN	-0.96/-0.78	-20.34/-19.00	-31.34/-28.73
CNY/DKK	-6.11/-5.89	-163.76/-158.31	-299.96/-292.11
CNY/SEK	-7.30/-6.96	-171.66/166.73	-304.29/-297.64
CNY/NOK	-2.59/-2.24	-49.99/-47.33	-68.90/-60.02
CNY/TRY	4.89/26.80	318.19/351.10	643.53/728.50
CNY/MXN	-4.29/-3.99	-96.38/-96.30	-162.17/-161.40
CNY/THB	-6.74/-6.12	-150.91/-150.34	-254.20/-252.39

答：由题意可得，2019年11月22日中国工商银行的半年期远期卖出报价为 $7.0390 + 0.02476 = 7.06376$ 元人民币/美元，即该公司以7.06376元人民币/美元的价格签订多头远期合约（公司在半年后以此价格买入美元）。

半年后，中国工商银行的实际美元现汇卖出价为7.1230元人民币/美元，高于7.06376元人民币/美元，因此该公司在远期合约上的盈利为 $1000000 \times (7.1230 - 7.06376) = 59240$ （元）。

2 一位跨国公司的高级主管认为：“我们完全没有必要使用外汇远期，因为我们预期未来汇率上升和下降的机会几乎是均等的，使用外汇远期并不能为我们带来任何收益。”请对此说法加以评论。

答：本题的观点是片面的。主要理由如下：

(1) 虽然我们预期未来汇率上升和下降的机会几乎是均等的，但投资者可以通过远期合约获得确定的未来买卖价格，多头可以通过买入远期锁定未来金融资产的买入价格，空头则可以通过卖出远期锁定未来金融资产的出售价格，从而消除价格风险。可见，外汇远期能够减少外汇价格变动的风险。

(2) 外汇远期也可以作为套期保值的工具，投资者在现货市场和远期市场上做其他条件均相同但是方向相反的两笔交易，通过外汇远期固定将来货币价格，进而，投资者可以获得一个固定的收益。当汇率朝投资者预期的方向变动时，投资者可以通过套期保值获得额外收益。

(3) 本例中，汇率的变动是影响公司跨国贸易成本的重要因素，是跨国贸易所面临的主要风险之一，汇率的频繁变动显然不利于公司的长期稳定运营（即使汇率上升与下降的概率相等）；而通过买卖外汇远期（期货），跨国公司就可以消除因汇率波动而带来的风险，锁定了成本，从而稳定了公司的经营。

3 有时期货的空头方会拥有一些权利，可以决定交割的地点、交割的时间以及用何种资产进行交割等。那么这些权利是会提高还是降低期货的价格？请解释原因。

答：这些权利会降低期货价格，理由如下：

金融期货合约是指在交易所交易的、交易双方约定在未来某一确定时间，按事先确定的交割价格、交割方式等条件买卖一定标准数量的特定的金融资产的标准化合约。其中，未来的买方称为多方，未来的卖方称为空方。

期货通常具有标准化的合约条款，特定期货合约的合约规模、交割日期和交割地点等都是标准化的，在合约上均有明确规定，无需双方再商定，价格是期货合约的唯一变量。因此，交易双方最主要的工作就是选择适合自己的期货合约，并通过交易所竞价或根据做市商报价确定成交价格。

如果在交易中赋予期货的空方拥有决定交割地点、交割时间和交割资产的权利，则作为理性人的空方将会尽可能地调整交割方式以实现自己的利益最大化，因此在这种情况下，多方处于被动地位，对该种期货合约的需求较少，其价格也会降低。

4 “当一份期货合约在交易所交易时，会使得未平仓合约总数有以下三种变化的可能：增加一份，减少一份，或者不变。”这一观点正确吗？请解释。

答：正确，理由如下：

(1) 平仓是指不愿进行实物交割的期货交易，可以在最后交易日结束之前通过反向对冲交易来结清自身的期货头寸，从而无须进入最后的交割环节。平仓包括两种方式：

① 卖出平仓，即期货合约的多头将原来买进的期货合约卖掉，这与买入建仓相对应。

② 买入平仓，即期货合约的空头将原来卖出的期货合约重新买回，这与卖出建仓相对应。

(2) 未平仓合约数是指流通在外的期货合约总数，它是所有多头数之和，也是所有空头数之和。当某项期货合约正在交易时，如果交易双方都是建仓，则市场中该期货合约的未平仓合约数增加；如果其中一方是建仓而另一方是平仓，则未

平仓合约数保持不变；如果双方都是平仓，则未平仓合约数将减少。

5 试述期货交易所通过哪些制度设计来实现对信用风险的规避。

答：（1）期货交易所的清算机构能够降低违约风险

清算机构负责管理和执行期货交易的交割、清算和结算，是期货市场运行机制的核心。清算机构能够降低违约风险，一是因为其采取保证金制度和每日盯市结算制度，二是其规定所有会员对其他会员的清算责任负无限连带的清偿责任，三是其资金充足，可缓和资金纠纷，起到交易的“事后”保障作用。

（2）保证金制度和每日盯市结算制度的具体规定

① 保证金制度

参与期货交易的双方须在经纪公司开立保证金账户，存入初始保证金。

② 每日盯市结算制度

交易所和清算机构在每日期货交易结束后会根据市场价格和每位交易者持有头寸的数目，调整交易者的保证金账户余额。保证金账户余额下限称为维持保证金，当账户余额低于此数额时，经纪公司向用户发出追加保证金通知，用户需要补交变动保证金，否则将会被强制平仓。

（3）每日价格波动限制与交易中止规则

① 每日价格波动限制：期货成交价格必须在上一交易日结算价的一定幅度之内，其中上限称为涨停板，下限称为跌停板。

② 熔断机制：指预先设定一个熔断价格，为了防止某些期货价格波动剧烈，在价格到达熔断点时，停止交易若干分钟，或将交易价格限制在一定幅度内若干分钟。

每日价格波动限制与交易中止规则有利于缓解突发事件或过度投机对市场造成的冲击，防止价格波动幅度过大使交易者蒙受过多的损失，维持市场的稳定性，降低信用风险。

6 请逐一列出中国金融期货交易所交易的所有股指期货合约和国债期货合约中对交易单位、到期循环、交割月、最后交易日、最小价格波动值、涨跌停板、熔断、头寸限制、保证金要求、交易费用、交割条款等合约条款的设置与变迁历史。

答：中金所现有产品包括：沪深300股指期货、中证500股指期货、上证50股指期货、2年期国债期货、5年期国债期货和10年期国债期货，具体合约条款设定如下：

（1）沪深300股指期货

沪深300指数是由上海和深圳证券交易所中市值大、流动性好的300只A股作为样本编制而成的成份股指数，具有良好的市场代表性。

表2-7 沪深300股指期货合约表

合约标的	沪深 300 指数
合约乘数	每点 300 元
报价单位	指数点
最小变动价位	0.2 点
合约月份	当月、下月及随后两个季月
交易时间	上午：9：30~11：30 下午：13：00~15：00
涨跌停板	上一个交易日结算价的 $\pm 10\%$
最低交易保证金	合约价值的 8%
熔断	5%和 7%两档熔断幅度
头寸限制	①客户某一合约单边持仓限额为 5000 手； ②某一合约结算后单边总持仓量超过 10 万手的，结算会员下一交易日该合约的单边持仓量不得超过该合约单边总持仓量的 25%
最后交易日	合约到期月份的第三个周五，遇国家法定假日顺延
交易费用	交割手续费标准为交割金额的万分之一
交割日期	同最后交易日
交割方式	现金交割
交易代码	IF
上市交易所	中国金融期货交易所

《中国金融期货交易所沪深300股指期货合约交易细则》第七次修订版较第六次修订版而言，将第二十一条第一款“进行投机交易的客户某一合约单边持仓限额为5000手”修改为“客户某一合约单边持仓限额为5000手”，其他保持不变。

(2) 中证500股指期货

中证500指数是根据科学客观的方法，挑选沪深证券市场内具有代表性的中小市值公司组成样本股，以便综合反映沪深证券市场内中小市值公司的整体状况。

表2-8 中证500股指期货合约表

合约标的	中证 500 指数
合约乘数	每点 200 元
报价单位	指数点
最小变动价位	0.2 点
合约月份	当月、下月及随后两个季月
交易时间	上午：9：30~11：30 下午：13：00~15：00
涨跌停板	上一个交易日结算价的 $\pm 10\%$
最低交易保证金	合约价值的 8%
熔断	5%和 7%两档熔断幅度
头寸限制	①客户某一合约单边持仓限额为 1200 手； ②某一合约结算后单边总持仓量超过 10 万手的，结算会员下一交易日该合约的单边持仓量不得超过该合约单边总持仓量的 25%
最后交易日	合约到期月份的第三个周五，遇国家法定假日顺延
交易费用	交割手续费标准为交割金额的万分之一
交割日期	同最后交易日
交割方式	现金交割
交易代码	IC
上市交易所	中国金融期货交易所

《中国金融期货交易所沪深300股指期货合约交易细则》第五次修订版较第四次修订版而言，将第二十一条第一款“进行投机交易的客户某一合约单边持仓限额为1200手”修改为“客户某一合约单边持仓限额为1200手”，其他保持不变。

(3) 上证50股指期货

上证50指数是根据科学客观的方法，挑选上海证券市场规模大、流动性好的最具代表性的50只股票组成样本股，以便综合反映上海证券市场最具市场影响力的一批龙头企业的整体状况。

表2-9 上证50股指期货合约表

合约标的	上证 50 指数
合约乘数	每点 300 元
报价单位	指数点
最小变动价位	0.2 点
合约月份	当月、下月及随后两个季月
交易时间	上午：9：30~11：30 下午：13：00~15：00
涨跌停板	上一个交易日结算价的 $\pm 10\%$
最低交易保证金	合约价值的 8%
熔断	5%和 7%两档熔断幅度
头寸限制	①客户某一合约单边持仓限额为 1200 手； ②某一合约结算后单边总持仓量超过 10 万手的，结算会员下一交易日该合约的单边持仓量不得超过该合约单边总持仓量的 25%
最后交易日	合约到期月份的第三个周五，遇国家法定假日顺延。
交易费用	交割手续费标准为交割金额的万分之一
交割日期	同最后交易日
交割方式	现金交割
交易代码	IH
上市交易所	中国金融期货交易所

《中国金融期货交易所上证50股指期货合约交易细则》第五次修订版较第四次修订版而言，将第二十一条第一款“进行投机交易的客户某一合约单边持仓限额为1200手”修改为“客户某一合约单边持仓限额为1200手”，其他保持不变。

(4) 2年期国债期货

表2-10 2年期国债期货合约表

合约标的	面值为 200 万元人民币、票面利率为 3% 的名义中短期国债
可交割国债	合约到期月份首日剩余期限为 1.5~2.25 年的记账式付息国债
报价方式	百元净价报价
最小变动价位	0.005 元
合约月份	最近的三个季月（3 月、6 月、9 月、12 月）中的最近三个月循环
交易时间	上午：09：15~11：30 下午：13：00~15：15
最后交易日交易时间	09：15~11：30
涨跌停板	上一交易日结算价的 $\pm 1.2\%$
最低交易保证金	合约价值的 0.5%
头寸限制	客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下： ①合约上市首日起，持仓限额为 2000 手； ②交割月份之前的一个交易日起，持仓限额为 600 手
最后交易日	合约到期月份的第二个星期五
交易费用	每手不高于 5 元
最后交割日	最后交易日后的第三个交易日
交割方式	实物交割
交易代码	TS
上市交易所	中国金融期货交易所

《中国金融期货交易所 2 年期国债期货合约交易细则》第一次修订版将第二十条第一款“进行投机交易的客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下”修改为“客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下”，其他保持不变。

(5) 5 年期国债期货

表 2-11 5 年期国债期货合约表

合约标的	面值为 100 万元人民币、票面利率为 3% 的名义中期国债
可交割国债	合约到期月份首日剩余期限为 4~5.25 年的记账式付息国债
报价方式	百元净价报价
最小变动价位	0.005 元
合约月份	最近的三个季月（3 月、6 月、9 月、12 月中的最近三个月循环）
交易时间	上午：09：15~11：30 下午：13：00~15：15
最后交易日交易时间	09：15~11：30
涨跌停板	上一交易日结算价的 $\pm 1.2\%$
最低交易保证金	合约价值的 1%
头寸限制	客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下： ①合约上市首日起，持仓限额为 2000 手； ②交割月份之前的一个交易日起，持仓限额为 600 手
最后交易日	合约到期月份的第二个星期五
交易费用	每手不高于 5 元
最后交割日	最后交易日后的第三个交易日
交割方式	实物交割
交易代码	TF
上市交易所	中国金融期货交易所

《中国金融期货交易所5年期国债期货合约交易细则》第五次修订将第二十条第一款“进行投机交易的客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下”修改为“客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下”，其他保持不变。

(6) 10年期国债期货

表2-12 10年期国债期货合约表

合约标的	面值为 100 万元人民币、票面利率为 3% 的名义长期国债
可交割国债	合约到期月份首日剩余期限为 6.5~10.25 年的记账式付息国债
报价方式	百元净价报价
最小变动价位	0.005 元
合约月份	最近的三个季月（3 月、6 月、9 月、12 月中的最近三个月循环）
交易时间	上午：9：15~11：30 下午：13：00~15：15
最后交易日交易时间	9：15~11：30
涨跌停板	上一交易日结算价的 ± 2%
最低交易保证金	合约价值的 2%
头寸限制	客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下： ①合约上市首日起，持仓限额为 2000 手； ②交割月份之前的一个交易日起，持仓限额为 600 手
最后交易日	合约到期月份的第二个星期五
交易费用	每手不高于 5 元
最后交割日	最后交易日后的第三个交易日
交割方式	实物交割
交易代码	T
上市交易所	中国金融期货交易所

《中国金融期货交易所 10 年期国债期货合约交易细则》第三次修订版将第二十条第一款“进行投机交易的客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下”修改为“客户某一合约在不同阶段的单边持仓限额规定如下”，其他保持不变。

7 假设甲签订了一份远期外汇合约，而乙则签订了一份外汇期货合约，两份合约均规定在 3 个月后以 14 万美元买入 10 万欧元。当前欧元汇率为 1.4000。如果在合约期的前两个月欧元巨幅贬值，然后在第三个月回升，最终以 1.4300 的价格收盘，两者的财务状况有何区别？如果在合约期的前两个月欧元升值，然后在第三个月暴跌，最终以 1.3300 的价格收盘，二者的财务状况又会有何区别？

答：由于期货合约实行保证金制度和每日盯市结算制度，因此在欧元贬值期间，乙需要及时补足保证金，否则可能被强制平仓。而甲则无需担忧强制平仓的问题。如果乙未被强制平仓，则最终两人收益相同，均为 $(1.43 - 1.4) \times 100000 = 3000$ （美元）。

期货合约与外汇合约的不同之处在于，期货合约采用的是每日盯市制度和保证金制度。

(1) 情形一：合约期的前两个月欧元巨幅贬值，然后在第三个月回升，最终以1.4300的价格收盘。

此时二者最终损益相同，均为盈利 $(1.43 - 1.4) \times 100000 = 3000$ (美元)。但在过程中，前两个月欧元巨幅贬值，会导致乙的财务状况恶化，并且可能需要及时补足保证金，之后随着欧元升值，而慢慢好转。

(2) 情形二：合约期的前两个月欧元升值，然后在第三个月暴跌，最终以1.3300的价格收盘。

此时二者最终损益相同，均为盈利 $(1.33 - 1.4) \times 100000 = -7000$ (美元)，即亏损7000美元。但在此过程中，前两个月欧元升值，会导致乙的财务状况变好，之后随着欧元暴跌，乙的财务状况急剧恶化。

2.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

1 FRA (forward rate agreement) [南开大学2003年研]

答: FRA中文译为“远期利率协议”,是指为了规避利率风险,买卖双方约定在未来一定时期内按照协议利率借贷一笔数额确定,以具体货币表示的名义本金的协议。远期利率协议交易的具体做法是:交易双方先在协议中确定名义本金额、协议利率、参照利率、交割日期以及期限等,然后在交割日由一方或另一方支付协议利率与参照利率利息差额的贴现值给对方。远期利率协议最早由伦敦的一些大商业银行于1983年推出,经过十几年的发展,已逐步走向标准化。

2 股票指数期货[武汉大学2001年研]

答: 股票指数期货亦称“股价指数期货”“股票指数期货合约”,它是一种金融期货合约,以股票市场价格指数为交易标的物,具体操作是买卖双方即期签定合同,规定买卖股票指数的日期、价格和数量等,并在未来到期日时完成交割。

与普通金融期货相比,股票指数期货还具有一些特点:①它的交易对象是股票指数,与具体商品和金融产品不同,是衡量各种股票平均价格变动水平的无形的综合指数;②它的价格是以股票指数点数乘以人为规定的每点价格形成的;③合约到期后,不可能进行实物交割,只需支付或收取到期日股票指数与合约成交指数差额所对应的现金,进行对冲。

二、简答题

简述期货合约的经济功能。[北京航空航天大学2004年研]

答: 期货合约是期货交易所为期货交易而制订发行的标准化合同。一切成交的合约要求购买者和出售者在合同规定的未来时间,按约定价格分别买入和卖出一定数量的某种资产。期货合约之所以能够产生、存在和发展,是因为它具有两个基本经济功能:风险转移和价格发现。

(1) 风险转移功能。在期货市场上,商品生产者和使用者因为担心价格的上涨和下降带来损失而参与商品期货交易。他们通过期货市场将价格风险转移给了投机者。金融期货市场发展起来以后,投资者又用金融期货市场将金融工具价格的风险转移给了投机者。因此期货合约具有转移价格风险的功能。

(2) 价格发现功能。所谓价格发现,就是指期货市场上供需双方通过公平讨价还价,通过激烈竞争,通过买卖双方对未来供需状况的预测,使价格水平不断更新,并且不断向市场传播,从而使该价格成为市场价格的过程。期货合约具有价格发现功能,就是通过买卖双方的激烈竞争形成的。

三、计算题

1 交易员A承约3个月以后以110万美元兑换100万欧元的期货多头;交易员B承约相应远期合约的多头。假设汇率(美元/欧元)在头两个月急剧下跌,然后在第3个月回升到1.1300美元/欧元。忽略每日结算,每个交易员的总盈利是多少?如果考虑每日结算的影响,哪个交易员的盈利更大?

答: 如果忽略每日结算,则期货合约和远期合约的收益为:

$$(1.13 - 1.10) \times 100 = 3 \text{ (万美元)}$$

如果考虑到每日结算,则由于期货合约采用保证金交易,汇率在前两个月急剧下跌时,期货合约需要补充保证金,否则该期货合约有被强制平仓的风险。交易员B的盈利在三个月后实现;交易员A的盈利是在三个月期间逐日实现的,即在前两个月有大量亏损,在最后一个实现盈利。此时交易员A在前两个月必须补充保证金,所以交易员B盈利更大。

2 解释什么是未平仓数量，为什么未平仓数量通常在交割月之前的一个月中会下降？在某一天中，一种期货有2000次交易，这说明有2000个是买方（多头方），2000个是卖方（空头方）。其中在2000个多头中，1400个是用于平仓的，而剩下的600个是新头寸；在2000个空头中，1200个是用于平仓的，而剩下的800个是新头寸。这一天的交易对未平仓数量有什么影响？

答：（1）未平仓数量：正在交易的未平仓合约的总数，是所有多头的总和，也是所有空头的总和。

（2）随着期货合约交割月份的逼近，期货价格会逐渐收敛到标的资产的即期价格。此外，由于实物交割存在很大的交易费用，且投资者买卖期货是主要为了套期保值，而不是为了得到标的资产，所以大多数交易员会在合约规定的交割期到来之前选择平仓。因此，未平仓数量在交割月之前的一个月中会下降。

（3）设初始的未平仓数量为 x ，根据未平仓数量的定义可知，初始的未平仓多头数量和未平仓空头数量都为 x 。1400个多头用于平仓，意味着空头未平仓数减少1400个，同时，空头又新增800个头寸，则空头的未平仓合约数变为：

$$x - 1400 + 800 = x - 600$$

同理，1200个空头用于平仓，则多头未平仓合约数减少1200个，同时，多头又新增600个头寸，则多头的未平仓合约数变为：

$$x - 1200 + 600 = x - 600$$

由上述分析可知，这一天的交易使得未平仓合约数减少600个。

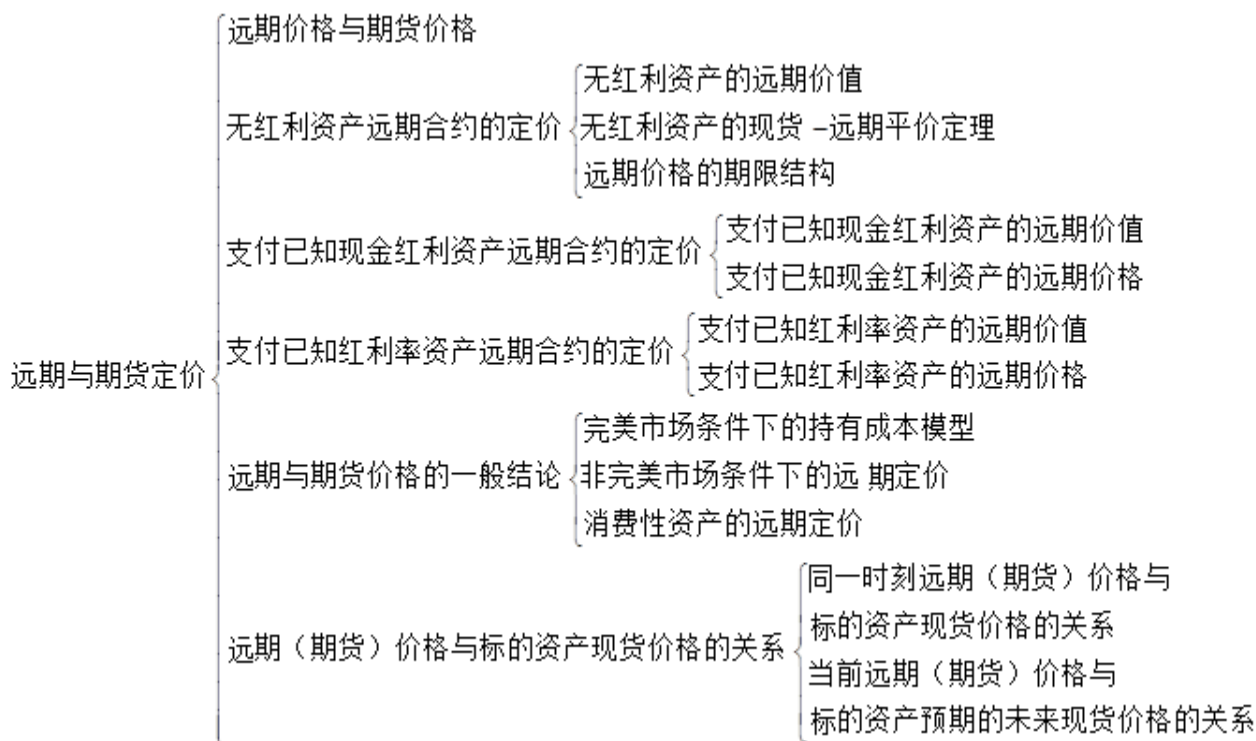
3 一家公司承销了一份期货合约的空头方，在合约中以每蒲式耳750美分的价格卖出5000蒲式耳小麦。初始保证金为3000美元，维持保证金为2000美元，价格如何变化会导致保证金的催收？在什么情况下公司可以从保证金账户中提取1500美元？

答：如果期货合约损失超过1000美元，就会收到保证金催收通知。如果小麦期货价格上涨超过20（ $= 1000 \times 100 / 5000$ ）美分，即从750美分/蒲式耳上涨到高于770美分/蒲式耳时，就会导致保证金的催收。如果小麦期货价格下降30（ $= 1500 \times 100 / 5000$ ）美分，即下降到720美分/蒲式耳，就可以从保证金账户中提取1500美元。

第三章 远期与期货定价

3.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、远期价格与期货价格

1 远期价值、远期价格与期货价格（见表3-1）

表3-1 远期价值、远期价格与期货价格

要点	具体内容
交割价格	远期或期货合约中规定的未来交易价格，协议从签订至到期，该价格不会改变
远期价值	远期合约本身的价值。一份公平的合约，其签约时订立的交割价格应使远期价值等于零
远期价格	使远期合约价值为零的理论上的交割价格
期货价格	使期货合约价值为零的理论上的交割价格

2 远期价格与期货价格的关系（见表3-2）

表3-2 远期价格与期货价格的关系

要点	具体内容
区别	<p>①风险角度：远期是非标准化的合约，交易双方都可能违约，存在信用风险；而期货是在交易所交易的标准化合约，清算所充当期货交易的中介，几乎没有信用风险。</p> <p>②交易机制：远期合约仅约定到期时双方履约交易；而期货合约实行盯市制度，每日都计算浮动盈亏，并对保证金有要求</p>
关系	<p>①如果无风险利率对于所有到期日都相等且恒定，交割日期、标的资产相同的远期价格与期货价格相同。</p> <p>②当利率无法预测时，远期和期货价格取决于标的资产与利率的相关关系：</p> <p>a. 如果标的资产价格与无风险利率正相关，期货价格更高；</p> <p>b. 如果标的资产价格与无风险利率负相关，远期价格更高。</p> <p>③远期合约和期货合约的价格差异还取决于合约期限的长短，期限越长，二者的价格差异越大</p>

3 基本的假设与符号

(1) 基本的假设

- ① 没有交易费用和税收；
- ② 所有市场参与者都能以相同的无风险利率借入和贷出资金；
- ③ 合约没有违约风险；
- ④ 允许现货卖空；
- ⑤ 当套利机会出现时，市场参与者将参与套利活动，从而使套利机会消失；
- ⑥ 期货合约的保证金账户支付同样的无风险利率。

(2) 符号

T: 远期和期货合约的到期时间，单位为年；

t: 现在的时间，单位为年；

S_t : 远期（期货）标的资产在时间t时的价格；

S_T : 远期（期货）标的资产在时间T时的价格；

K: 远期合约中的交割价格；

f: 远期合约多头在t时刻的价值，即t时刻的远期价值；

F: t时刻的远期合约和期货合约中的理论远期价格和理论期货价格；

r : 从 t 时刻开始, 到 T 时刻到期的以连续复利计算的 t 时刻的无风险利率 (年利率)。

注: 如无特别说明, 利率均为连续复利的年利率。

考点二、无红利资产远期合约的定价

1 无红利资产的远期价值

(1) 基本思路

无套利定价法: 构造两个资产组合, 若其在未来某一时刻的价值相等, 则其现值必定也相等, 否则存在套利机会。因此, 可以通过两个资产组合的现值相等对远期价格进行求解。

(2) 实例 (见表3-3)

表3-3 实例

组合	成分 (期初时)	现值	到期时	终值
A	对应一份标的资产的远期合约多头 + 现金 $Ke^{-r(T-t)}$	$f + Ke^{-r(T-t)}$	一单位标的资产	S_T
B	一单位标的资产	S		

表3-3用现金 (进行无风险投资)、远期和标的资产构造了两份终值相等, 期限也相等的合约, 从而得到期初远期价值 f 的定价公式:

$$f = S - Ke^{-r(T-t)} \quad (3.1)$$

2 无红利资产的现货-远期平价定理

由于远期价值 f 为零时的远期价格 F 就等于交割价格 K , 令式 (3.1) 中 $f=0$, 得:

$$F = Se^{r(T-t)} \quad (3.2)$$

这就是无红利标的资产的现货-远期 (期货) 平价定理, 它表明远期价格就等于现货价格按无风险利率进行投资的终值。

3 远期价格的期限结构

远期价格的期限结构是指同一标的资产、不同期限远期价格之间的结构关系。设 F 为在 T 时刻交割的远期价格, F^* 为在 T^* 时刻交割的远期价格, r 为 T 时刻到期的无风险利率, r^* 为 T^* 时刻到期的无风险利率。对无红利资产而言两个远期价格分别为:

$$F = Se^{r(T-t)}$$

$$F^* = Se^{r^*(T^*-t)}$$

两式联立, 得到 F 与 F^* 之间的关系:

$$F^* = Fe^{r^*(T^*-t)-r(T-t)} \quad (3.3)$$

考点三、支付已知现金红利资产远期合约的定价

1 支付已知现金红利资产的远期价值

类似于对无红利资产远期合约定价时的组合构建，使用无套利定价法，得到表3-4。

表3-4 用无套利定价法定价支付已知现值红利的期货/远期

组合	成分（期初时）	现值	到期时	终值
A	对应一份标的资产的远期合约多头+现金 $Ke^{-r(T-t)}$	$f + Ke^{-r(T-t)}$	一单位标的资产	S_T
B	一单位标的资产+利率为无风险利率、期限为从当前时刻到现金红利派发日、本金为 I 的负债	$S - I$		

同样，因为终值相等，期限相同，其现值也相等，得出远期价值：

$$f = S - I - Ke^{-r(T-t)} \quad (3.4)$$

式 (3.4) 还表明，一单位标的资产可以用一份远期与 $I + Ke^{-r(T-t)}$ 的现金来复制。

2 支付已知现金红利资产的远期价格

根据远期价格的定义，当 $f=0$ 时， $F=K$ 。令 (3.4) 中 $f=0$ ，得：

$$F = (S - I) e^{r(T-t)} \quad (3.5)$$

这就是支付已知现金红利资产的现货-远期平价公式。

考点四、支付已知红利率资产远期合约的定价

1 支付已知红利率资产的远期价值

支付已知红利率的标的资产是指在远期合约到期前将产生与该资产现货价格成一定比率的红利的资产，假设该比率（连续复利）为 q 。

类似地，构建表3-5中的两个组合。

表3-5 用无套利定价法定价已知红利率资产的期货/远期

组合	成分（期初时）	现值	到期时	终值
A	对应一份标的资产的远期合约多头+现金 $Ke^{-r(T-t)}$	$f + Ke^{-r(T-t)}$	一单位 标的资产	S_T
B	$e^{-q(T-t)}$ 单位标的证券并将产生的红利继续投资该证券	$Se^{-q(T-t)}$		

由无套利定价法知两个组合现值相等：

$$f + Ke^{-r(T-t)} = Se^{-q(T-t)}$$

因此远期价值为：

$$f = Se^{-q(T-t)} - Ke^{-r(T-t)} \quad (3.6)$$

2 支付已知红利率资产的远期价格

令式 (3.6) 中 $f=0$ ，得到远期价格：

$$F = Se^{(r-q)(T-t)} \quad (3.7)$$

考点五、远期与期货价格的一般结论

1 完美市场条件下的持有成本模型

(1) 不同性质标的资产的远期合约的定价公式之间存在内在的一致性：

$$F = Se^{r(T-t)}$$

$$F = (S - I) e^{r(T-t)}$$

$$F = Se^{(r-q)(T-t)}$$

可以推出，我们在计算远期价格时，总是先剔除远期多头在到期时无法获得的确定性收益，然后对标的资产价格的剩余部分以无风险利率计算终值，从而得到理论的远期价格。因此，可以用“持有成本（cost-of-carry）”的概念来概括远期价格与现货价格的关系。

(2) 持有成本

持有成本 = 存储成本 + 无风险利息成本 - 标的资产在合约期限内提供的收益

如果用 c 表示持有成本，远期价格就为：

$$F = Se^{c(T-t)} \quad (3.8)$$

相应的远期价值为：

$$f = Se^{(c-r)(T-t)} - Ke^{-r(T-t)} \quad (3.9)$$

2 非完美市场条件下的远期定价

(1) 若存在交易费用，假设每一笔交易的费率为Y，不存在套利机会的远期价格则是一个区间：

$$[S(1-Y)e^{r(T-t)}, S(1+Y)e^{r(T-t)}]$$

(2) 若市场参与者借贷存在利差，如果用 r_b 表示借入利率，用 r_l 表示借出利率，一般是 $r_b > r_l$ 。这时远期和期货的价格区间为：

$$\left[Se^{r_l(T-t)}, Se^{r_b(T-t)} \right]$$

(3) 若存在卖空限制，所有的经纪人都扣留卖空客户的部分所得作为保证金以防范风险。假设这一比例为X，那么均衡的远期和期货价格区间应该是：

$$[(1-X)Se^{r(T-t)}, Se^{r(T-t)}]$$

(4) 如果上述三种情况同时存在，远期和期货价格区间应该是：

$$\left[(1-X)S(1-Y)e^{r_l(T-t)}, S(1+Y)e^{r_b(T-t)} \right]$$

3 消费性资产的远期定价

投资者出于消费目的而持有的资产即消费性资产，如石油、铜、农产品等。其远期定价公式为：

$$F \leq Se^c(T-t)$$

这是因为消费性资产具有使用价值，而远期合约的使用价值却无法及时获得，因此消费性资产的现货交易与远期交易之间不具备完全替代性，远期价格需要更低才能补偿投资者。

考点六、远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

1 同一时刻远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系

无套利条件下，同一时刻金融远期（期货）价格与标的资产现货价格的关系必须满足：

$$F = Se^{c(T-t)} \quad (3.10)$$

从四个角度分析式 (3.10)：

(1) 当标的资产在远期（期货）存续期内没有红利、已知现金红利较小或已知红利率小于无风险利率时，当前远期（期货）价格应高于标的资产的当前现货价格；反之亦然。

(2) 标的资产的现货价格制约着同一时刻的远期价格，因此远期（期货）合约是无法恶性炒作的。但是，如果现货市场规模不够大，其制约作用不明显，那么远期（期货）市场依然存在被恶性投机扰乱的可能性。

(3) 远期（期货）与现货的相对价格只与持有成本有关，与未来现货的涨跌预期无关。

(4) 对式 (3.10) 进行变换，可得：

$$S = Fe^{-c(T-t)} \quad (3.11)$$

当前远期（期货）价格对当前现货价格的形成具有引领作用，即远期（期货）的“价格发现”功能。

2 当前远期（期货）价格与标的资产预期的未来现货价格的关系

下面以无红利资产为例，当前远期（期货）价格与预期的未来现货价格之间的关系如下：

$$E(S_T) = Se^{y(T-t)} \quad (3.12)$$

其中： $E(S_T)$ 表示该资产现在的预期在T时刻的市价；

y 表示该资产的连续复利预期收益率；

t 为现在时刻。

而对于远期（期货）价格有：

$$F = Se^{r(T-t)}$$

如果标的资产的系统风险为零（即CAPM中的 $\beta = 0$ ），则 $y = r$ ， $F = E(S_T)$ ；如果系统风险大于零（ $\beta > 0$ ），则 $y > r$ ， $F < E(S_T)$ ；如果系统风险小于零（ $\beta < 0$ ），则 $y < r$ ， $F > E(S_T)$ 。

对于有红利资产也可以得出同样的结论。

3.2 课后习题详解

1 假设一种无红利支付的股票目前的市价为20元，无风险连续复利年利率为5%，求该股票3个月期远期价格。如果3个月后该股票的市价为15元，求这份交易数量为100单位的远期合约多头方的价值。

答：(1) 该股票3个月期远期价格 $F = Se^{r(T-t)} = 20 \times e^{0.05 \times 3/12} \approx 20.25$ (元)。

(2) 由上步可得，该股票3个月后的理论交割价格为20.25元，则该远期合约多头方的价值 = $(15 - 20.25) \times 100 = -525$ (元)。

2 假设一种无红利支付的股票目前的市价为20元，利率期限结构平坦。无风险连续复利年利率为5%，市场上该股票的3个月远期价格为23元，请问应如何进行套利？若该股票1个月后和2个月后每股将分别派发红利1元和0.8元，是否存在套利空间？若有，应如何进行套利？

答：(1) 根据无收益资产的现货-远期平价定理 $F = Se^{r(T-t)}$ ，该股票3个月远期的合理价格应为： $F = 20 \times e^{5\% \times 0.25} \approx 20.25$ (元)，可见，实际的远期价格高于理论价格。因此，投资者可通过如下策略进行套利：

① 按无风险利率5%借入现金X元三个月，用以购买X/20单位的股票。

② 卖出相应份数该股票的远期合约，交割价格为23元。

③ 三个月后，该套利者以X/20单位的股票交割远期，得到23X/20元，并归还借款本息 $Xe^{5\% \times 0.25}$ 元。远期投资者的盈亏为：

$$23X/20 - Xe^{5\% \times 0.25} \approx 1.15X - 1.013X = 0.137X > 0。$$

因此，投资者可以按上述方法进行套利，从而实现0.137X元的无风险利润。

(2) 第一个月的股利贴现值为 $I_1 = 1e^{-5\% \times 1/12} \approx 0.9958$ (元)；第二个月的股利贴现值为 $I_2 = 0.8e^{-5\% \times 2/12} \approx 0.7934$ (元)。根据支付已知现金收益资产的远期价格公式可得：

$$F = (S - I) e^{r(T-t)} = (20 - 0.9958 - 0.7934) e^{5\% \times 0.25} \approx 18.4399 \text{ (元)}$$

由于实际价格高于理论，以购买一单位资产为例，投资者可采用如下策略进行套利：

① 以5%的无风险利率借入现金18.4399元三个月，借入现金0.9958元1个月，借入现金0.7934元2个月，共计20元，用以购买1单位的股票。

② 卖出相应份数该股票的远期合约，交割价格为23元。

③ 一个月后，用所派发的1元股息归还一个月借款的本息 $0.9958 \times e^{5\% \times 1/12} = 1$ (元)，两个月后，用所派发的0.8元股息归还两个月借款的本息 $0.7934 \times e^{5\% \times 2/12} = 0.8$ (元)，三个月后，该套利者以23元的价格卖出该股票，并归还3个月的借款本息 $18.4399 \times e^{5\% \times 3/12} = 18.6719$ (元)，净盈利 $23 - 18.6719 = 4.3281$ (元)。

3 假设沪深300指数目前为3984点，3个月期的无风险连续复利年利率为4%，指数股息红利率约为每年1%，求该指数3个月期的期货价格。

答：将题中各项数据代入支付已知红利率资产现货-远期平价定理，可得：

$$F = Se^{(r-q)(T-t)} = 3984e^{(0.04-0.01) \times 3/12} \approx 4013.99 \text{ (点)}$$

所以，3个月期的期货价格约为4013.99点。

4 某股票预计在2个月和5个月后每股分别派发1元股息，该股票目前市价等于30元，所有期限的无风险连续复利年利率均为6%，某投资者刚取得该股票6个月期的远期合约空头，交易单位为100。请问：

(1) 该远期价格等于多少？若交割价格等于远期价格，则远期合约的初始价值等于多少？

(2) 3个月后，该股票价格涨到35元，无风险利率仍为6%，此时远期价格和该合约空头价值等于多少？

答：(1) 2个月和5个月后派发的1元股息的现值之和为：

$$I = e^{-0.06 \times 2/12} + e^{-0.06 \times 5/12} \approx 1.97 \text{ (元)}$$

① 根据支付已知收益资产的现货-远期平价公式可得： $F = (30 - 1.97) e^{0.06 \times 6/12} \approx 28.88 \text{ (元)}$ 。

② 若交割价格等于远期价格，则远期合约的初始价值为0。

(2) 3个月后，即将在第五个月派发的1元股息的现值为：

$$I = e^{-0.06 \times 2/12} \approx 0.99 \text{ (元)}$$

① 远期价格 $F = (35 - 0.99) e^{0.06 \times 3/12} \approx 34.52 \text{ (元)}$ 。

② 此时空头远期合约价值 = $(28.88 e^{-0.06 \times 3/12} - 35) \times 100 \approx -655 \text{ (元)}$ 。

5 请阐释以下观点：在交割期间，期货价格高于现货价格将存在套利空间。如果交割时期货价格低于现货价格呢？

答：在交割期间，如果交割期间期货价格 > 现货价格，套利者就可买入标的资产、卖出期货合约并进行交割来获利，从而促进现货价格上升、期货价格下跌。反之，如果交割期间期货价格 < 现货价格，打算买入标的资产的人就会发现，买入期货合约等待空头交割比直接买入现货更合算，从而促使期货价格上升。

6 股价指数期货价格应大于还是小于未来预期的指数水平？请解释原因。

答：股价指数期货价格 $E(S_T) = Se^{y(T-t)}$ ，期望远期价格 $F = Se^{r(T-t)}$ 。

式中， $E(S_T)$ 为现在市场上预期的该资产在T时刻的市价， y 为该资产的连续复利预期收益率， r 为无风险收益率。

根据资本资产定价原理，若标的资产的系统性风险为0，则 $y = r$ ， $F = E(S_T)$ ；若标的资产的系统性风险大于零，则 $y > r$ ， $F < E(S_T)$ ；若标的资产的系统性风险小于零，则 $y < r$ ， $F > E(S_T)$ 。在现实生活中，大多数标的资产的系统性风险都大于零，因此在大多数情况下， F 都小于 $E(S_T)$ 。

7 某公司于1个月前与银行签订一份远期合约，约定在未来的 T_1 时刻以价格 K 出售标的资产给银行。当前为 t 时刻，标的价格为 S_t ，该公司咨询银行，可否将合约交割时刻从 T_1 延长到 T_2 ($T_2 > T_1$)。如果你是银行，你觉得可以对其进行延期吗？如果可以，应如何操作？

答：可以对其进行延期，但需要重新约定未来的出售价格。

设 r_1 为 $t \sim T_1$ 期间的无风险利率； r_2 为 $t \sim T_2$ 期间的无风险利率； r^* 为 $T_1 \sim T_2$ 期间的无风险利率； K 为 T_1 时刻标的资产的交割价格； K^* 为 T_2 时刻标的资产的交割价格。则根据利率期限结构理论，可得：

$$e^{r_1(T_1-t)} \times e^{r^*(T_2-T_1)} = e^{r_2(T_2-t)}$$

解得： $r^*(T_2 - T_1) = r_2(T_2 - t) - r_1(T_1 - t)$ 。因此，根据无套利原理，可得：

$$K^* = Ke^{r^*(T_2-T_1)} = Ke^{r_2(T_2-t)-r_1(T_1-t)}$$

因此，只要银行将 T_2 时刻标的资产的交割价格调整为 K^* ，就可以对该远期合约进行延期。

8 远期或期货合约的标的资产可以是不可交易资产吗？如果可以，请举例并简述与可交易标的资产的远期或期货合约定价的差异。

答：可以，比如其他衍生工具的合约标的物是一些特殊的事物，如天气、空气污染物、工业排污权、节能指标等。此类标的的衍生品定价方式与传统可交易衍生品有很大不同：

(1) 可交易资产

① 复制技术：标的资产可交易时，其衍生品的定价可利用复制技术来理解。标的资产可交易，远期和期货可看成冗余资产——即可通过现有产品构造。如远期（期货），可通过股票及负债构造： $f = S - Ke^{-r(T-t)}$ 。因而冗余资产的定价可以通过复制技术而被准确定价。

② 风险中性定价：因为冗余证券可以被复制，那么就可以构造出风险完全对冲的组合，即可利用风险中性定价。

(2) 不可交易资产

像气候这样的不可交易标的，因为不存在现货市场提供价格参考，也就不存在准确复制的策略，衍生产品也就不再是冗余资产，不能够用风险中性的方法精确定价。其定价过程一般是采用历史数据法。

9 假设 F_1 和 F_2 是基于同一种商品的两份期货合约的价格，到期日分别为 T_1 和 T_2 ，且 $T_1 < T_2$ 。请说明 F_1 和 F_2 满足什么样的关系时会存在套利机会？假设商品无存储成本，远期和期货无差异。

答：设现在为0时刻，标的资产价格为 S ，则两份期货合约的均衡价格分别为：

$$F_1 = Se^{rT_1}$$

$$F_2 = Se^{rT_2}$$

当两份期货合约价格均为理论价格时，无套利机会。

(1) 当 $F_2 > F_1 e^{r(T_2-T_1)}$ 时：

① 0时刻：买入一份 T_1 时刻到期的，以一单位商品为标的资产的期货合约，同时卖出一份 T_2 时刻到期的，以一单位商品为标的资产的期货合约。

② T_1 时刻：多头合约到期，以无风险利率 r 借入 F_1 单位资金并买入一单位标的资产。

③ T_2 时刻：空头合约到期，以 F_2 的价格卖出所持有的标的资产并偿还借款本金，获取 $F_2 - F_1 e^{r(T_2-T_1)} > 0$ 的无风险收益。

(2) 当 $F_2 < F_1 e^{r(T_2-T_1)}$ 时：

① 0时刻：卖出一份 T_1 时刻到期的，以一单位商品为标的资产的期货合约，同时买入一份 T_2 时刻到期的，以一单位商品为标的资产的期货合约。

② T_1 时刻：空头合约到期，借入一单位标的资产并以 F_1 的价格将其卖出，将所得的 F_1 单位的资金进行无风险投资。

③ T_2 时刻：多头合约到期，此时无风险投资资金本息和为 $F_1 e^{r(T_2-T_1)}$ 。以 F_2 的价格买入标的资产并归还，可获取 $F_1 e^{r(T_2-T_1)} - F_2 > 0$ 的无风险收益。

10 2015年9月2日15:00，中证500现货和期货价格如表3-6（教材表3.1）所示，请分析其可能的原因。

表3-6 中证500现货和期货价格表

	收盘价	升贴水幅度
中证500指数	6 122.55	
IC1509	5 377.0	12.18%
IC1510	5 009.0	18.19%
IC1512	4 724.8	22.84%
IC1603	4 617.0	24.59%

答：中证500指数是根据科学客观的方法，挑选沪深证券市场上具有代表性的中小市值公司组成样本股，以便综合反映沪深证券市场上中小市值公司的整体状况。

由表中可知，期货价格低于现货价格，且长期贴水幅度远高于短期，说明市场对未来预期悲观，预计中证500指数会不断下跌，因此期货价格远低于现货价格。结合2015年6月的股灾，可以看出市场对股市未来的预期是谨慎且偏悲观的。

通常，交易成本越高、借贷利差越大、卖空限制越严格，期货贴水就可能越严重。2015年9月2日，2016年3月到期的中金所3大股指期货20%以上严重贴水就是在这种背景下出现的。其原因主要包括：

(1) 市场对股市看空

2015年6月的股灾导致了市场对股市未来的预期是谨慎且偏悲观的，市场认为中证500指数会不断下跌，因此期货价格远低于现货价格，且长期贴水幅度远高于短期。

(2) 证监会对融券交易的限制

2015年9月2日，证监会暂停了股票和基金的融券交易，使得市场套利活动难以进行，从而无法促使现实的远期价格和期货价格回归合理的无套利均衡价格，造成远期贴水幅度的加大。

此外，存在卖空限制的时候，因为卖空会给经纪人带来很大风险，所以几乎所有的经纪人都扣留卖空客户的部分所得作为保证金，从而使得期货交易成本提高，期货贴水更加严重。

(3) 中金所对股指期货的严格管控

2015年9月2日，为抑制市场过度投机，中金所出台了股指期货四条新政，包括：① 股指期货客户在单个产品、单日开仓交易量超过10手的构成“日内开仓交易量较大”的异常交易行为，套期保值交易的开仓数量不受此限；② 将中证500股指期货各合约非套期保值持仓交易保证金标准提高至40%，将各合约套期保值持仓交易保证金标准提高至20%；③ 将股指期货当日开仓又平仓的平仓交易手续费标准，提高至按平仓成交金额的万分之二十三收取；④ 加强股指期货市场长期未交易账户管理。

中金所的四项政策大大地提高了期货的交易成本，限制了期货的交易，使其功能严重受限，造成了中证500指数的严重贴水。

3.3 考研真题与典型题详解

一、选择题

1 () 是金融衍生产品中相对简单的一种, 交易双方约定在未来特定日期按既定的价格购买或出售某项资产。[中国科学技术大学2016年研]

- A. 金融期货合约
- B. 金融期权合约
- C. 金融远期合约
- D. 金融互换协议

【答案】C

【解析】远期合约是相对简单的一种金融衍生工具。合约双方约定在未来某一时刻按约定的价格买卖约定数量的金融资产。期货合约指由期货交易所统一制订的、规定在将来某一特定的时间和地点交割一定数量和质量实物商品或金融商品的标准化合约。金融期权合约是指以期权为基础的金融衍生品, 以金融商品或金融期货合约为标的物的合约。金融互换是指交易双方在场外交易市场签订互换协议, 在未来约定时间交换不同内容的现金流。

2 期货是一种标准化的金融合约, 以下哪一项是一般的期货合约中没有被标准化的? () [厦门大学2012年研]

- A. 合约规模
- B. 交割日期
- C. 交割方式
- D. 交割地点

【答案】C

【解析】期货合约是交易双方按约定价格在未来某一期间完成特定资产交易行为的一种方式。期货合约的交易是在有组织的交易所内完成的, 合约的内容, 如相关资产的种类、数量、价格、交割时间、交割地点等, 都有标准化的特点。

3 下列哪种外汇交易方式采取保证金制度 ()。[东北财经大学2014年研]

- A. 期货交易
- B. 期权交易
- C. 即期交易
- D. 互换交易

【答案】A

【解析】期货交易结算是每天进行的, 而不是到期一次性进行的, 买卖双方交易之前都必须在经纪公司开立专门的保证金账户。在每天交易结束时, 保证金账户都要根据期货价格的涨跌而进行调整, 以反映交易者的浮动盈亏, 即所谓的盯市。

二、概念题

1 远期合约[华中科技大学2016年研]

答：远期合约是指交易双方约定在未来的某一确定时间，以确定的价格买卖一定数量的某种标的资产的合约。远期交易最早是作为一种锁定未来价格的工具，交易双方需要确定交易的标的物、有效期和交割时的执行价格等内容，双方都必须履行协议。一般说来，双方协议确定合约的各项条款，其合约条件是为买卖双方量身定制的，满足了买卖双方的特殊要求，一般通过场外交易市场（OTC）达成。常见的远期交易包括商品远期交易、远期利率协议（FRA）、外汇远期交易、无本金交割外汇远期交易（NDF）以及远期股票合约等。

在远期合约的有效期以内，合约的价值随相关资产市场价格的波动而变化。若合约到期时以现金结清的话，当市场价格高于合约约定的执行价格时，应由卖方向买方支付价差金额；当市场价格低于执行价格时，则由买方向卖方支付价差金额。按照这样一种交易方式，远期合约的买卖双方可能形成的收益或损失都是“无限大”的。

2 期货合约[厦门大学2014年研]

答：期货合约是交易双方按约定价格在未来某一期间完成特定资产交易行为的一种方式，是期货交易所为期货交易而制订发行的标准化合同。期货合约的交易是在有组织的交易所内完成的，合约的内容（如相关资产的种类、数量、价格、交割时间、交割地点等）都有标准化的特点，因此，期货交易更为规范化，也更便于管理。

如果不考虑买卖相关资产时的佣金等费用支出，对于看涨期权的买方来说，当市场价格高于执行价格时，他会行使买的权利，取得收益；当市场价格低于执行价格时，他会放弃行使权利，所亏损的仅限于期权费。对于看跌期权买方来说，当市场价格低于执行价格时，他会行使卖的权利，取得收益；反之，放弃行使权利，所亏损的也仅限于期权费。因此，期权对于买方来说，可以实现有限的损失和无限的收益，而对卖方则是损失无限而收益有限。

期货合约之所以能够产生、存在和发展，是因为它具有两个基本经济功能：风险转移和价格发现。期货合约为交易人提供了一种避免因一段时期内价格波动带来风险的工具；同时，也为投机人利用价格波动取得投机收入提供了手段。

三、判断题

某期货多头投资者的保证金刚好满足最低保证金要求，然而，如果第二个交易日期货价格下跌，该投资者将收到追加保证金的通知。（ ）[电子科技大学2016年研]

【答案】√

【解析】期货交易实施每日无负债结算制度，对交易者持有的未平仓合约，结算所会以每日的结算价（合约的当日均价或收盘价）计算客户的持仓合约盈亏和权益状况，当客户权益低于最低保证金水平时，期货经纪公司会向客户下达追加保证金通知，如果客户在规定的时间内（一般为下一交易日开盘前）未能将保证金存入账户，经纪公司有权将客户持有的合约部分或全部强制平仓，以控制风险。

四、简答题

1 试简述远期合约（forward contract）和期货合约（futures contract）的区别。[厦门大学2012年研]

答：（1）远期合约和期货合约的含义

① 远期合约是指交易双方约定在未来的某一确定时间，按确定的价格买卖一定数量的金融资产的协定，在合约中规定在将来买入标的物的一方称为多方，而在未来卖出标的物的一方称为空方，合约中规定的未来买卖标的物的价格称为交割价格。

② 期货合约是指协议双方同意在约定的将来某个日期按约定的条件（包括价格、交割地点、交割方式）买入或卖出一定标准数量的某种金融资产的标准化协议，合约中规定的价格就是期货价格。

(2) 远期合约和期货合约的区别

① 标准化程度不同。远期合约遵循“契约自由”原则，合约中的相关条件如标的资产的质量、数量、交割地点和交割月份都是根据双方具体的需要确定的，其条款的具体内容往往体现出很强的个性化特征，具有很大的灵活性，但是流动性较差，二级市场不发达；而期货合约是标准化的合约，标准化条款使得期货难以满足特殊的交易需求，但却使期货合约的订立和转让更加便利，使期货合约具有极强的流动性，并因此引了众多的交易者。

② 交易场所不同。远期合约没有固定的场所，远期合约市场是一个效率较低的无组织分散市场；而期货合约在交易所内交易，一般不允许场外交易，期货市场是一个有组织的、有秩序的、统一的市场。

③ 违约风险不同。远期合约的履行仅以签约双方的信誉为担保，一旦一方无力或不愿履约，另一方就会蒙受损失，因此违约风险很高；而期货合约的履行由交易所或清算公司提供担保，交易所和清算机构之所以能提供这种担保，主要是依靠完善的保证金和每日盯市结算制度、清算会员的无限连带清偿责任以及清算机构自身的资金实力。可以说，机制完善的期货交易的违约风险几乎为零。

④ 价格确定方式不同。远期合约的交易双方通过直接谈判并私下确定价格，存在着信息不对称，因此定价效率很低；而期货合约是在交易所内通过公开竞价确定价格，信息较为充分、对称，故定价效率较高。

⑤ 履约方式不同。远期合约绝大多数只能通过到期实物交割来履行；而期货合约多通过平仓来了结。

⑥ 合约双方关系不同。远期合约的签订必须是建立在对对方的信誉和实力等方面都充分了解的基础上；而期货合约则不需要，期货合约的履行完全不取决于对方，只取决于交易所或清算机构，交易所是所有买方的卖者和所有卖方的买者，合约双方可以对对方完全不了解。

⑦ 结算方式不同。远期合约要到期时才进行交割清算，期间均不进行结算；而期货合约每天结算，浮动盈利或浮动亏损通过保证金账户体现。

从上述比较中可以看到，从交易机制来看，无论是在提高流动性、降低违约风险，还是在降低交易成本等方面，期货都比远期要优越得多。但这并不意味着远期的消亡。事实上，远期市场仍然非常庞大，其最大的吸引力就在于其灵活性。出于经营成本的考虑，期货交易所不可能提供那些成交量不大和特殊性强的期货交易品种，这正是远期市场得以生存和不断发展的基础。

2 有人认为远期汇率是未来即期汇率的无偏估计。在什么情况下这一说法成立？

答：对于式 $F_0 = E(S_T) e^{(r-k)T}$ ，只有当 $r = k$ 时，才有 $F_0 = E(S_T)$ ，即远期汇率是未来即期汇率的无偏估计。也就是说，当汇率的系统风险为零时，题中说法才成立。而要想汇率无系统风险，汇率必须与市场收益率无关。

五、计算题

1 在签署无股息股票1年期的远期合约时，股票当前价格为40美元，连续复利的无风险利率为每年5%。

(1) 远期合约的初始价值和期货价格分别为多少？

(2) 6个月后，股票价格变为45美元，无风险利率仍为每年5%。这时远期价格和远期合约的价值分别为多少？

答：(1) 由式 $F_0 = S_0 e^{rT}$ 可知，远期价格为 $F_0 = 40e^{0.05 \times 1} \approx 42.05$ (美元)，远期合约的初始价值为0。

(2) 合约的交割价格为 $K = 42.05$ 美元。由式 $f = S_0 - Ke^{-rT}$ 可知6个月后的合约价值为 $f = 45 - 42.05e^{-0.05 \times 0.5} \approx 3.99$ (美元)，远期价格为 $45e^{0.05 \times 0.5} \approx 46.14$ (美元)。

2 2012年年初，瑞士法郎与美元之间的汇率是1.0404（每瑞士法郎对应的美元数）。美国和瑞士的利率分别是每年0.25%和0（连续复利）。3个月期限的远期汇率是1.0300（每瑞士法郎对应的美元数）。这时存在什么套利机会？如果汇

率是1.0500（每瑞士法郎对应的美元数），你的答案会如何改变？

答：远期汇率的理论价格为 $1.0404 \times e^{(0.0025 - 0) \times 0.25} \approx 1.041$ （美元/法郎）。

若实际的远期汇率为1.0300，套利者可以借入X单位瑞士法郎，将其换成1.0404X单位的美元，然后将换得的美元以0.25%的利率投资3个月，同时在远期市场上承约一份远期合约，该合约允许套利者在3个月以后以1.03的价格买入X单位的瑞士法郎。3个月后套利者获得 $1.0404X e^{0.0025 \times 0.25} \approx 1.041X$ 美元，其中1.03X美元用于在远期合约条件下购买瑞士法郎，获得收益0.011X美元。

若实际的远期汇率为1.0500，套利者可以借入X单位的美元，将其换成X/1.0404单位的瑞士法郎，然后将该瑞士法郎以0的利率投资3个月，同时承约一份远期合约，该远期合约允许套利者在3个月后出售X/1.0404单位的瑞士法郎。3个月后套利者获得X/1.0404单位的瑞士法郎，可得到 $(1.05X) / 1.0404 \approx 1.0092X$ 美元，其中有 $X e^{0.0025 \times 0.25} \approx 1.0006X$ 美元用于偿还美元借款。因此，套利者获得0.0086X美元的利润。

3 当前的美元/欧元的汇率为每欧元兑1.2000美元，6个月期的远期汇率为1.1950，6个月期的美元利率为每年1%（连续复利）。估计6个月期的欧元利率。

答：设6个月的欧元利率为 r_f ，6个月的美元利率为 r ，根据公式：

$$F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T}$$

可得：

$$1.1950 = 1.2000 e^{(1\% - r_f) \times \frac{6}{12}}$$

解得 $r_f \approx 1.835\%$ 。6个月的欧元利率为1.835%。

六、证明题

证明股指期货的增长率等于组成股指的股票组合收益率超出无风险利率的数量。假定无风险利率和收益率均为常数。

证明：假设 F_0 是T时刻到期的合约在0时刻的期货价格， F_1 是同一合约在 t_1 时刻的期货价格，且满足以下条件：

$$F_0 = S_0 e^{(r - q)T}$$

$$F_1 = S_1 e^{(r - q)(T - t_1)}$$

S_0 和 S_1 分别是0时刻和 t_1 时刻的即期价格， r 是无风险利率， q 是红利收益率。

由以上两式可得：

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{S_1}{S_0} e^{-(r - q)t_1}$$

定义指数的超额收益为 x ，则总收益是 $r + x$ ，以资本所得的方式实现的收益是 $r + x - q$ 。再由

$$S_1 = S_0 e^{(r+x-q)t_1}$$

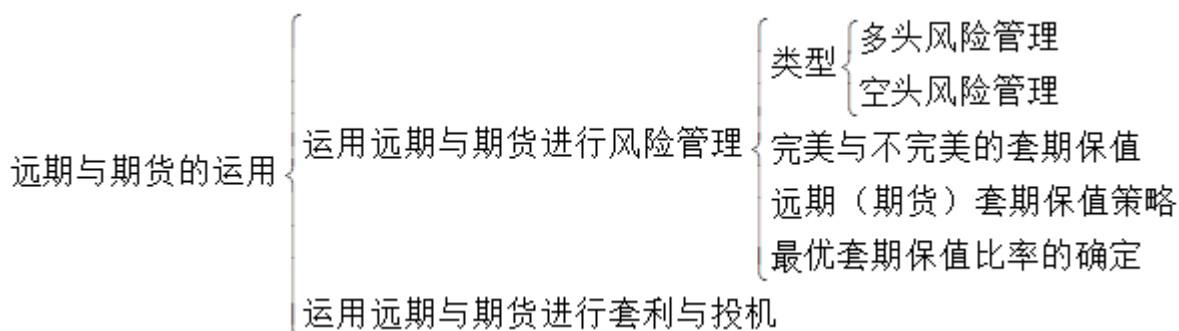
F_1/F_0 可简化为:

$$\frac{F_1}{F_0} = e^{xt_1}$$

第四章 远期与期货的运用

4.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、运用远期与期货进行风险管理

投资者常常会运用远期、期货等金融衍生工具进行投资风险的调控。

1 运用远期（期货）进行风险管理的类型

(1) 多头风险管理

多头风险管理也称买入风险管理，指预期价格上涨的交易者在期货市场买进期货以固定成本，避免将来在现货市场买进现货时给自己造成经济损失。

(2) 空头风险管理

空头风险管理也称卖出风险管理，指处于多头位置的预期价格下跌的交易者在期货市场卖出期货以固定收益，规避将来在现货市场卖出现货时给自己造成经济损失。

2 完美与不完美的套期保值

完美的套期保值是指能够完全消除价格风险的套期保值，即合约交割日，期货价格刚好与被套现货的价格相匹配。但在现实中，用于套期保值的期货与被套期保值的现货在日期、价格、数量等方面完全匹配的完美的套期保值很难实现，不能完全消除价格风险的不完美的套期保值才是常态。

不完美的套期保值主要源于基差风险和数量风险。

(1) 基差风险

① 基差公式： $b = H - G$

基差**b**表示某一时刻需要被套期保值的现货价格**H**与用以套期保值的期货价格**G**之间的价格差。

② 套期保值的收益与风险

基差主要用来分析套期保值的收益和风险：

a. 用1单位期货多头对1单位现货空头进行套期保值，其收益可以表达为：

$$(H_0 - H_1) + (G_1 - G_0) = (H_0 - G_0) - (H_1 - G_1) = b_0 - b_1 \quad (4.1)$$

b. 用1单位期货空头对1单位现货多头进行套期保值，其收益可以表达为：

$$(H_1 - H_0) + (G_0 - G_1) = (H_1 - G_1) - (H_0 - G_0) = b_1 - b_0 \quad (4.2)$$

式中：下标的0和1分别代表开始套期保值的时刻和未来套期保值结束的时刻； b_0 代表当前时刻的基差； b_1 代表套期保值结束时的基差。

b_1 可进一步分解为：

$$b_1 = H_1 - G_1 = (S_1 - G_1) + (H_1 - S_1) \quad (4.3)$$

式中： S_1 表示套期保值结束，期货头寸结清时，期货标的资产的现货价格。

如果期货的标的资产与投资者需要进行套期保值的现货是同一种资产（即 $H_1 = S_1$ ），且期货到期日就是投资者现货的交易日（根据期货价格到期时收敛于标的资产价格的原理， $S_1 = G_1$ ），就可以消除全部的价格风险，实现完美的套期保值，即 $b_1 = 0$ ，此时不存在基差风险；反之，如果期货标的资产不同于套期保值的资产，或者期货到期日不同于现货未来交易日，无法保证 $H_1 = S_1$ ， $S_1 = G_1$ ， b_1 也就不必定等于零，产生基差风险。

不完美的套期保值依然在很大程度上降低了投资风险。由于期货价格的变化往往同方向于现货价格的变化，投资者通过套期保值，将风险从现货风险变动转移到了基差风险变动，而基差变动的幅度总是远远小于现货价格的变动幅度，因此不完美的套期保值在很大程度上仍然降低了投资风险。

③ 套期保值盈利性与基差的关系（见表4-1）

表4-1 套期保值盈利性与基差的关系

套期保值类型	受益来源	条件
多头套期保值	基差减小	以下三者之一： ①现货价格涨幅小于期货价格涨幅； ②现货价格跌幅大于期货价格跌幅； ③现货价格下跌而期货价格上涨
空头套期保值	基差增大	以下三者之一： ①现货价格涨幅大于期货价格涨幅； ②现货价格跌幅小于期货价格跌幅； ③现货价格上涨而期货价格下跌

(2) 数量风险

数量风险，指投资者无法完全确定需要被套保的资产数量，或标准期货合约上的数量不能完全与现货数量匹配，从而不能完全对冲价格风险的风险。

人们通常更重视基差风险，在考虑最优套期保值比率时往往忽略数量风险。

3 远期（期货）套期保值策略

远期（期货）的套期保值策略主要包含四个要点：

(1) 合约的选择

合约品种的选择应根据流动性而定，并且应该与被套保的资产高度相关。一般而言，远期适合持有到期、定制需求，因此可选品种多，但流动性较低；期货为标准化合约，流动性强，可以提前平仓，但可选种类少。

(2) 合约到期日的选择

期货到期日与套期保值到期时间无法完全吻合时，选择比所需的套期保值月份略晚但尽量接近的期货品种，可以提前平仓，以规避风险。如果没有可以覆盖套期保值到期时间的期货合约到期时间，套期保值者可以进行“滚动的套期保值”，即使用期限较短的期货合约，到期后再买入下一到期月份的期货合约，直至套期保值的最终日期。

(3) 合约头寸方向的选择

- ① 当投资者预期价格上升，会带来不利影响时，使用多头套期保值规避价格上升带来的投资风险；
- ② 当投资者预期价格下跌，会带来不利影响时，使用空头套期保值规避价格下跌带来的投资风险。

(4) 合约交易数量的选择

即最优套期保值比率的确定，具体见下文。

4 最优套期保值比率的确定

(1) 最优套期保值比率的理解

套期保值比率是指用于套期保值的资产（如远期和期货）头寸对被套期保值的资产头寸的比率，公式表达为：

$$\text{套期保值比率} = \frac{\text{套期保值资产头寸数量}}{\text{被套期保值资产头寸数量}} \quad (4.4)$$

套期保值比率需要尽可能使得[现货 + 远期（期货）]这一资产组合免受价格波动的影响。假设套期保值者本来持有1单位现货空头，并使用n单位期货多头来套期保值，则组合的价值变动为：

$$\Delta\Pi = n\Delta G - \Delta H = n(G_1 - G_0) - (H_1 - H_0)$$

最优的套期保值比率是指使得组合价值完全不受现货价格波动影响的套期保值比率，即使得：

$$\frac{\partial(\Delta\Pi)}{\partial(\Delta H)} = 0$$

简单计算可得：

$$n = \frac{\partial(\Delta H)}{\partial(\Delta G)} = \frac{\partial r_H \times H_0}{\partial r_G \times G_0} \quad (4.5)$$

其中 r_H 、 r_G 分别表示现货和期货在套保时间段的收益率， H_0 、 G_0 表示期初价格。

在实际的套保过程中，还应考虑具体的头寸规模，即：

$$N = n \times \frac{Q_H}{Q_G} = \frac{\partial(\Delta H) \times Q_H}{\partial(\Delta G) \times Q_G} = \frac{\partial r_H \times H_0 \times Q_H}{\partial r_G \times G_0 \times Q_G} = \frac{\partial r_H \times V_H}{\partial r_G \times V_G} \quad (4.6)$$

其中： Q_H 和 V_H 分别为需要进行套期保值的现货资产头寸的数量和总价值；

Q_G 并不固定，它为用于套期保值的每份期货合约中的数量或乘数；

V_G 则为每份期货合约的合约规模。

(2) 最优套期保值比率的估计

① 最小方差套期保值比率

理论上最常使用的估计方法是最小方差套期保值比率，即使得组合价值 Π 的方差最小的比率。

套期保值组合 Π 的方差为：

$$\sigma_{\Pi}^2 = \sigma_H^2 + n^2 \sigma_G^2 - 2n\sigma_{HG} = \sigma_H^2 + n^2 \sigma_G^2 - 2n\rho_{HG}\sigma_H\sigma_G \quad (4.7)$$

其中： σ_H^2 与 σ_G^2 分别为现货价格变化 ΔH 与远期（期货）价格变化 ΔG 的方差；

σ_{HG} 为 ΔH 与 ΔG 的协方差；

ρ_{HG} 为 ΔH 与 ΔG 的相关系数。

将式（4.7）对 n 求导并令导数为零，可以得到最小方差套期保值比率为：

$$n = \rho_{HG} \frac{\sigma_H}{\sigma_G} \quad (4.8)$$

② 最小二乘法回归

在实践中，常用最小二乘法，将现货价格变动对期货价格变动做回归，即：

$$\Delta H = a + b\Delta G + \varepsilon \quad (4.9)$$

式（4.9）中的系数 b 便是最小方差套期保值比率的估计，且其与式（4.8）一致。在得到回归系数 b 之后，再根据式（4.6）调整为实际套期保值数量：

$$N = b \times \frac{Q_H}{Q_G}$$

考点二、运用远期与期货进行套利与投机

1 运用远期与期货进行套利

金融资产（远期和期货）价格与标的资产现货价格变化发生偏离时，套利者运用远期与期货进行套利，即通过在相关市场或相关合约上做出反方向交易，以期通过价差的有利变化带来收益。

2 运用远期与期货进行投机

当投机者仅根据自己对未来价格变动的预期进行交易，通过承担价格变动风险获取收益，被称为运用远期（期货）进行投机。需要强调的是，套利行为是在两个市场进行反向操作，而投机行为往往只在一个市场上进行操作。

相比于现货，远期（期货）具有引入成本低、具有杠杆效应、能提供流动性的优点，因此吸引许多投机者。

4.2 课后习题详解

1 在什么情况下进行多头风险管理或空头风险管理更合适?

答: (1) 运用多头风险管理的情况

多头风险管理即通过做多远期或期货进行风险管理。担心价格上涨的经济主体会运用多头风险管理的策略。例如, 利率上升会导致企业融资成本上升, 而企业很难通过提价把融资成本转嫁出去, 企业就面临利率上升而导致企业盈利下降甚至亏损的风险。如果企业预测未来利率上升的概率和空间较大, 它就可以通过买入利率远期来规避利率上升的风险。这样, 未来无论利率涨跌, 该企业的实际融资成本都是固定的。

(2) 运用空头风险管理的情况

空头风险管理即通过做空远期或期货市场进行风险管理。担心价格下跌的投资者会运用空头风险管理的策略。例如, 对于铁矿石企业来说, 由于成本相对固定, 铁矿石价格的下跌将使公司盈利下降甚至亏损。如果该企业预测未来铁矿石下跌的概率和空间较大, 它就可以通过卖出铁矿石远期或期货来规避铁矿石价格下跌的风险。这样, 未来无论铁矿石价格涨跌, 该公司的利润都是较为确定的。

2 请说明产生基差风险的情况, 并解释“如果不存在基差风险, 最小方差套期保值比率总为1”的观点。

答: (1) 产生基差风险的情况

基差 b 表示某一时刻需要被套期保值的现货价格 H 与用以套期保值的期货价格 G 之间的价格差。基差公式为 $b = H - G$ 。

基差主要用来分析套期保值的收益和风险:

用1单位期货多头对1单位现货空头进行套期保值, 其收益可以表达为:

$$(H_0 - H_1) + (G_1 - G_0) = (H_0 - G_0) - (H_1 - G_1) = b_0 - b_1$$

用1单位期货空头对1单位现货多头进行套期保值, 其收益可以表达为:

$$(H_1 - H_0) + (G_0 - G_1) = (H_1 - G_1) - (H_0 - G_0) = b_1 - b_0$$

式中: 下标的0和1分别代表开始套期保值的时刻和未来套期保值结束的时刻; b_0 代表当前时刻的基差; b_1 代表套期保值结束时的基差。

b_1 可进一步分解为:

$$b_1 = H_1 - G_1 = (S_1 - G_1) + (H_1 - S_1)$$

式中: S_1 表示套期保值结束, 期货头寸结清时, 期货标的资产的现货价格。

如果期货的标的资产与投资者需要进行套期保值的现货是同一种资产 (即 $H_1 = S_1$), 且期货到期日就是投资者现货的交易日 (根据期货价格到期时收敛于标的资产价格的原理, $S_1 = G_1$), 就可以消除全部的价格风险, 实现完美的套期保值, 即 $b_1 = 0$, 此时不存在基差风险; 反之, 如果期货标的资产不同于套期保值的资产, 或者期货到期日不同于现货未来交易日, 无法保证 $H_1 = S_1$, $S_1 = G_1$, b_1 也就不必定等于零, 产生基差风险。

(2) 题中所述观点正确

不存在基差风险意味着在到期时刻 ($t = 1$) 时, $b_1 = H_1 - G_1$ 是已知的, 两边同时求微分:

$$0 = dH_1 - dG_1$$

即 $dH_1 = dG_1$ ，意味着现货价格和期货价格同步变动，完全正相关。

又有初始价格 H_0 、 G_0 为常数，因此最优套期保值比率为：

$$n = \frac{\partial(\Delta H)}{\partial(\Delta G)} = \frac{\partial H_1}{\partial G_1} = 1$$

3 “如果最小方差套期保值比率为1，则这个套期保值一定是完美的。”这一观点正确吗？请解释原因。

答：这一观点错误，原因在于：

完美的套期保值是指能够完全消除价格风险的套期保值，完美的套期保值的实现需要期货与现货在日期、价格、数量等方面完全匹配。当最小方差套期保值比率为1时，说明套保组合可能不存在基差风险。但是，最小方差套期保值比率公式没有考虑数量风险，投资者无法完全确定需要被套保的资产数量，或标准期货合约数量不能完全与现货数量匹配，从而不能完全对冲价格风险。因此，最小方差套期保值比率等于1并不意味着数量风险也不存在。

此外，当最小方差套期保值比率 $n = \rho_{HG} \frac{\sigma_H}{\sigma_G} = 1$ 时，也只意味着可能消除了基差风险，但并非必然。事实上，只

要 $\frac{\sigma_H}{\sigma_G} = \frac{1}{\rho_{HG}}$ ，就能保证 $n = 1$ ，此时，可能基差风险（因为相关系数不一定为1）和数量风险都存在，投资者也不能实现完美的套期保值。

4 请解释完美套期保值的含义，并回答：“完美的套期保值的结果就一定比不完美的套期保值好吗？”

答：（1）完美套期保值的含义

完美的套期保值是指能够完全消除价格风险的套期保值。例如：期货标的资产与投资者需要进行套期保值的现货是同一种资产，且期货到期日就是投资者现货交易日。

（2）完美的套期保值并不一定比不完美的套期保值好，它虽然消除了价格变动风险，使收益更具确定性，但为此需要牺牲获得更高收益的机会。例如，一家公司对其持有的一项资产进行套期保值，假设资产的价格呈现上升趋势，此时，完美的套期保值完全抵消了现货市场上资产价格上升所带来的收益；而不完美的套期保值有可能仅仅部分抵消了现货市场上的收益，所以不完美的套期保值有可能产生更好的结果。

5 某航空公司预计在1个月后将需要购买200万加仑的飞机燃料油并决定用取暖油（heating oil）期货来进行对冲，一份期货合约规模为42000加仑。假设飞机燃料每加仑油价变化为 ΔH ，用于对冲的取暖油期货价格变化为 ΔG 。为了估计最小方差套期保值比率，获取15个样本数据，将第 i 个 ΔH 和 ΔG 的观察值分别记为 y_i 和 x_i 。样本数据显示， $\Sigma y_i = 0.003$ ， $\Sigma y_i^2 = 0.0097$ ， $\Sigma x_i = -0.013$ ， $\Sigma x_i^2 = 0.0138$ ， $\Sigma x_i y_i = 0.0107$ 。请问：最优套期保值数量是多少？

答：设一元线性回归方程为 $\Delta H = a + b\Delta G + \epsilon$ ，则计算可得最小方差套期保值比率 b ：

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^{15} x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{0.0107 - 15 \times (-0.013 / 15) \times (0.003 / 15)}{0.0138 - 15 \times \left(\frac{-0.0138}{15} \right)^2} \approx 0.78$$

因此，最优套期保值数量 $N = b \times Q_H / Q_G = 0.78 \times 2000000 / 42000 = 37.14 \approx 37$ （份）。

航空公司应持有37份暖油期货多头，以实现套期保值。

6 假设某投资公司有20000000美元的股票组合，他想运用标准普尔500指数期货合约在未来一个月对该组合进行套期保值。假设目前指数为1080，股票组合收益率的月标准差为1.8，标准普尔500指数期货收益率的月标准差为0.9，两者间的相关系数为0.6。问如何进行套期保值操作？

答：该投资者当前持有资产，应进行卖出套期保值，最优套期保值比率为：

$$n = \rho_{HG} \frac{\sigma_H}{\sigma_G} = 0.6 \times \frac{1.8}{0.9} = 1.2$$

应持有的标准普尔500指数期货合约空头的份数为：

$$N = 1.2 \times \frac{20000000}{250 \times 1080} = 88.9 \approx 89(\text{份})$$

7 假设投资者A于2020年1月2日进行中国金融期货交易所的沪深300指数期货交易，开仓买进6月到期沪深300指数期货合约2手，均价4160.0点。假设初始保证金和维持保证金比例均为10%，请问：该投资者需提交多少保证金？

答：在期货交易开始之前，期货的买卖双方都必须在经纪公司开立专门的保证金账户，并存入一定数量的保证金，这个保证金也称为初始保证金。初始保证金是根据交易额和保证金比率确定的，即初始保证金 = 交易金额 × 保证金比率。

当保证金账户的余额低于交易所规定的维持保证金水平时（维持保证金水平通常低于初始保证金水平），经纪公司就会通知交易者限期内把保证金水平补足到初始保证金水平，否则就会被强制平仓。

因此，该投资者需提交的保证金数为：4160 × 300 × 2 × 10% = 249600（元）。

8 请按照教材案例4.4的格式根据实际市场数据计算2020年10月9日和10月10日IF2006保证金变动情况。

答：非常抱歉，此题暂不提供答案。

9 在2015年股灾中，中国的股指期货受到很大的冲击，监管层几乎暂停了股指期货的正常运行，使其在3个月内成交量下跌99%。事实上，美国和日本的股指期货也曾经遭到过严重的批评。请查找相关历史资料及其之后的市场变迁情况，在对比后谈谈作为专业人士，你是如何看待这个问题的。

答：（1）中国期货市场发展历程

① 起步探索阶段（1988 ~ 1993年）

该阶段是我国改革开放时期，价格改革使得农产品价格产生剧烈波动，买卖困难问题此消彼长，因此有学者提出建立期货市场，解决体系波动问题，促使资源合理利用。这是我国期货市场的开端。

② 治理整顿阶段（1993 ~ 2000年）

由于人们对期货市场的认识存在偏差，缺乏统一管理和规范的制度，使得期货市场一度陷入无序状态，影响其功能发挥。为了解决这一问题，国务院和有关政府部门先后颁布一系列法律法规，例如《期货交易管理暂行条例》《期货经纪公司管理办法》等。2000年12月，中期协正式成立，标志着中国期货行业自律组织诞生，规范发展成为中国期货市场的主题。

③ 规范发展阶段（2000～2010年）

进入21世纪以来，“稳步发展”成为中国期货市场的主题。在这一阶段，中国期货市场走向法制化和规范化，监管体制和法规体系不断完善，新的期货品种不断推出，期货交易量实现恢复性增长后连创新高，积累了服务产业及国民经济发展的初步经验，具备了在更高层次服务国民经济发展的能力。

④ 全面发展阶段（2010年至今）

2011年以来，中国改革开放进入全面深化阶段。在这段时期内，中国期货市场品种不断拓宽，业务模式不断创新，国债期货正式起步，场内期权也正式走向市场。从商品期货到金融期货，从期货交易到期权交易，由场内交易开放到场外交易，境外市场的开发，中国期货市场进入全面发展阶段。

（2）股灾与股指期货市场

2015年6月，伴随着股指暴跌，股指期货市场频频出现巨大卖盘，三大期指特别是IC1507（2015年7月交割的中证500股指期货合约）频触跌停，期指市场被认为是股票价格的发现者，对股价有引导作用，可以带动股市杀跌，股价暴跌与期指市场的恶意做空或许有关。恶意做空的演进路径可以归结为：IC1507率先砸盘，直接带动中证500成份股跌停，引发场外融资盘和场内两融的融资盘被迫平仓，公募基金也遭到赎回。因为涨停板限制，先跌停的股票卖不出去，只能卖出尚未跌停的股票，从而引发A股市场的大面积跌停。

（3）深层次原因分析

① 杠杆的过度、无序应用和金融产品监管不完善导致监管层难以实时监测、量化股票市场的风险状况，是2015年股市异常波动的最重要原因。

② 市场机制多空不协调导致积累了大量风险，同时对金融衍生品和套利对冲等金融工具运用不力，阻碍了股票市场自身功能的正常发挥。

③ 交易机制方面的设计缺陷加剧了本次股票市场异动的幅度。

④ 投资者结构散户化问题突出，投资理念偏短视，价值投资理念弱化，羊群效应明显。

⑤ 新股发行制度、上市公司行为规范等方面存在一些漏洞。

⑥ 媒体言论成为牛市思维助推器，未在舆论监督和市场净化中发挥应有的作用。

（4）措施

① 吸取本轮股市波动教训，着力建立市场健康发展的长效机制，从而提升市场信心。

② 建立国家金融危机应对机制，并在法律中予以明确。

③ 正确运用衍生产品等创新金融工具，完善市场定价和风险管理建设。

④ 创业板等泡沫过大，部分程度上源于发行控制，应积极推进股票发行注册制度改革，恢复新股发行。

⑤ 建立舆情分析监测反馈机制，正确引导舆论导向。

4.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

1 基差风险[南开大学2023年研]

答：基差风险是指由于期货合约的标的指数与进行套期保值的股票组合资产不完全一致，以及买卖股票组合的时间与期货合约到期日不完全一致等原因所导致的风险。

2 多头套期保值[南京大学2022年研]

答：多头套期保值是指套期保值者通过在期货市场建立多头头寸，预期对冲其现货商品或资产空头，或者未来将买入的商品或资产的价格上涨风险的操作。

多头套期保值的操作，主要适用于以下情形：① 预计在未来要购买某种商品或资产，购买价格尚未确定时，担心市场价格上涨，使其购入成本提高；② 目前尚未持有某种商品或资产，但已按固定价格将该商品或资产卖出（此时处于现货空头头寸），担心市场价格上涨，影响其销售收益或者采购成本；③ 按固定价格销售某商品的产成品及其副产品，但尚未购买该商品进行生产（此时处于现货空头头寸），担心市场价格上涨，购入成本提高。

二、简答题

1 简述远期合约的缺陷及期货市场成功的原因。[南开大学2011年研]

答：（1）远期合约的缺陷

远期交易是指买卖双方签订远期合同，规定在未来某一时间进行实物商品交收的一种交易方式。

远期交易方式在交易过程中会有一系列困难，如商品品质、等级、价格、交货时间、交货地点等都是根据双方的具体情况一对一达成的，当双方情况或市场价格发生变化，需要转让已签订的合同，则非常困难。另外，远期交易最终能否履约主要依赖对方的信誉，而对对方信誉状况做全面细致的调查，费时费力，且成本较高，难以进行，使交易中的风险增大。

（2）期货市场成功的原因

期货市场是进行期货交易的场所，它由远期现货市场发展而来，是与现货市场相对应的组织化和规范化程度更高的市场形态。期货市场成功的原因主要有以下几个方面：

① 期货合约是由交易所统一制定的标准化远期合约。在合约中，标的物的数量、规格、交割时间和地点等都是既定的。这种标准化合约给期货交易带来极大的便利，交易双方不需要事先对交易的具体条款进行协商，从而节约了交易成本、提高了交易效率和市场流动性。

② 期货交易实行场内交易，所有买卖指令必须在交易所内进行集中竞价成交。只有交易所的会员方能进场交易，其他交易者只能委托交易所会员，由其代理进行期货交易。

③ 期货交易实行保证金制度。交易者在买卖期货合约时按合约价值的一定比率缴纳保证金（一般为5%~15%）作为履约保证，即可进行数倍于保证金的交易。这种以小博大的保证金交易，也被称为“杠杆交易”。期货交易的这一特征使期货交易具有高收益和高风险的特点。保证金比率越低，杠杆效应就越大，高收益和高风险的特点就越明显。

④ 期货交易采用双向交易方式。交易者既可以买入建仓（或称开仓），即通过买入期货合约开始交易，也可以卖出建仓，即通过卖出期货合约开始交易。前者也称为“买空”，后者也称为“卖空”。双向交易给予投资者双向的投资机会，也就是在期货价格上升时，可通过低买高卖来获利；在期货价格下降时，可通过高卖低买来获利。

⑤ 交易者在期货市场建仓后，大多并不是通过交割（即交收现货）来结束交易，而是通过对冲了结。买入建仓后，可以通过卖出同一期货合约来解除履约责任；卖出建仓后，可以通过买入同一期货合约来解除履约责任。对冲了结使投资者不必通过交割来结束期货交易，从而提高了期货市场的流动性。

⑥ 期货交易实行当日无负债结算，也称为逐日盯市。结算部门在每日交易结束后，按当日结算价对交易者结算所有合约的盈亏、交易保证金及手续费、税金等费用，对应收应付的款项实行净额一次划转，并相应增加或减少保证金。如果交易者的保证金余额低于规定的标准，则须追加保证金，从而做到“当日无负债”。当日无负债可以有效防范风险，保障期货市场的正常运转。

⑦ 期货市场具有风险规避、价格发现和资产配置的功能。期货交易是众多的买主和卖主根据期货市场的规则，通过公开、公平、公正、集中竞价的方式进行的期货合约的买卖，易于形成一种真实而权威的期货价格，指导企业的生产经营活动，同时又为套期保值者提供了回避、转移价格波动风险的机会。由于期货可以与其他资产对冲以及期货市场的杠杆机制、保证金制度使得投资期货更加便捷和灵活，期货市场具有资产配置的功能。

⑧ 期货市场在宏观经济中的作用包括：a. 提供分散、转移价格风险的工具，有助于稳定国民经济；b. 为政府制定宏观经济政策提供参考依据；c. 促进本国经济的国际化；d. 有助于市场经济体系的建立与完善。

⑨ 期货市场在微观经济中的作用包括：a. 锁定生产成本，实现预期利润；b. 利用期货价格信号，组织安排现货生产；c. 期货市场拓展现货销售和采购渠道；d. 期货市场促使企业关注产品质量问题。

由于上述期货交易的特点、期货市场的功能及作用，使得期货市场获得成功。

2 一家公司不太确定在将来收入或支出某笔外汇的时间，它可以同银行商定一种远期合约，在远期合约中注明可以交割的时间区间。公司想保留选择交割时间的权利以便保证同自身现金流的吻合。假设你处在银行的位置，你会如何对这家公司需要的产品来定价？

答：银行对该产品的定价很有可能是基于这样的假定，即该公司将会选择最不利于银行的交割日。

如果外币利率高于本币利率，那么：

- (1) 如果公司持有多头头寸，将会选择最早的交割日进行交割；
- (2) 如果公司持有空头头寸，将会选择最晚的交割日进行交割。

如果外币利率低于本币利率，那么：

- (1) 如果公司持有多头头寸，将会选择最晚的交割日进行交割；
- (2) 如果公司持有空头头寸，将会选择最早的交割日进行交割。

从纯财务的角度来看，公司选择一个次优的交割日银行就能够获利。

3 当一家公司采用远期合约对将来已知的外汇现金流支出进行对冲时，就不存在汇率风险。而当采用期货合约来对外币对冲时，按市场定价的方式会使得公司有一定的风险敞口。解释这种风险的实质。尤其当出现以下4种情况时，公司使用期货合约和远期合约哪种形式会更好？

- (1) 在合约的期限内，外汇迅速贬值；
- (2) 在合约的期限内，外汇迅速升值；
- (3) 外汇先升值，然后贬值到它的初始水平；
- (4) 外汇先贬值，然后升值到它的初始水平。

在分析中，假设远期价格等于期货价格。

答：总的来说，远期合约的收益或损失和相应期货合约的收益或损失是一样的。但是两种合约现金流的计量时间是不同的，当考虑现金流的时间价值时，期货合约的价值有可能大于也有可能小于远期合约的价值。当然公司事先不知道到底哪一个会更好，远期合约的多头可以提供完美的保值，而期货合约的多头的保值却有些缺陷。

(1) 若在合约有效期内外币迅速贬值，远期合约的方式更好些。此时，公司显然在套期保值上会有损失。但是，采用远期合约保值的话，总的损失要在最后才结算。而期货合约保值，损失要一天一天地结算。从现值的角度考虑，前者要更好一些。

(2) 若在合约有效期内外币迅速升值，期货合约稍微好一些。公司显然能从套期保值中获利。但是，采用远期合约保值的话，总的收益要在最后才结算。而期货合约保值，收益要一天一天地结算。从现值的角度考虑，后者要更好一些。

(3) 若外币先升值，之后跌回初始水平，期货合约稍微好一些。因为期货合约可以早些得到正的现金流，晚些付出负的现金流。

(4) 若外币先贬值，之后升回初始水平，远期合约的方式更好些。因为如果采用期货合约，开始的现金流是负的，后来的现金流是正的。

4 采用期货合约对冲会产生基差风险，这句话的含义是什么？

答：基差风险源于对冲者对于对冲到期时即期价格与期货价格间差异的不确定性。在对冲中，基差的定义如下：基差 = 被对冲资产的即期价格 - 用于对冲的期货合约的价格。

如果要进行对冲的资产与期货的标的资产一致，在期货到期日基差应为0。在到期之前，基差可能为正，也可能为负。对于快到期的合约而言，即期价格是非常接近期货价格的。

5 一个玉米农场主有以下观点：“我不采用期货来对冲我面临的风险，我的真正风险并不是玉米价格的变化，我所面临的真正风险是气候可能会使我颗粒无收”。讨论这一观点，这位农场主是否应该估计玉米预期产量，然后采用对冲策略来锁定价格？

答：如果气候变化使得将收获的玉米数量有很大的不确定性，农场主就不应该基于预期产量持有期货合约空头来对冲价格风险。原因如下：假设气候很坏，产量低于预期。其他的农场主可能也会有类似的影响。玉米的总产量下降，这会致玉米价格相应的升高。相对于实际的玉米产量，该农场主很有可能会“过度对冲”。由此，期货合约空头的损失将会恶化由于坏天气给农场主带来的影响。这里强调了在采取对冲策略时全面考虑风险的重要性。该农场主质疑的正是对冲价格风险的同时忽视其他风险是否是个好的策略，因而这种质疑是正确的。

三、计算题

1 设纽约市场的年利率为8%，伦敦市场年利率为6%，即期汇率为 £1 = \$1.6025 - 1.6035，3个月升贴水为30-50点，若某投资者拥有10万英镑，问应投放在哪个市场，获利有什么差别？[南京大学2011年研]

答：若投放伦敦市场，利息收益 $R = 100000 \times (6\%/4) = 1500$ (英镑)

若投放纽约市场，3个月后远期汇率为 £1 = \$1.6055 - 1.6085

最大利息收益 $R_{\max} = 100000 \times 1.6035 \times (8\%/4) / 1.6055 = 1997.5$ (英镑)

最小利息收益 $R_{\min} = 100000 \times 1.6025 \times (8\%/4) / 1.6085 = 1992.5$ (英镑)

故应当投资在纽约市场，获利在1992.5 ~ 1997.5英镑之间。

2 一位交易员的长期投资组合中包含一种既不提供收入，也不需要贮存费用的商品。交易员能够以每盎司1250美元的价格买入商品，以每盎司1249美元的价格卖出商品。交易员能够以每年6%的利率借入资金，并以每年5.5%的利率借出资金（这里的利率均为按年复利）。当期货价格在什么范围时，交易员没有套利机会。假设远期价格的买入价和卖出价相同。

答：假定 F_0 是商品的一年期远期价格，如果 F_0 相对较高，该交易员可以以6%的利率借入1250美元，买入一盎司商品然后承诺一个在一年后以 F_0 的价格卖出商品的远期合约。一年后的利润为：

$$F_0 - 1250 \times 1.06 = F_0 - 1325$$

如果 F_0 相对较低，该交易员可以1249美元的价格卖出一盎司商品，按5.5%的回报率进行投资，并承诺一个以 F_0 的价格买回商品的远期合约。则一年后的利润（如果始终将商品持有在投资组合中）为：

$$1249 \times 1.055 - F_0 = 1317.695 - F_0$$

这表明，如果远期价格处于1317.695美元到1325美元之间，则不存在套利机会。

3 假设在8月1日，某证券组合经理的债券组合价值为1000万美元。在10月份债券组合的久期将为7.1年。12月份国债期货在目前的价格为91-12，并且最便宜可交割债券在期货到期时的久期为8.8年。组合经理如何能使债券价值在两个月里对利率变化得到免疫？

答：证券组合经理应当卖出国债期货。一份期货合约的价值为 $(91 + 12/32) \times 1000 = 91375$ （美元）。如果债券价格下降，期货头寸会带来相等的收益。应当卖出的期货合约的数量为：

$$(10000000 \times 7.1) / (91375 \times 8.8) \approx 88 \text{ (份)}$$

四舍五入得，总共应当卖出88份合约。

4 假设一家公司持有价值为2000万美元、beta值为1.2的股票组合。该公司想利用股指期货来对冲风险。股指期货的当前水平是1080，每一份期货合约的交割价为250美元乘以股指。什么样的对冲可以使风险极小化？公司怎么做才可以将组合的beta值降低到0.6？

答：应卖空的合约数量为：

$$N^* = \beta V_A / V_F = 1.2 \times 20000000 / (1080 \times 250) = 88.89 \approx 89$$

取整后，应卖空的合约数为89份。如果欲将beta值降低到0.6，应卖空的合约数为前者的一半，即应卖空44份合约。

5 一家公司希望通过汽油期货来对冲一种新燃料的价格变化风险，已知新燃料价格变化与汽油期货价格变化的相关系数为0.6。在未来3个月里，当新燃料每加仑价格上涨1美分时，该公司会损失100万美元；新燃料价格变化的标准差比汽油期货价格的标准差高50%。如果用汽油期货来对冲，对冲比率是多少？如果将公司的风险敞口以新燃料加仑数量计算，风险敞口是多少？该公司应该持有有什么样的汽油期货头寸（以加仑为单位）？需要交易多少份汽油期货合约？每份合约的标的是42000加仑汽油。

答：（1）对冲比率是指持有期货合约的头寸大小与资产风险暴露数量大小的比率，当采用交叉对冲时，对冲者所采用的对冲比率应使得被对冲后头寸的价格变化方差达到极小。

设 h^* 是最小方差对冲比率， σ_s 为需要对冲的新燃料价格变化的标准差； σ_f 为用来对冲的汽油期货的期货价格变化的标准差， ρ 为新燃料价格变化与汽油期货价格变化的相关系数，根据题意可知， $\sigma_s = (1 + 50\%) \sigma_f$ ，则对冲比率为：

$$h^* = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_f} = 0.6 \times \frac{(1+50\%) \sigma_f}{\sigma_f} = 0.9$$

(2) 由于新燃料价格每上涨1美分，该公司就会损失100万美元，所以该公司对新燃料的风险暴露为：

$$Q_s = 1000000/0.01 = 100000000 \text{ (加仑)}$$

(3) 由于现货新燃料价格上升导致该公司受损，所以该公司应该持有汽油期货的多头头寸。由新燃料的价格变化与汽油期货的价格变化的相关系数可知，现货新燃料的价格与汽油期货的价格是正相关关系，即当新燃料价格上升时，原油期货的价格也会上升，因而该公司会从持有的原油期货多头头寸中得到收益，以用来对冲现货新燃料价格上升带来的损失。

该公司应该持有的汽油期货的头寸为：

$$h^* \times Q_s = 0.9 \times 100000000 = 90000000 \text{ (加仑)}$$

(4) 需要的汽油期货合约份数 = $90000000/42000 \approx 2143$ (份)

6 假定今天是7月16日，一家公司持有价值1亿美元的股票组合，组合的 β 为1.2，这家公司希望采用CME的12月标普500股指期货将组合在7月16日至11月16日之间变化的 β 由1.2变成0.5。当前股指期货价格为2000，每一份期货合约的规模是250美元与股指的乘积。

(1) 公司应做什么样的交易？

(2) 假如公司改变初衷而想将投资组合的 β 值由1.2增加到1.5，公司应持什么样的头寸？

答：(1) 公司应该卖出的期货合约的数量：

$$(1.2 - 0.5) \times 100000000 / (2000 \times 250) = 240 \text{ (份)}$$

(2) 公司应该买入的期货合约的数量：

$$(1.5 - 1.2) \times 100000000 / (2000 \times 250) = 60 \text{ (份)}$$

7 一位基金经理持有价值为5000万美元、 β 等于0.87的股票组合。该经理担心在今后两个月内市场的表现，因此打算采用一个风险分散很好的指数上3个月期限的期货合约来对冲其风险。股指的当前水平为1250，期货合约的规模是250美元乘以股指，无风险利率为每年6%，股息收益率为每年3%，当前3个月期限的期货价格为1259。

(1) 基金经理应采用什么样的头寸来对冲今后两个月内的市场风险？

(2) 当股指在两个月后分别为1000、1100、1200、1300和1400时，你的策略对于基金经理的收益影响会如何？假定1个月期的期货价格比现在的股指水平高0.25%。

答：(1) 该基金经理应该卖出的期货合约数为：

$$N^* = \beta V_A / V_F = 0.87 \times 50000000 / (1259 \times 250) = 138.20 \approx 138 \text{ (份)}$$

因此，基金经理应该卖出138份期货合约。

(2) 表4-2展示了对冲策略对基金经理收益的影响。以第一列为例对计算过程进行说明。如果两个月后股指为1000，期货合约的价格就是 $1000 \times 1.0025 = 1002.50$ (美元)。空头收益为：

$$(1259 - 1002.50) \times 250 \times 138 = 8849250 \text{ (美元)}$$

股票产生的股息收益率为 $3\% \times 2/12 = 0.5\%$ ，资本利得收益率为 $-250/1250 = -20\%$ 。所以，市场收益率为 -19.5% 。两个月期的无风险收益率为 1% ，所以市场的收益率高出无风险收益率 -20.5% 。根据资本资产定价模型（CAPM），该投资组合的期望收益率高出无风险收益率 $0.87 \times (-20.5\%) = -17.835\%$ 。所以投资组合的收益率为 -16.835% 。该投资组合的损失为 $0.16835 \times 50000000 = 8417500$ （美元）。将这些损失同持有股指期货收益加总得到的总的收益是 431750 美元。

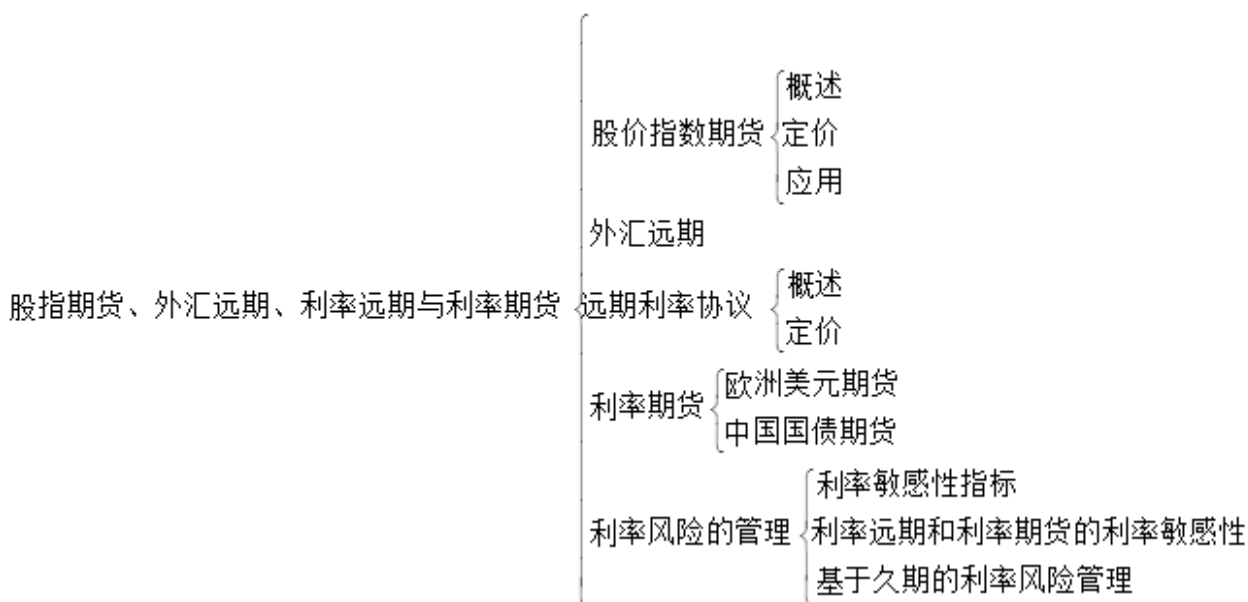
表4-2 对冲策略对基金经理收益的影响

两个月时的股指价格	1000	1100	1200	1300	1400
期货合约的价格(美元)	1002.50	1102.75	1203.00	1303.25	1403.50
股指期货的收益(美元)	8849250	5390625	1932000	-1526625	-4985250
市场收益	-19.5%	-11.5%	-3.5%	4.5%	12.5%
两个月时的股指价格	1000	1100	1200	1300	1400
市场收益超无风险收益率部分	-20.5%	-12.5%	-4.5%	3.5%	11.5%
组合收益超无风险收益率部分	-17.835%	-10.875%	-3.915%	3.045%	10.005%
投资组合的收益率	-16.835%	-9.875%	-2.915%	4.045%	11.005%
投资组合的损失(美元)	-8417500	-4937500	-1457500	2022500	5502500
投资组合的收益(美元)	431750	453125	474500	495875	517250

第五章 股指期货、外汇远期、利率远期与利率期货

5.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、股指期货期货

1 股指期货期货概述 (见表5-1)

表5-1 股指期货期货概述

要点	具体内容
股价指数	股票价格指数是为度量和反映股票市场总体价格水平及其变动趋势而编制的相对指标
股指期货	在合约中双方约定在未来的某个特定日期, 按照事先确定的股价指数, 进行标的指数的买卖, 到期后通过现金结算差价来进行交割
股指期货的特殊性质	①交割方式采用现金结算而非实物交割; ②合约规模不固定, 等于初始股指点数×一个点数代表的金额

2 股指期货的定价

不存在套利机会时，股指期货与股指现货的价格关系为：

$$F = Se^{(r-q)(T-t)}$$

3 股指期货的应用

(1) 指数套利

当股指期货价格偏离理论定价时，存在套利机会，套利者进入市场进行低买高卖套利，原理与股票套利相同。股指期货套利往往采用计算机程序完成。

(2) 套期保值

① 多头套期保值与空头套期保值

运用股指期货进行套期保值，所涉及的风险是股票市场的系统性风险。股指期货的标的资产是特定的市场指数，而被套期保值的对象则不唯一。

② 股指期货的最小方差套期保值比率

股指期货的最小方差期货套期保值比率为：

$$n = \rho_{HG} \frac{\sigma_H}{\sigma_G}$$

其中：H表示被套期保值的股票（指数）价格；G表示用以套期保值的股指期货价格。

最小二乘法回归估计法同样适用于股指期货：

$$r_H = a + b'r_G + \varepsilon$$

估计系数b'即最小方差套期保值比率的估计值，且上述回归方程的 R^2 可以用于检验股指期货套期保值的有效性。股指期货的最小方差套期保值数量为：

$$N = b' \times \frac{V_H}{V_G}$$

CAPM中衡量股票系统性风险的 β 系数的公式为：

$$\beta = \frac{\sigma_{r_i r_M}}{\sigma_{r_M}^2} = \rho_{r_i r_M} \frac{\sigma_{r_i}}{\sigma_{r_M}}$$

在以下两个条件满足的情况下，CAPM中的 β 近似于最小方差套期保值率 n ，从而使得总组合的系统性风险为零：

- r_M 所表示的市场指数组合与用于套期保值的股指期货价格变动一致；
- 套期保值期间，被套期保值的股票组合的 β 系数能反映系统性风险的大小。

③ 改变投资组合的系统性风险暴露

投资者可以利用股指期货，改变股票投资组合的 β 系数为自身偏好的 β 系数。具体操作如下：

设定股票组合的原 β 系数为 β ，目标 β 系数为 β^* ，套期保值比率就应该为 $\beta^* - \beta$ 。则需要交易的股指期货份数为：

$$(\beta^* - \beta) \frac{V_H}{V_G}$$

当前文所述的两个条件不成立时， β 系数不是股指期货最小方差套期保值比率 b' 的一个良好近似，就需要对其进行改善：

$$\frac{(\beta^* - \beta) V_H}{\beta / b' V_G}$$

考点二、外汇远期

远期外汇合约是指买卖外汇的双方先签订远期合同，规定未来买卖外汇的数量、汇率和交割时间，到了规定的交割日期双方按合同规定进行外汇交易。一些标的货币受到管制，合约到期时使用其他国际货币阶段盈亏，这类合约称为“不可交割远期”，另一类到期可以使用本金交割的合约称为“可交割远期”。

远期外汇合约的价值为：

$$f = S e^{-r_f(T-t)} - K e^{-r(T-t)}$$

远期汇率为：

$$F = S e^{(r-r_f)(T-t)}$$

其中： r_f 为外币的无风险利率，可视作持有外汇的连续复利收益率； R 为本币的无风险利率。

上式就是国际金融中的“利率平价关系”，表明：若外汇的无风险利率小于本国的无风险利率（ $r_f < r$ ），则该外汇的远期和期货汇率应大于现货汇率，远期升水；反之，远期贴水。

考点三、远期利率协议

1 远期利率协议概述

远期利率协议（FRA）是一种远期合约，买卖双方商定一个从将来某一时间点（指利息起算日）开始的一定期限内的协议利率，并确定以某种市场利率作为参照利率，在将来利息起算日按协议利率在一定期限内借贷某种货币的本金额，由当事人一方向另一方支付协议利率与参照利率利息差的贴现额。

FRA的多方为利息支付者，即名义借款人，看空利率，规避利率上升的风险；FRA的空方则是利息获得者，即名义贷款人，看多利率，规避利率下降的风险。

2 远期利率协议的定价

(1) 远期利率

远期利率指当前的未来一定期限的利率。与其对应的是即期利率，即当前的即刻起一定期限的利率。

假设现在时刻为 t ， T 时刻到期的即期利率为 r ， T^* 时刻（ $T^* > T$ ）到期的即期利率为 r^* ，则 t 时刻的 $T^* - T$ 期间的远期利率 r_F ，按照无套利定价法，有如下关系：

$$e^{r(T-t)} \times e^{r_F(T^*-T)} = e^{r^*(T^*-t)}$$

依次可得：

$$r_F (T^* - T) = r^* (T^* - t) - r (T - t)$$

$$r_F = \frac{r^* (T^* - t) - r (T - t)}{(T^* - T)}$$

$$r_F = \frac{r^* (T^* - T) + r^* (T - t) - r (T - t)}{T^* - T} = r^* + (r^* - r) \frac{T - t}{T^* - T}$$

从以上式子可以得出，如果即期利率期限结构在 $T^* - T$ 期间是向上倾斜的，即 $r^* > r$ ，则远期利率大于即期利率， $r_F > r^*$ ；如果即期利率期限结构在 $T^* - T$ 期间是向下倾斜的，即 $r^* < r$ ，则远期利率小于即期利率， $r_F < r^*$ 。

(2) 远期利率的套利操作（见表5-2）

表5-2 远期利率的套利操作

	$r_F (T^* - T) > r^* (T^* - t) - r (T - t)$	$r_F (T^* - T) < r^* (T^* - t) - r (T - t)$
t时刻	①一次性以 r^* 借入到期日为 T^* 的贷款A元； ②将A以 r 贷出至T时刻； ③签订一份期限为 $T^* - T$ 、远期利率为 r_F 的FRA，贷出金额为 $A \times e^{r(T-t)}$	①以 r 借入到期日为T的贷款A元； ②签订一份期限为 $T^* - T$ 的FRA，约定在T时刻以 r_F 借入 $A \times e^{r(T-t)}$ 元到 T^* 时刻； ③将借入的A元以 r^* 贷出至 T^* 时刻
T时刻	①收到贷款本息 $A \times e^{r(T-t)}$ ； ②执行FRA将 $A \times e^{r(T-t)}$ 按 r_F 贷出	①执行FRA，以 r_F 借入 $A \times e^{r(T-t)}$ 单位的资金； ②正好还掉第一笔借款
T^* 时刻	①从FRA贷款中收回 $Ae^{r(T-t)} \times e^{r_F(T^*-T)}$ ； ②还掉长期贷款本息 $Ae^{r^*(T^*-t)}$ ，获得无风险收益	①收回长期贷款本息 $Ae^{r^*(T^*-t)}$ ； ②还回FRA借款本金 $Ae^{r(T-t)} \times e^{r_F(T^*-T)}$ ，获得无风险收益
结果	r 与 r_F 趋于下降， r^* 趋于上升	r 与 r_F 趋于上升， r^* 趋于下降
	$r_F (T^* - T) = r^* (T^* - t) - r (T - t)$	

(3) 远期利率协议的价值

假设时刻 t 的两个远期利率协议，它们的名义本金均为 A ，约定的未来期限均为 $T^* - T$ ，第一个FRA的协议利率采用市场远期利率 r_F ，第二个FRA的协议利率为 r_K 。那么， t 时刻第二个FRA与第一个FRA的价值差异就是 T^* 时刻不同利息支付的现值，公式如下：

$$[Ae^{r_F(T^*-T)} - Ae^{r_K(T^*-T)}]e^{-r^*(T^*-t)}$$

由于第一个FRA理论价值为零，此式子也表示第二个FRA的价值。

考点四、利率期货

1 利率期货概述

利率期货合约的标的资产为对利率敏感的证券。

利率远期和利率期货本质相同，但是交易所制度使其产生差别，如表5-3所示。

表5-3 远期利率协议与利率期货的差异

分类依据	远期利率协议	利率期货
报价	远期利率	通常报价并非期货利率，而是与期货利率反向变动的特定价格，期货利率隐含在报价中
结算金额	计息期末 T^* 时刻利差的贴现值	期货到期 T 时刻（即计息期初）协议价与市场价的差别
结算制度	无	每日盯市结算与保证金制度
规避风险	远期利率协议的多头是规避利率上升风险的一方	利率期货的多头则是规避期货价格上升风险，即规避利率下跌风险的一方
结算方式	现金结算	可能需要实物交割，期货交易所通常规定多种符合标准的不同证券用以交割

2 欧洲美元期货

(1) 欧洲美元

欧洲美元是指存放于美国境外的非美国银行或美国银行境外分支机构的美存款。

(2) 欧洲美元期货报价方式

欧洲美元期货是短期的利率期货，3个月的欧洲美元利率期货相关的利率是3个月的LIBOR。

欧洲美元期货的报价是以“100 - 期货利率×100”给出的，市场称之为“IMM指数”。

3 中国国债期货

国债期货除了一般的期货性质外，还具有以下特点：标的资产不唯一，只要是满足特定特征的类似债券都可用于期货交割；采用与现货相同的净价报价、全价交割机制；标的债券存在在期货合约期限内付息的现象。

我国国债期货在中国金融期货交易所（中金所）交易，分为短（2年期）、中（5年期）、长期（10年期）三种。以5年期国债期货为例：中金所交易的5年期国债期货的标的资产的是面值100万元、票面利率为3%的中期国债，可交割国债为合约到期月份首日剩余期限为4~5.25年的记账式付息国债。其合约月份一般为最近三个季月。

(1) 国债现货和期货的净价与全价

国债期货的报价与现货一致，所报价格是100元面值债券的价格。

全价包括利息以及报价：

全价 = 净价（报价） + 上一个付息日以来的应计利息

(2) 交割券、标准券与转换因子

① 交割券

中金所规定，交易的空头方可以选择发行期限不高于7年、在合约到期月份首日剩余期限为4~5.25年的任何记账式付息国债用于交割，即交割券。

② 标准券

标准券是指按照不同的券种，根据各自的折合比率计算，用于回购抵押的标准化国债（综合债券），也是一种虚拟的国债。按中金所的规定，其息票率为3%（一年计一次复利），在交割月首日剩余期限为5年整。

③ 转换因子

转换因子可将交割债券报价折算成该标准券的报价，从而使得不同可交割的债券价值具有了可比性。

(3) 计算国债期货交割的现金

计算国债期货交割时空方应收到的现金计算公式如下（每交割100元面值的债券）：

国债期货空方收到的现金 = 期货交割结算价 × 交割券转换因子 + 交割券配对缴款日应计利息

(4) 确定交割最合算的债券（交割最便宜券）

① 最便宜交割券（CTD券）

CTD券是期货空方会选择具有最小交割成本的债券用于交割。

交割成本 = 交割券现券报价 + 应计利息 - (期货结算价 × 交割券转换因子 + 应计利息) = 交割券现券报价 - 期货结算价 × 交割券转换因子

② 最高隐含收益率

真正的CTD券无法预知，只能先确定准CTD券。判断准CTD券最常用的规则是：具有最高隐含回购利率（IRR）的券即准CTD券。

a. 期货剩余期限内没有债券付息日的IRR

t时刻债券i的隐含回购利率为：

$$IRR_{i,t} = \frac{t\text{时刻债券 } i\text{ 对应的期货全价} - t\text{时刻债券 现货全价}}{t\text{时刻债券 现货全价}} \times \frac{365}{T-t}$$

在无套利情况下， $IRR_{i,t}$ 应等于 t 时刻的资金成本。如果 $IRR_{i,t}$ 高于 t 时刻交易者的资金成本，理论上就存在套利机会，此时应借钱买入现券，卖出期货，可以获得套利润。

在该式中， T 表示期货交割日。

b. 期货剩余期限内债券付息日的 IRR

$$\begin{aligned} & t \text{时刻债券现货全价} \times (1 + IRR_{i,t} \times \frac{T - \tau}{365}) \\ &= t \text{时刻债券对应的期货全价} + \text{期货剩余期限内债券付息} \times (1 + IRR_{i,t} \times \frac{T - \tau}{365}) \\ IRR_{i,t} &= \frac{t \text{时刻债券对应的期货全价} - t \text{时刻债券现货全价} + \text{期货剩余期限内债券付息}}{t \text{时刻债券现货全价} \times \frac{T - \tau}{365} - \text{期货剩余期限内债券付息} \times \frac{T - \tau}{365}} \end{aligned}$$

(5) 国债期货价格的确定

如果假定 CTD 券和交割日期已知，可以通过以下四个步骤来确定国债期货价格：

- ① 根据 CTD 券现货报价，计算出该券的现货全价；
- ② 根据 CTD 券现货全价，算出 CTD 券理论上的期货全价，即期货空方收到的现金；
- ③ 根据 CTD 券理论上的期货全价，算出 CTD 券理论上的期货净价；
- ④ 将 CTD 券理论上的期货净价除以其转换因子，即为标准券期货的理论净价。

考点五、利率风险的管理

1 利率敏感性指标

资产价值的利率风险是指其对于市场利率变化的敏感度，用泰勒展开式表示如下：

$$dP = \frac{dP}{dy} (dy) + \frac{1}{2!} \frac{d^2P}{dy^2} (dy)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \frac{d^n P}{dy^n} (dy)^n + \dots$$

(1) 久期

久期（用 D 表示，一般指的是修正久期）是利率敏感性资产价值变动的百分比对利率变动的一阶敏感性。用公式表示为：

$$D = - \frac{\frac{dP}{dy}}{P}$$

久期越小，资产的利率风险越小；反之则越大。

(2) 货币久期

货币久期（以下用 $\$D$ 表示）是指利率变动引起的价值变动的绝对金额。用公式表示为：

$$\$D = D \times P = -\frac{dP}{dy}$$

(3) 麦考利久期和修正久期

假设一年支付一次利息，不含权债券的定价公式可以写为：

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C}{(1+y)^i} + \frac{A}{(1+y)^n}$$

式中：C_i为债券第i次支付的现金流；

n为现金流支付的总次数；

y为年化到期收益率；

t_i - t则表示当前时刻t到第i次现金流发生时刻t_i的剩余期限，单位为年；

A为本金。

可得：

$$D = -\frac{dP}{dy} \frac{1}{P} = -\frac{1}{1+y} \times \text{麦考利久期}$$

$$= \frac{1}{1+y} \left[(t_1 - t) \frac{\frac{C_1}{P}}{1+y} + (t_2 - t) \frac{\frac{C_2}{P}}{(1+y)^2} + (t_3 - t) \frac{\frac{C_3}{P}}{(1+y)^3} + \dots + (t_n - t) \frac{\frac{C_n}{P}}{(1+y)^n} \right]$$

上式就是传统的修正久期，其中中括号部分是著名的麦考利久期。

麦考利最早发现并提出了麦考利久期的概念，它既是未来现金流时限的加权平均，也是资产价值对于(1+y)的弹性。但是由于一般所说的利率的变动都是指其绝对数，因此之后对久期作了修正。

(4) 连续复利的久期计算

用连续复利形式来表达债券的定价公式为：

$$P = \sum_{i=1}^m C_i e^{-y(t_i - t)}$$

式中：C_i为第i期现金流；

y为连续复利年到期收益率；

t_i为第i期现金流的支付日期；

t为当前时刻。

求导可得：

$$D = -\frac{dP}{dy} \frac{1}{P} = \frac{\sum_{i=1}^m c_i \times e^{-y(t_i-t)} \times (t_i - t)}{P}$$

从上式可以看出，当使用连续复利到期收益率时，普通债券的久期等于现金流的加权平均期限，麦考利久期就是修正久期。

2 利率远期和利率期货的利率敏感性

利率远期和期货合约对利率的敏感程度取决于其标的资产对利率的敏感程度，以及合约本身价值变化的计算方法。

3 基于久期的利率风险管理

最优的利率风险套期保值比率 n ，是用来套期保值的利率风险资产与被套保的资产数量之比，并且使得总资产组合风险最小，满足：

$$\frac{d\Pi}{dy} = 0$$

以现货多头和期货空头的空头套期保值组合为例，即：

$$d\Pi = dH - ndG$$

整理可得：

$$n = \frac{\frac{dH}{dy}}{\frac{dG}{dy}} = \frac{D_H \times H}{D_G \times G}$$

实际的最优套期保值数量 N 还应在 n 的基础上考虑具体的头寸规模，整理可得：

$$N = n \times \frac{Q_H}{Q_G} = \frac{D_H \times H \times Q_H}{D_G \times G \times Q_G} = \frac{D_H \times V_H}{D_G \times V_G}$$

其中：

Q_H 为需要进行套期保值的现货资产头寸的数量；

V_H 是现货头寸的总金额；

Q_G 则为用于套期保值的每份期货合约中的数量或乘数；

V_G 是一份期货合约的现金规模。

4 久期的局限性

(1) 久期仅表示了资产价值变化关于利率变化的一阶敏感度，只有当利率变化较小时估计才比较精确，无法反映全部利率风险。

(2) 久期只适用于利率期限结构为平移的情况，即所有期限的利率变动方向及幅度相同，但现实中几乎不存在。

5.2 课后习题详解

1 某基金公司拥有一个系数为2.2、价值为1亿元的A股投资组合，1个月期的沪深300指数期货价格为2500点。请问该公司应如何应用沪深300指数期货为投资组合进行套期保值？会达到怎样的效果？如果该基金公司希望将系统性风险降为原来的一半，应如何操作？

答：（1）由题意可知，该公司持有资产组合，应进行空头套期保值，最小方差套期保值比例为：

$$N = \beta \times V_H / V_G = 2.2 \times 100000000 / (2500 \times 300) \approx 293 \text{ (份)}$$

即公司应该卖出沪深300指数期货合约293份，对冲A股投资组合风险。

（2）结果会避免大盘下跌带来损失，对冲系统性风险。

（3）如果该基金公司希望将系统性风险降为原来的一半，则目标 β 系数为1.1，需要交易的期货份数为：

$$N = (\beta^* - \beta) \times V_H / V_G = (1.1 - 2.2) \times 100000000 / (2500 \times 300) \approx -147 \text{ (份)}$$

即需要做空股指期货，卖出合约147份。

2 瑞士法郎和美元两个月连续复利率分别为2%和7%，瑞士法郎的现货汇率为0.6800美元，2个月期的瑞士法郎期货价格为0.7000美元，请问有无套利机会？

答：有套利机会，理由如下：

（1）根据已知条件可以计算瑞士法郎2个月期理论远期汇率为： $F = 0.68e^{2/12 \times (0.07 - 0.02)} \approx 0.6857 < 0.7$ ，2个月期瑞士法郎期货价格高估，因此可进行套利。

（2）投资者可按如下方法进行套利：

① 期初，投资者卖出1单位的2个月期的瑞士法郎期货。同时，以7%的利率借入 $1 \times e^{-2/12 \times 0.07} \times 0.68 \approx 0.6778$ 美元2个月，并在市场上以即期汇率将0.6778美元兑换成0.9967瑞士法郎，把换得的0.9967瑞士法郎以2%的无风险利率进行为期2个月的投资。

② 2个月 after，获得无风险投资本息1瑞士法郎。同时，期货到期，投资者交割1瑞士法郎，获得0.7美元，并偿还2个月期的美元借款 $0.6778 \times e^{2/12 \times 0.07} \approx 0.6858$ （美元）。

③ 通过套利，投资者可获得价差 $0.7 - 0.6858 = 0.0142$ （美元）。

3 假设某投资者A持有一份 β 系数为0.85的多样化的股票投资组合，请问：如果不进行股票现货的买卖，只通过期货交易，是否能提高该投资组合的 β 系数？

答：可以。理由主要如下：

投资者可以利用股指期货，根据自身的预期和特定的需求改变股票投资组合的 β 系数，从而调整股票组合的系统性风险与预期收益。

设定股票组合的原 β 系数为 β ，目标 β 系数为 β^* ，套期保值比率就应该为 $\beta^* - \beta$ ，需要交易的股指期货份数为 $(\beta^* - \beta) \times V_H / V_G$ 。这里 V_H 和 V_G 分别代表股票投资组合的总价值与一份股指期货合约的规模。

在本题中，投资者的要求是提高投资组合的 β 系数，即 $\beta^* > \beta$ 。此时投资者希望提高所承担的系统性风险，获取更高的风险收益，应进入股指期货多头。

综上，投资者需要增持 $(\beta^* - 0.85) V_H/V_G$ ($\beta^* > 0.85$) 份多头股指期货合约，即可提高投资组合的 β 系数。

4 假设一份60天后到期的欧洲美元利率期货的报价为88，那么在60天后至150天的LIBOR远期利率为多少？

答：由于欧洲美元利率期货的报价 = 100 - 期货利率 \times 100。所以当报价为88时，就意味着期货利率为12%，则60天后三个月期的LIBOR远期利率为 $12\%/4 = 3\%$ 。

5 假设连续复利的零息票利率如表5-4（教材表5.5）所示。

表5-4 利率表

期限/年	年利率/%
1	12.0
2	13.0
3	13.7
4	14.2
5	14.5

试计算第2、3、4、5年的连续复利远期利率。

答：根据远期利率公式可得第2、3、4、5年的连续复利远期利率分别为：

$$r_2 = 13\% \times 2 - 12\% = 14.0\%$$

$$r_3 = 13.7\% \times 3 - 13\% \times 2 = 15.1\%$$

$$r_4 = 14.2\% \times 4 - 13.7\% \times 3 = 15.7\%$$

$$r_5 = 14.5\% \times 5 - 14.2\% \times 4 = 15.7\%$$

6 2020年1月23日，某机构购买了2020年6月到期的中金所5年期国债期货合约，市场报价为100.360元。该机构2个月期的资金成本为3.5%（连续复利）。

(1) 请计算息票率为2.94%，每年付息1次，2024年10月17日到期的国债的转换因子。

(2) 请计算息票率为3.77%，每年付息1次，2025年3月8日到期的国债的转换因子。

(3) 若上述两种债券报价分别为100.864和104.688，请问哪个券更可能被空方选择交割？

(4) 假设该机构拟到期交割，请以这两者中的较便宜券计算该期货的理论报价。

(5) 若该机构按照国债期货的市场报价成交，若不考虑盯市结算，到期交割时，该机构每份合约实际应收到的现金为多少？

答：非常抱歉，此题暂不提供答案。

7 假设某基金手中持有价值10亿元的国债组合，久期为7.2，希望降低久期至3.6。当时的中国10年期国债期货市场报价为110元，久期为6.4。请问应如何实现风险管理目标？

答：根据公式计算可得，为实现目标久期值，需要交易的利率敏感性合约份数为：

$$\frac{D_H^* - D_H}{D_G} \times \frac{V_H}{V_G} = \frac{3.6 - 7.2}{6.4} \times \frac{1000000000}{110 \times 10000} \approx -511 (\text{份})$$

式中， D_H 为原久期； D_H^* 为目标久期； D_G 为国债期货报价的久期； V_H 为现货头寸的总金额； V_G 为一份期货合约的现金规模。即需要卖出511份期货合约以实现管理目标。

8 试解释为何远期利率被视为即期利率的边际利率。

答：设当前时刻到 t_1 时刻的即期利率为 r_1 ，到 t_2 时刻的即期利率为 r_2 ， t_1 时刻到 t_2 时刻的远期利率为 r^* ，则有等式：

$$e^{r_1 t_1} \times e^{r^* (t_2 - t_1)} = e^{r_1 t_1 + r^* (t_2 - t_1)} = e^{r_2 t_2}$$

因此，可以理解为，正是由于在 t_1 时刻的即期利率的基础上加上了一个从 t_1 时刻到 t_2 时刻的远期利率，才得到了 t_2 时刻的即期利率，而边际就是指自变量增加所引起的因变量的增加量。因此，可以将远期利率视为即期利率的边际利率。

5.3 考研真题与典型题详解

一、选择题

1 对于持有有一定数量股票（或股票组合）的投资者而言，以下哪种策略可以用来对冲（Hedging）未来股票价格下跌的风险？（ ） [电子科技大学2016年研]

- A. 做空股指期货
- B. 售出看涨的股指期货
- C. 购买看跌的股指期货
- D. A、B、C均可

【答案】D

【解析】A项，做空股指期货属于沽出对冲又称“卖出对冲”，是用来保障未来股票组合价格的下跌。在这类对冲下，对冲者出售期货合约，便可以固定未来现金售价及把价格风险从持有股票组合者转移到期货合约买家身上。B项，看涨期权是指期权的购买者拥有在期权合约有效期内按执行价格买进一定数量标的物的权利。当未来股票价格下跌时，期权的购买者会放弃行使权利，并向卖方支付一定的期权费，该期权费可以部分弥补股价下跌给投资者造成的损失。C项，看跌期权是指期权的购买者拥有在期权合约有效期内按执行价格卖出一定数量标的物的权利。当未来股票价格下跌时，投资者可以选择执行该期权，此时期权合约上的执行价格要高于市场价格，因此可以起到对冲风险的作用。如果市场价格上涨超过该期权约定的价格，期权的买方就可以放弃权利。

2 未来将购入固定收益债券的投资者，如果担心未来市场利率下降，通常会利用利率期货的（ ）来规避风险。

- A. 买进套利
- B. 买入套期保值
- C. 卖出套利
- D. 卖出套期保值

【答案】B

【解析】利率期货买入套期保值是通过期货市场开仓买入利率期货合约，以期在现货和期货两个市场建立盈亏冲抵机制，规避市场利率下降的风险。利率期货买入套期适用的情形主要有：①计划买入固定收益债券，担心利率下降，导致债券价格上升；②承担按固定利率计息的借款人担心利率下降，导致资金成本相对增加；③资金的贷方担心利率下降，导致贷款利率和收益下降。

二、概念题

1 股票指数期货 [首都经济贸易大学2013年研]

答：股票指数期货亦称股价指数期货、股票指数期货合约，它是一种金融期货合约，以股票市场价格指数为交易标的物，具体操作是买卖双方即期签订合同，规定买卖股票指数的日期、价格和数量等，并在未来到期日时完成交割。

与普通金融期货相比，股票指数期货还具有一些特点：①交易对象是股票指数，与具体商品和金融产品不同，是衡量各种股票平均价格变动水平的无形的综合指数；②价格是以股票指数点数乘以人为规定的每点价格形成的；③合约到期后，不可能进行实物交割，只需支付或收取到期日股票指数与合约成交指数差额所对应的现金，进行对冲。

股票指数期货交易为投资者提供了一个能够规避市场系统风险的机制，其原理是根据股价指数和股票价格变动的同方向趋势，在股票的现货市场和股价指数的期货市场上做相反的操作来抵消股价变动的风险。这样，在市场可能出现波动的时候，投资者可以在不卖出股票本身的情况下对其投资进行保值，从而起到稳定市场、保护投资者的利益、维护证券市场健康发展的作用。

2 远期利率协议[上海大学2011年研]

答：远期利率协议是一种远期合约，是指为了避免利率风险，买卖双方约定在未来一定时期内按照协议利率借贷一笔数额确定，以具体货币表示的名义本金的协议。远期利率协议交易的具体做法是：交易双方先在协议中确定名义本金额、协议利率、参照利率、交割日期以及期限等，当它最终到期时，如果协议利率与到期时通行的市场利率（参照利率）不相等，则按规定的期限和本金数额，由一方向另一方支付协议利率和届时参照利率之间利息差额的贴现金额。

三、判断题

1 外汇期货交易的最大损失是保证金的丧失。（ ）[东北财经大学2013年研]

【答案】×

【解析】外汇期货交易双方都要面临汇率变动带来的风险，发生最大损失的情况，例如期货价格上升，期货合约需追加保证金，否则将被强行平仓，此时的损失就是标的资产的全部价格。

2 即期外汇交易就是外汇现买现卖的交易。（ ）[东北财经大学2011年研]

【答案】×

【解析】即期外汇交易，又称“现汇交易”，是指买卖双方成交后，在两个营业日内办理交割的外汇买卖。其交易的方式可分为：汇出汇款、汇入汇款、出口收汇和进口付汇四种类型。

四、简答题

1 什么是股指期货？谈谈你对2015年行情中股指期货作用的认识？[首都经济贸易大学2016年研]

答：（1）股指期货的定义

股指期货的全称是股票价格指数期货，也可称为股价指数期货，是指以股价指数为标的物的期货合约，双方约定在未来的某个特定日期，按照事先确定的股价指数的大小，进行标的指数的买卖。标的指数的每个点数代表一定的金额。

（2）2015年股市行情

2015年全年的市场走势可以清晰地分为三个阶段，每个阶段呈现出不同的特点：

第一阶段的特点是金融股与蓝筹股快速上涨，中小板、创业板高歌猛进，拉开了牛市序幕；

第二阶段是科技股领涨，“一带一路”、国企改革、杠杆资金助推牛市；

第三阶段是6月份之后，股价以断崖式下跌方式结束了牛市，开启暴跌模式，年底开始箱体震荡整理格局。

（3）2015年行情中股指期货的作用

股指期货本质上是一种衍生工具，是基于现货市场衍生出来的。投资者利用股指期货的交易机制对其持有的现货组合进行风险对冲和风险管理，稳定投资组合的收益。

在第一、二阶段，股指期货起到了以下几点作用：

① 规避风险。从整个金融市场来看，股指期货规避风险的功能之所以能够实现，一是由于众多的股票投资者面临着不同的风险，可以通过达成对各自有利的交易来控制市场的总体风险；其次，股票指数的期货价格和股票价格一般呈同方向变动关系，当投资者在两个市场上建立相反的头寸之后，股票价格发生变动时，必然在一个市场获利，而在另一个市场受损，其盈亏可全部或部分相抵；最后，股指期货交易是一种规范化的场内交易，集中了众多愿意承担风险以获取利润的投机者，他们通过频繁、迅速的买卖，转移了股票持有者的价格风险，从而使股指期货的规避风险功能得以实现。同时，股指期货还有规避股市系统性风险的作用。股指期货的引入，为股票现货市场提供了对冲风险的途径，能满足市场参与者，特别是机构投资者回避股市系统风险的强烈需求。股指期货交易实质上是投资者将其对整个股票市场价格指数的预期风险转移至期货市场的过程，通过对股票趋势持不同判断的投资者的买卖来对冲股票市场的风险。

② 发现价格。发现价格是指在股指期货市场通过公开、公正、高效、竞争的交易机制，形成具有真实性、预期性、连续性和权威性价格的过程。期货市场形成的价格之所以为公众所承认，一是由于股指期货交易的参与者众多，除普通股票投资者之外，还有专业的机构投资者，这些成千上万的买家和卖家聚在一起进行竞争，可以代表供求双方的力量，有助于权威价格的形成。其次，参与股指期货交易的人士大都具有丰富的证券、期货市场知识，广泛的信息渠道以及一套科学的分析、预测方法，他们对股指期货价格进行判断、分析和预测，并报出自己的理想价格与众多的对手竞争，这样形成的股指期货价格实际上反映了大多数人的预测，因而能够比较直接地代表供求变动趋势。

③ 丰富投资组合。股指期货交易给市场引入了做空机制，使得投资者的投资策略从单向投资模式变为双向投资模式。股指期货可以提高资金的使用效率，有利于投资者快速调整投资组合，现金交割和保证金制度使投资者在交易时只需少量的资金，降低了成本，提高了资产配置的效率。股指期货交易完善了组合投资方式，有利于投资者根据自己的风险偏好构筑不同的投资组合，合理配置资产，为投资者提供了根据期货市场和现货市场价差进行指数套利的机会。

④ 增强股市稳定性和流动性。股指期货反映了与股票指数相关的各种信息以及投资者预期，有利于反映对股票市场未来走势的预期，同时提高市场信息传递效率和现货市场的透明度，有利于投资者进行理性的分析预测。

在第三阶段，为应急处理中国股票现货市场异常波动危机，中国金融期货交易所对非套保的期指交易采取调高交易保证金、提高手续费、调低日内开仓量限制标准等一系列新的管制措施，限制了期货市场的大规模交易。在中国股票市场暴跌的同时，全球大宗商品市场也出现了全线下跌，国内的股票市场和商品市场还承受着经济减速的压力。总体而言，国内大宗商品期货市场经受住了压力测试，有效防范和化解了强幅波动带来的风险，有效抵御了市场的外部冲击，为资本市场稳健运行发挥了积极作用，体现了国内期货价格紧贴现货运行、围绕现货价格波动的特征。

2 从久期你能知道债券组合对于利率有什么样的敏感度？久期有什么局限性？

答：久期是利率敏感性资产价值变动的百分比对利率变动的一阶敏感性。久期描述了关于债券组合价值的收益率曲线的轻微平移。债券组合价值下降的百分比等于其久期乘以在轻微平移中利率上升的值。

久期的局限性主要有两点：① 久期仅表示了资产价值变化关于利率变化的一阶敏感度，只有当利率变化较小时估计才比较精确；对于债券而言，由于凸性的存在，使用久期估值总会低估债券的价格。② 久期只适用于利率期限结构发生平移的情况，即所有期限的利率变动方向及幅度相同，但现实中几乎不存在。

3 解释为什么一个FRA等价于以浮动利率交换固定利率。

答：在FRA中，交易双方约定，在将来某一段时间交易的一方将以某一利率 R_K 借入或借出固定数量 L 的资金。假定在合同签订时，市场上观察到的将来合约交易的那段时间的利率为 R_M 。如果在远期利率合约中，交易的一方是以利率 R_K 借出资金 L ，那么他可以在市场上以利率 R_M 借入资金 L ，同时以利率 R_K 借出等量资金。在合约期末，该交易方拥有 $R_K L$ 的现金流入及 $R_M L$ 的现金流出。若在远期利率合约中，交易的一方是资金的借入方，那么他可以以利率 R_K 借入资金 L ，同时将这些借入资金在市场上以利率 R_M 借出。在合约期末，该交易方拥有 $R_K L$ 的现金流出及 $R_M L$ 的现金流入。在上述的两种情况中，均可发现远期利率合约包含固定利率 R_K （本金为 L ）和市场上观察到的浮动利率 R_M 之间的交换。

4 解释为什么远期利率小于相应由欧洲美元期货合约中得出的期货利率。

答：假定期货合约适用于期限在 T_1 和 T_2 之间的利率。远期利率小于相应由欧洲美元期货合约中得出的期货利率不同的原因有两个：① 期货合约每日结算，而远期合约是只在时刻 T_2 结算一次；② 如果一个期货合约不是每日结算，那么它将在时刻 T_1 结算而不是时刻 T_2 。这两个原因往往使期货利率比远期利率更大。

五、计算题

1 假设连续复利的零息利率如下表所示。

期限(以月计)	利率(%，年)
3	3.0
6	3.2
9	3.4
12	3.5
15	3.6
18	3.7

计算第2季度、第3季度、第4季度、第5季度和第6季度的远期利率。

答：设第2季度、第3季度、第4季度、第5季度和第6季度的远期利率分别为 R_2 、 R_3 、 R_4 、 R_5 、 R_6 ，可得按连续复利计算的远期利率如下：

第2季度： $\exp(3\% \times 3/12) \times \exp(R_2/4) = \exp(3.2\% \times 6/12)$ ，解得 $R_2 = 3.4\%$ ；

第3季度： $\exp(3.2\% \times 6/12) \times \exp(R_3/4) = \exp(3.4\% \times 9/12)$ ，解得 $R_3 = 3.8\%$ ；

第4季度： $\exp(3.4\% \times 9/12) \times \exp(R_4/4) = \exp(3.5\%)$ ，解得 $R_4 = 3.8\%$ ；

第5季度： $\exp(3.5\%) \times \exp(R_5/4) = \exp(3.6\% \times 15/12)$ ，解得 $R_5 = 4.0\%$ ；

第6季度： $\exp(3.6\% \times 15/12) \times \exp(R_6/4) = \exp(3.7\% \times 18/12)$ ，解得 $R_6 = 4.2\%$ 。

2 指数为1200、3个月的无风险利率为每年3%，以后3个月的股息收益率为每年1.2%；6个月的无风险利率为每年3.5%，以后6个月的股息收益率为每年1%。估计3个月期和6个月期的指数期货价格。假定所有利率和收益率均为连续复利。

答：根据公式： $F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$

(1) 3个月期的指数期货价格

由题可知： $S_0 = 1200$ ， $r = 3\%$ ， $t = 0.25$ ， $q = 1.2\%$ ，则：

$$F_0 = 1200e^{(3\% - 1.2\%) \times 0.25} \approx 1205.41$$

(2) 6个月期的指数期货价格

由题可知： $S_0 = 1200$ ， $r = 3.5\%$ ， $t = 0.5$ ， $q = 1\%$ ，则：

$$F_0 = 1200e^{(3.5\% - 1\%) \times 0.5} \approx 1215.09$$

3 假定国债期货的价格为101-12，下表的4个债券中哪一个为最便宜可交割债券？

债券	价格	转换因子
1	125 - 05	1.2131
2	142 - 15	1.3792
3	115 - 31	1.1149
4	144 - 02	1.4026

答：最便宜可交割债券满足：

债券报价 - 期货价格×转换因子的值最小，针对这4个债券，计算这一因子，得到：

$$\text{债券1: } 125\frac{5}{32} - 101\frac{12}{32} \times 1.2131 \approx 2.178$$

$$\text{债券2: } 142\frac{15}{32} - 101\frac{12}{32} \times 1.3792 \approx 2.652$$

$$\text{债券3: } 115\frac{31}{32} - 101\frac{12}{32} \times 1.1149 \approx 2.946$$

$$\text{债券4: } 144\frac{2}{32} - 101\frac{12}{32} \times 1.4026 \approx 1.874$$

因而，第4个债券是最便宜可交割债券。

4 假设今天是2018年7月30日。在2018年9月到期的国库券期货所对应的最便宜可交割债券的券息率为13%，预计交割时间为2018年9月30日。债券券息的支付时间为每年2月4日和8月4日。期限结构为水平，每半年复利一次的利率为每年12%。这一债券的转换因子为1.5，债券的当前报价为110美元。计算这一期货合约的报价。

答：在2月4日至7月30日之间有176天，2月4日至8月4日之间有181天。因此，债券的现金价格为： $110 + 176/181 \times 6.5 \approx 116.32$ （美元）。

连续复利利率为 $2\ln 1.06 \approx 0.1165$ ，即每年11.65%。该债券将在5天（ ≈ 0.01370 年）后会收到6.5美元的利息。利息的现值为： $6.5e^{-0.01370 \times 0.1165} \approx 6.490$ （美元）。

期货合约距离到期日有62天（ ≈ 0.1699 年）。如果期货合约以票面利率为13%的债券为标的资产，现金期货的价格为： $(116.32 - 6.490)e^{0.1699 \times 0.1165} \approx 112.03$ （美元）。

在交割时有57天的应计利息。如果期货合约以利率为13%的债券为标的资产，期货合约的报价为： $112.03 - 6.5 \times 57/184 \approx 110.01$ （美元）。

考虑转换因子，期货合约的报价为： $110.01/1.5 \approx 73.34$ （美元）。

5 假设12月份的欧洲美元期货合约报价为98.40，一个公司预计在12月份要借入800万美元，为期3个月，利率为LIBOR加0.5%。

(1) 用欧洲美元期货合约，该公司可以锁定什么样的利率？

(2) 公司应该承约什么样的头寸？

(3) 如果到时的实际3个月利率为1.3%，那么期货合约的最终结算价格是多少？

答：(1) 根据欧洲美元期货的报价方法，锁定的利率为： $100 - 98.40 = 1.6$ (%)。因此，实际支付的利率为 $1.6 + 0.5 = 2.1$ (%)。

(2) 公司预计在12月份要借入800万美元，为防止利率上升时借入资金成本增加的风险，该公司应持有 $800/100 = 8$ 份欧洲美元期货合约的空头。当未来利率上升时，期货价格将会下降，该公司却能以约定价格（高于未来实际价格）出售期货合约，从而获利；反之，如果未来利率下降，期货价格上升，该公司可能蒙受损失。

(3) 在交割日，欧洲美元期货合约的交割价格为 $100 - R$ ， R 为实际的3个月期限的欧洲美元利率。由题可知， $R = 1.3\%$ ，所以期货合约的最终结算价格为 $100 - 1.3 = 98.70$ 。

6 假设现在是2017年3月10日，2017年12月国债期货的最便宜可交割债券为8%券息，预计在2017年12月31日交割；券息支付在每年的3月1日和9月1日。对应所有期限按连续复利的利率均为每年5%，债券的转换因子为1.2191，现在的报价为137美元，计算合约期货价格的报价。

答：(1) 交割债券的现金价格 = 报价 + 累计利息，美国长期国债的天数计算采用的是“实际天数/实际天数（期限内）”。根据题意可知：累计利息的实际天数为9天，两次付息日3月1日至9月1日的时间天数为184天，则交割债券的现金价格为： $137 + 9/184 \times 4 \approx 137.1957$ 。

(2) 在交割日前，9月1日有一次利息的发放，3月10日~9月1日实际的计息时间为175天（即 $175/365 \approx 0.4795$ 年），所以发放的利息的现值（贴现到2017年3月10日）为： $4e^{-0.05 \times 0.4795} \approx 3.9052$ 。

(3) 3月10日~12月31日（交割日）的实际天数为296天（即0.8110年），如果期货合约是以交割债券为标的，则该合约的期货价格为： $(137.1957 - 3.9052) e^{0.05 \times 0.8110} \approx 138.8065$ 。

(4) 9月1日~12月31日的实际天数为121天，9月1日到2018年3月1日的实际天数为181天，因为以交割债券为标的期货合约的持有者得不到9月1日~12月31日的利息，所以期货价格应为： $138.8061 - 4 \times 121/181 = 136.1321$ 。

(5) 根据债券转换因子可知，1.2191份标准债券等于1份券息为8%的债券，所以国债期货合约的价格应为： $136.1321/1.2191 = 111.67$ 。

7 假设一家银行可以在LIBOR市场以相同的利率借入或借出美元。90天的利率为每年10%，180天的利率为每年10.2%，两个利率均为连续复利，天数计算惯例为“实际天数/实际天数”，91天到期的欧洲美元期货的报价为89.5。对银行而言，这时会有什么样的套利机会？

答：欧洲美元期货合约报价为89.5，意味着欧洲美元期货利率为每年10.5%（采用“实际天数/360”天数计算且按季度复利）。如果采用“实际天数/实际天数”的天数计算，有 $10.5\% \times 365/360 \approx 10.646\%$ 。如果采用“实际天数/实际天数”的天数计算且连续复利时，有：

$$4 \ln (1 + 0.25 \times 0.10646) \approx 0.1051$$

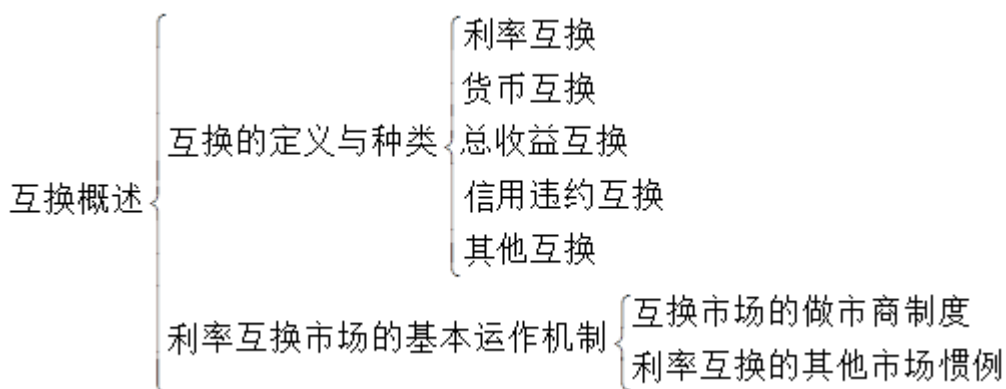
即10.51%。90天到180天的远期利率是 $10.4\% < 10.51\%$ 。下面是隐含的套利机会：

- ① 买入欧洲美元期货合约；
- ② 借入180天期限的资金；
- ③ 用借来的资金进行一个90天的投资。

第六章 互换概述

6.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、互换的定义与种类

互换是指两个或两个以上当事人构建协议，在将来约定的时间内交换一系列现金流的合约。合约规定了现金流的交换时间与现金流数量的计算方法。

1 利率互换

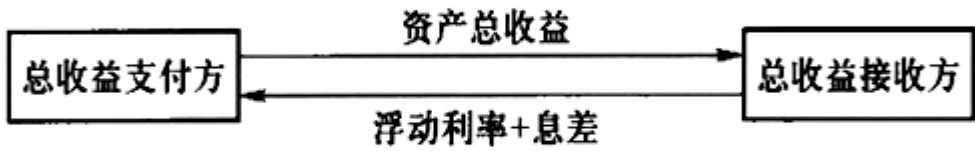
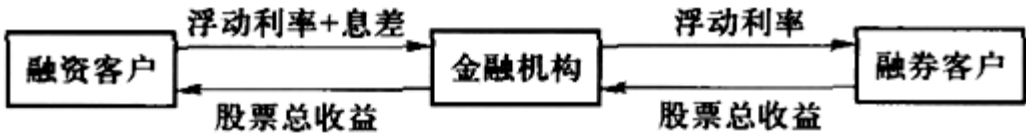
利率互换指交易双方约定，在未来一定期限内，在一笔相同名义本金数额的基础上相互交换具有不同性质的利率支付。一方按实现协议的某一浮动利率计算，另一方按协议的固定利率进行计算。利率互换通常无需交换本金，只需定期交换利息差额。

2 货币互换

货币互换指交易双方约定在未来一定期限内两种等价的不同货币本金和对应利息额的相互交换。货币互换期初和期末都需按照约定汇率交换本金，期间还需定期交换利息。

3 总收益互换（见表6-1）

表6-1 总收益互换

要点	具体内容
概念	<p>总收益互换指在约定期限内，总收益支付方将一种或一揽子资产的总收益转移给总收益接收方，总收益接收方将资产增值特定比例交付给总收益支付方。该资产增值特定比例通常是浮动利率加上利息差额。总收益互换后，资产收益权被转让，资产所有权未变。总收益互换过程如图 6-1 所示</p>  <p style="text-align: center;">图 6-1 总收益互换现金流示意图</p>
构成	<p>①总收益端：总收益支付方、总收益互换卖方； ②融资端：总收益接收方、总收益互换买方</p>
优点	<p>①节省交易费用；②减少税收；③提高杠杆；④规避监管</p>
实例	<p>以我国融资融券为例，交易过程如图 6-2 所示：</p>  <p style="text-align: center;">图 6-2 通过总收益互换实现融资融券</p> <p>①融资买入股票 若不采用总收益互换，则需支付融资利率、买入股票的佣金及未来卖出股票的佣金和印花税； 若采用总收益互换，只需支付浮动利率、息差，最多再加上缴纳给金融机构的保证金所需的利息。</p> <p>②融券卖出股票 若不采用总收益互换，则需承担融券费用、卖出股票的佣金和印花税以及未来买回股票的佣金； 若采用总收益互换，只需支付缴纳给金融机构保证金所需的利息，并可以收到浮动利息。</p> <p>③金融机构 利用总收益互换开展融资融券业务，无需承担任何风险和资本金即可赚取息差，属于中间业务</p>

4 信用违约互换（见表6-2）

表6-2 信用违约互换

要点	具体内容
概念	<p>信用违约互换（CDS）指约定期限内，交易双方对于指定的信用事件进行风险转换。当信用事件发生时，向 CDS 卖方支付过一定费用的 CDS 买方有权获得赔付</p> <p>整个过程如图 6-3 所示：</p> <div style="text-align: center;"> <pre> graph LR A[CDS买方] -- "支付一定费用" --> B[CDS卖方] B -.-> "第三方违约时的或有偿付" A </pre> </div> <p>图 6-3 信用违约互换示意图</p>
交割方式	交付债券实物或支付现金
作用	<p>①信用违约互换相当于对某一特定公司违约的风险提供了保险；</p> <p>②大大缓解了专业化与分散化的矛盾</p>

拓展：信用事件可以是特定贷款违约或债券主体还款违约、破产、资不抵债、拖欠、企业重组或信用评级下降等。

5 其他互换（见表6-3）

表6-3 其他互换

种类	具体内容
交叉货币利率互换	交叉货币利率互换结合利率互换和货币互换，指不同货币按照不同利率的相互交换
基点互换	基点互换指交易双方按照不同的浮动利率进行的互换
增长型互换、减少型互换和滑道型互换	增长型互换、减少型互换和滑道型互换指名义本金可变的互换；随着时间的推移，增长型互换名义本金额增加，减少型互换名义本金额降低，滑道型互换名义本金额在不同时间点可能增加可能减少
可延长互换和可赎回互换	可延长互换和可赎回互换指可变动互换期限的互换；可延长互换有权增加互换期限；可赎回互换有权减少互换期限
零息互换	零息互换指可在互换期初或期末一次性支付互换期内累计固定利息
后期确定互换	后期确定互换指在计息期结束后确定浮动利率的互换

差额互换	差额互换指互换双方按照相同种类和数量的货币名义本金，不同种类货币浮动利率，经汇率转换后互换与本金货币单位相同的货币利息
远期互换	远期互换又称延迟生效互换，指互换合约生效期在未来的互换
互换期权	互换期权指以互换为标的物的期权。互换期权持有者拥有是否执行在未来签订互换协议的权利
股票互换	股票互换是指交易双方签订互换协议，规定在一定期限内甲方周期性地向乙方支付以一定名义本金为基础的与某种股票指数挂钩的回报，乙方同样支付回报
商品互换	商品互换实际上是互换与商品指数期货的合成工具，其中固定支付的对象应是定量商品与固定价格相乘的商品总额

考点二、利率互换市场的基本运作机制

1 互换市场的做市商制度

互换是金融衍生工具的一种，属于场外交易市场。在互换市场中，由国际金融机构充当做市商，向互换协议的买卖双方分别提供互换合约的卖出价和买入价。按照协定价格做市商与互换合约买卖双方分别进行交易。互换市场中做市商以国际银行为主，因此互换市场做市商又称互换银行或互换交易商。

国际利率互换相较于其他互换种类交易量更大，其优势在于：

- (1) 利率互换需求量大，更容易满足交易双方的需要，从而有助于合约的形成与签订。
- (2) 美元的互换市场非常发达，利率互换很容易套期保值。

2 利率互换的其他市场惯例

(1) 浮动利率的选择

LIBOR（伦敦银行间同业拆放利率）是目前国际上被普遍接受和广泛运用的短期浮动利率基准，互换协议中的浮动利率以3个月和6个月期的LIBOR为主。

(2) 天数计算惯例

在国际市场上，不同利率的天数计算惯例是不同的，如表6-4所示。

表6-4 美元利率产品的天数计算惯例

天数计算惯例	释义	适用产品
A/A 或 A/365	计息期与一年均按实际天数计，有时一年固定以 365 天计	美国中长期国债
30/360	一个月按 30 天计，一年按 360 天计	美国公司债和市政债券
A/360	计息期按实际天数计，一年按 360 天计	美国货币市场工具

我国浮动利率SHIBOR使用A/360的报价方法，固定利率通常使用A/365的报价方法。

(3) 支付频率

支付频率指利息支付周期。货币互换支付频率通常为一年一次。利率互换支付频率通常为每半年一次或每一季度一次。

(4) 净额结算

利率互换中通常不进行本金的结算，互换双方根据相应的利息进行差额结算。净额结算有助于降低双方交易信用风险。

(5) 营业日准则

营业日准则指交易日期规避节假日。

(6) 互换报价

做市商制度下，做市商与互换协议的买卖双方分别报价。买价是做市商与互换买方（又称互换多方，互换协议中固定利率支付者）交易形成的价格。卖价是做市商与互换卖方（又称互换空方，互换协议中浮动利率支付者）交易形成的价格。卖价高于买价，做市商利用价差赚取收益。

(7) 互换头寸的结清

结清互换头寸的方式主要有三种：

- ① 出售原互换协议。
- ② 对冲原互换协议。
- ③ 解除原互换协议。

6.2 课后习题详解

1 阐述互换的主要种类。

答：互换是一种双方商定在一段时间内彼此相互交换现金的金融交易。互换的种类很多，其中最重要的是利率互换和货币互换。

(1) 利率互换，指两笔货币相同、债务额相同、本金相同、期限相同的资金，作固定利率与浮动利率的调换。一方根据事先约定的某一浮动利率计算，而另一方的现金流则根据双方约定的固定利率计算。

(2) 货币互换，指两笔价值相同、期限相同、计算利率方法相同，但货币种类不同的债务资金之间的调换，时也进行不同利息额的货币调换。

(3) 此外，互换还有交叉货币利率互换、基点互换、零息互换、后期确定互换、差额互换、远期互换、股票互换等类型。

2 阐述国际互换市场迅速发展的主要原因。

答：国际互换市场之所以发展如此迅速，主要原因有三：

(1) 互换交易在风险管理、降低交易成本、规避管制和创造新产品等方面都具有重要的运用。

(2) 互换市场运作机制的进步促进了互换市场的发展。

(3) 互换交易逐步合法合规，被监管当局所认可。

3 了解中国互换市场发展现状，并加以概述。

答：2006年1月，央行开展人民币利率互换交易试点事项，我国人民币利率互换试点业务正式启动。

2006年2月，我国正式推出人民币利率互换。

2008年1月，央行拓展利率互换参与者，参与机构拓展至所有银行间债券市场参与者。

2009年3月，我国规范了互换的法律文本和交易流程，金融市场制度建设进一步加强。

2014年1月，对银行间市场成交的场外金融衍生品实施集中清算。我国场外金融衍生品集中清算机制开始运行。

2014年3月，中国外汇交易中心推出基于双边授信的撮合交易平台X-Swap，加强完善金融市场制度。

2014年7月，利率互换交易被要求进行强制集中清算，非清算会员通过代理实现集中清算。

2017年，调整Shibor定盘利率发布时间，增加了FDR利率互换产品，增加5年以上利率互换品种，我国人民币利率互换交易规模已达12万亿。

从互换市场参与者角度来看，我国利率互换市场参与者增多，增长速度加快。截至2021年11月30日，人民币利率互换市场规模稳步增长，利率互换交易量约为19.32万亿元；参与者结构从试点规定的部分商业银行和保险公司拓展至所有银行间债券市场参与者。中资机构参与度和参与意识显著提高。

从互换的交易品种角度来看，交易品种随着时间增长日渐丰富。以短、中期交易为主。交易期限有1个月、3个月、6个月、9个月、1年、2年、3年、4年、5年、7年、10年，从短期到中长期几乎所有期限都有对应的交易品种。

从互换的基础建设和市场制度来看，我国金融市场制度逐步完善。近年来持续释放LPR在深化利率市场改革中的潜力。建立集中清算制度并进一步完善规范。保障参与者权利，营造公平投资环境。

我国互换市场发展循序渐进，相关产品制度法规逐步完善。尽管我国金融市场还尚未完全成熟，但已经取得极大进步与发展。

4 互换头寸的结清方式之一是对冲原互换协议，这一方式完全抵消了违约风险。请判断这种说法是否正确并说明原因。

答：这种说法是错误的。理由如下：

对冲原互换协议指进入一笔相反的合约对冲之前的交易。用于对冲的互换合约与原合约本金、到期日和互换利率等相同，但收付利息相反。当该对冲合约交易对手与原合约交易对手一致，则相当于双方停止互换。当对冲合约交易对手与原合约交易对手不一致，则能实现利息现金流的对冲。

交易对手一致是有助于抵消违约风险，但交易对手不一致时，违约风险仍然存在。因此对冲原互换协议不能完全抵消违约风险。

5 假设甲与乙签订了1年期股票指数互换协议，甲支付3个月期SHIBOR，收入沪深300指数收益率 + 0.10%。所有的互换现金流均以人民币支付，每3个月交换一次。名义本金为1亿元。试计算出表6-5（教材表6.6）中乙各期的现金流。

表6-5 现金流量表

时间/年	沪深300指数	3个月SHIBOR	利差	现金流
0.00	3 960.60	2.5%		
0.25	4 000.20	2.4%		
0.50	4 300.8	2.5%		
0.75	4 100.0	2.7%		
1.00	3 900.0	2.8%		

答：（1）第3个月月末

沪深300指数收益率： $(4000.20 - 3960.60) / 3960.60 \times 100\% = 1.00\%$

乙收到3个月期SHIBOR： $10000 \times 2.4\% = 240$ （万元）

乙支付沪深300指数收益率 + 0.10%： $10000 \times (1.00\% + 0.10\%) = 110$ （万元）

乙的现金流 = $240 - 110 = 130$ （万元）

（2）第6个月月末

沪深300指数收益率： $(4300.8 - 4000.20) / 4000.20 = 7.51\%$

乙收到3个月期SHIBOR： $10000 \times 2.5\% = 250$ （万元）

乙支付沪深300指数收益率 + 0.10%： $10000 \times (7.51\% + 0.10\%) = 761$ （万元）

乙的现金流 = $250 - 761 = -511$ （万元）

（3）第9个月月末

沪深300指数收益率： $(4100.0 - 4300.8) / 4300.8 = -4.67\%$

乙收到3个月期SHIBOR： $10000 \times 2.7\% = 270$ （万元）

乙支付沪深300指数收益率 + 0.10%： $10000 \times (-4.67\% + 0.10\%) = -457$ （万元）

乙的现金流 = $270 - (-457) = 727$ （万元）

(4) 第12个月月末

沪深300指数收益率： $(3900.0 - 4100.0) / 4100.0 = -4.88\%$

乙收到3个月期SHIBOR： $10000 \times 2.8\% = 280$ （万元）

乙支付沪深300指数收益率 + 0.10%： $10000 \times (-4.88\% + 0.10\%) = -478$ （万元）

乙的现金流 = $280 - (-478) = 758$ （万元）

表格中“现金流”列，从上到下依次为：0、130、-511、727、758。

6.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

利率互换[广西大学2016年研]

答：利率互换亦称作利率掉期，是一种金融衍生工具。利率互换是指交易双方，以同种货币同样的名义本金为基础，在未来的一定期限内交换现金流，其中一方的现金流根据协定的浮动利率计算，而另一方的现金流则根据固定利率计算出来的。利率互换既可以满足不同的筹资需求，也可以发挥交易双方的比较优势，降低融资成本，使交易双方实现双赢。利率互换的主要目的是降低双方的资金成本（即利息），并使之各自得到自己需要的利息支付方式（固定或浮动）。

二、简答题

1 按合约类型的标准分类，简述四种最基本的金融衍生工具种类要求。[华中科技大学2017年研]

答：金融衍生工具是指价值依赖于原生性金融工具的一类金融产品，在形式上均表现为一种合约，在合约上载明买卖双方同意的交易品种、价格、数量、交割时间及地点等。按合约类型的标准划分主要有远期、期货、期权和互换这四种类型。

(1) 远期合约

远期合约是相对最简单的一种金融衍生工具。合约双方约定在未来某一日期按约定的价格买卖约定数量的相关资产。远期合约通常是在两个金融机构之间或金融机构与其客户之间签署的。远期合约的交易一般不在规范的交易所内进行。目前，远期合约主要有货币远期和利率远期两类。在远期合约的有效期以内，合约的价值随相关资产市场价格的波动而变化。若合约到期时以现金结清，当市场价格高于合约约定的执行价格时，应由卖方向买方支付价差金额；当市场价格低于执行价格时，则由买方向卖方支付价差金额。按照这样一种交易方式，远期合约的买卖双方可能形成的收益或损失都是无限大。

(2) 期货合约

期货合约与远期合约十分相似，它是交易双方约定在未来某一时间按约定价格买卖一定标准数量的某种特定金融资产的合约。期货合约的收益曲线也与远期合约一致，即买卖双方可能形成的收益或损失都是无限大。无论是远期合约还是期货合约，都为交易人提供了一种避免因一段时期内价格波动带来风险的工具；同时，也为投机人利用价格波动取得投机收入提供了手段。两者的区别在于：远期合约交易一般规模较小，较为灵活，交易双方易于按各自的愿望对合约条件进行磋商。而期货合约的交易是在有组织的交易所内完成的，合约的内容（如相关资产的种类、数量、价格、交割时间、交割地点等）都有标准化的特点。比较起来，期货交易更为规范化，也更便于管理。

(3) 期权合约

期权是一种选择权，期权合约是指期权的买方有权在约定的时间或约定的时期内，按照约定的价格买进或卖出一定数量的相关资产，也可以根据需要放弃行使这一权利。为了取得这样一种权利，期权合约的买方必须向卖方支付一定数额的费用，即期权费。按照相关资产的不同，金融期权有外汇期权、利率期权、股票期权、股指期货期权等。

期权还分看涨期权和看跌期权两个基本类型。看涨期权的买方有权在某一确定的时间以确定的价格购买相关资产；看跌期权的买方有权在某一确定的时间以确定的价格出售相关资产。对期权的买方来说，收益无限，损失有限，损失的仅限于期权费；对期权的卖方来说，收益有限，损失无限。在这种看似不对称的条件下，还会存在期权的卖方，是因为可能出现以下两种情况：一是买入看涨期权，价格不涨反跌，或者价格虽涨，但涨不到执行价格；买入看跌期权，价格虽跌，但跌不破执行价格。二是将卖出期权与买入现货资产结合起来，分散风险。

(4) 互换合约

互换是指交易双方约定在合约有效期内，以事先确定的名义本金额为依据，按约定的支付率（利率、股票指数收益率等）相互交换支付的约定。交换的具体对象可以是不同种类的货币、债券，也可以是不同种类的利率、汇率、价格指数等。

互换合约实质上可以分解为一系列远期合约的组合。

2 解释为什么总收益互换可以被用来作为融资工具？

答：以我国融资融券为例进行分析。在我国，通常融资融券具有较高成本，融资者需要支付融资利率、买卖股票时支付的佣金、印花税，成本加起来高达8%~9%。而采用总收益互换时，融资方仅需要支付浮动利率和息差，以及缴纳保证金的利息，加在一起总和在3%~4%之间，大大减少了交易费用，降低了融资成本。

总收益互换因其可以节省交易费用、减少税收、规避监管、提高杠杆，因此可以作为一种融资工具。

3 总收益互换与资产互换之间的区别是什么？

答：总收益互换是债券的总收益与LIBOR加上一个利差之间进行交换的协议。总收益包括息票、利息以及互换有效期内资产的收益。在总收益互换协议中，支付方持有债券并将债券的信用风险转移给接受方。如果在参照债券价格下降时接受方违约了，支付方将遭受损失。

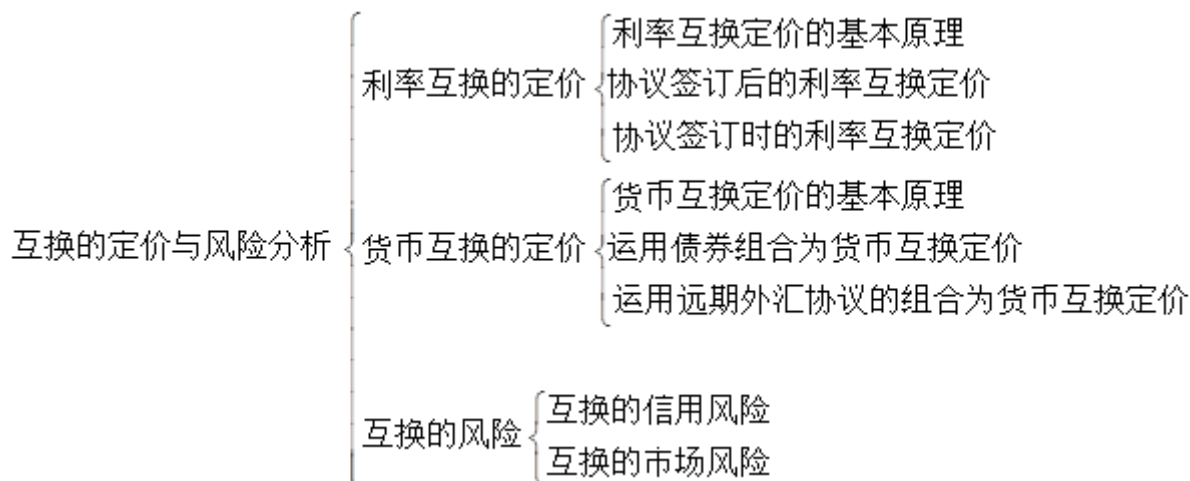
资产互换是以一种资产现金流的特征复制另一种资产现金流的特征。常见的例子是两种债务证券的交换。为获得更好的支付流，投资者可能把固定利率资产互换成浮动利率资产。

两者区别为，前者是债券的实际收益与LIBOR加上一个利差互换，而后者是债券的承诺收益与LIBOR加上一个利差互换。

第七章 互换的定价与风险分析

7.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、利率互换的定价

1 利率互换定价的基本原理（见表7-1）

表7-1 利率互换定价的基本原理

要点	具体内容
本质	未来一系列现金流的组合
定价原理	①视为一个浮动利率债券多头与固定利率债券空头的组合，互换的价值就是二者价值的差； ②视为一系列用固定利率交换浮动利率的 FRA 组合，互换的价值可以由每笔 FRA 价值算出
定价情形	①协议签订后，互换价值由协议内容和市场利率水平决定，可正可负； ②协议签订时，为了使双方互换价值相等，选择使互换初始价值为零的固定利率

2 协议签订后的利率互换定价（见表7-2）

表7-2 协议签订后的利率互换定价

定价方式	具体内容	
运用债券组合给利率互换定价	<p>定义：B_{fix} 为互换合约中固定利率债券的价值；B_{fl} 为互换合约中浮动利率债券的价值。</p> <p>对于互换多头，即支付固定利率的一方来说，利率互换的价值就是：</p> $V_{互换} = B_{fl} - B_{fix}$ <p>对于互换空头，即支付浮动利率的一方来说，利率互换的价值就是：</p> $V_{互换} = B_{fix} - B_{fl}$	
	固定利率债券定价公式	$B_{fix} = \sum_{i=1}^n ke^{-r_i t_i} + Ae^{-r_n t_n}$ <p>其中，A 为利率互换中的名义本金，k 为现金流交换日交换的固定利息额，n 为交换次数，t_i 为距第 i 次现金流交换的时间长度 ($1 \leq i \leq n$)，r_i 则为到期日为 t_i 的 LIBOR 连续复利即期利率</p>
	浮动利率债券的定价公式	$B_{fl} = (A + k^*)e^{-r_1 t_1}$ <p>其中，k^* 为下一交换日应交换的浮动利息额（这是已知的），距下一次利息支付日则还有 t_1 的时间，n 为期限为 t_1 的 LIBOR 连续复利即期利率，A 为名义本金</p>
运用远期利率协议给利率互换定价	<p>对于收取固定利息的交易方，FRA 的定价公式为：</p> $[Ae^{r_K(T^*-T)} - Ae^{r_F(T^*-T)}]e^{-r(T^*-t)}$ <p>其中，A 为名义本金，T^* 为利息交换日，T 为上一个利息交换日，t 为当前时点，r_K 为固定利率，r_F 为 T 至 T^* 远期利率，r 为合适的贴现率</p>	

3 协议签订时的利率互换定价

(1) 基本概念

互换合约签订当日无现金流产生，合约的价值为零，对应的固定利率就是互换利率。

(2) 互换利率确定公式

假设利率互换周期为半年一次，互换利率为 r_s ，契约期间共换 n 次，则：

$$r_s = \frac{2(1 - e^{-r_n \times \frac{n}{2}})}{\sum_{t=1}^n e^{-r_t \times \frac{t}{2}}}$$

(3) 互换利率期限结构

互换利率期限结构：LIBOR利率的期限一般不超过12个月，使用欧洲美元期货可以将LIBOR利率期限延长至2年甚至5年，之后再使用利率互换可以将期限进一步延长。基于所覆盖的时间期限不同，LIBOR、欧洲美元期货利率与美元互换利率常常互相补充，形成市场中所称的“互换利率期限结构”或“互换收益率曲线”或“LIBOR/互换零息曲线”。

互换价差：美元无风险利率期限结构是根据美国国债和国库券价格信息构造的，互换收益率曲线则主要是基于银行间市场报价形成的，两者的差异即为互换价差。

美元互换曲线和国债利率期限结构相比的优势如表7-3所示：

表7-3 美元互换利率期限结构优势

要点	具体内容
信息含量	美元利率互换在很多到期期限上均有活跃的交易，而国债只在几个关键期限上交易比较活跃，因此美元互换曲线能够提供更多到期期限的利率信息
交易频率	特定期限的美元互换利率可以每天得到，国债利率只有等到该期限的国债新发行时才能获得
供需关系	美元互换合约供给是无限的，不会受到发行量的制约；国债受到供给量的影响，新发行的国债在市场上受到追捧，交易量大，收益率更低

(4) 我国的互换利率定价

在我国，浮动端利率除了SHIBOR外，还有回购利率、定期存款利率和定期贷款利率。当浮动端利率不等于贴现率时，互换利率就是浮动端利率即期和远期利率的加权平均数，权重取决于贴现率的期限结构。以两期为例（假定一年互换一次现金流），根据固定端现值等于浮动端现值的基本原理有：

$$r_s e^{-r_1} + r_s e^{-2r_2} = r_{f_1} e^{-r_1} + r_{f_2} e^{-2r_2}$$

整理后可得：

$$r_s = \frac{e^{-r_1}}{e^{-r_1} + e^{-2r_2}} r_{f_1} + \frac{e^{-2r_2}}{e^{-r_1} + e^{-2r_2}} r_{f_2}$$

式中： r_s 互换利率； r_{f1} 为1年期浮动端利率； r_{f12} 则为1年至2年的远期浮动端利率； r_1 为1年期贴现率； r_2 为2年期贴现率。

根据上述公式可以计算出我国1年期定期存款和贷款利率互换的互换利率。

考点二、货币互换的定价

1 货币互换定价的基本原理

货币互换可以看作本币固定利率债券多头和外币固定利率债券空头的组合，或者远期外汇协议的组合。

2 运用债券组合为货币互换定价

定义 $V_{\text{互换}}$ 为收入本币并支付外币的货币互换的本币价值，那么：

$$V_{\text{互换}} = B_D - S_0 B_F$$

对付出本币、收入外币的那一方：

$$V_{\text{互换}} = S_0 B_F - B_D$$

其中， B_F 是互换中外汇现金流所对应的债券以外币计价的价值， B_D 是从互换中本国现金流所对应债券的价值， S_0 是直接标价法下的即期汇率。

3 运用远期外汇协议的组合为货币互换定价

货币互换在本质上与利率互换一致，都可以看成是一系列远期外汇协议的现金流组合。因此，为计算货币互换的价值，可以通过计算并加总货币互换中分解得到的每一笔远期外汇协议的价值，进行转化求解。

考点三、互换的风险

互换的风险主要分为信用风险和市场风险。

1 互换的信用风险

(1) 概念

互换的信用风险是指当利率或汇率等市场变量的变动，使得交易对手违约对金融机构的价值为正，就会产生信用风险。互换实际上是该交易者的一项资产，同时是协议另一方的负债，该交易者就面临着对方违约的风险。因此，互换的信用风险与市场风险存在一定的联系，并且货币互换的信用风险大于利率互换。

(2) 应对策略

互换交易中交易者常常通过增强信用来管理和消除信用风险。例如净额结算、抵押、盯市等，如表7-4所示：

表7-4 信用风险管理策略

要点	具体内容
净额结算	互换交易的基本特征，是指在利息交换日交换利息净额
抵押	当互换价值变化时，所需抵押品的数量也会同时调整
盯市	指每隔一段时间就重新评估互换的价值，根据该评估值由互换一方完成对另一方的支付，互换中的价格变量（如固定利率）则重新设定为使得互换价值为零的值
信用衍生品	无法像市场风险一样被简单对冲

2 互换的市场风险

市场风险是指在合约存续期内，因市场变量变化而导致合约价值发生变换的风险。与互换相联系的市场风险主要可分为利率风险和汇率风险。对于利率互换来说，主要的市场风险是利率风险；而对于货币互换而言，市场风险包括利率风险和汇率风险。

一般来说，互换的市场风险可以通过签订抵消合约进行对冲，或组合使用衍生金融工具如外汇期货、外汇远期合约、利率期货、利率远期协议等进行对冲操作。

7.2 课后习题详解

1 假设在一笔互换合约中，某一金融机构每半年支付6个月期的LIBOR，同时收取8%的年利率（半年计一次复利），名义本金为1亿美元。互换还有1.25年的期限。3个月、9个月和15个月的LIBOR（连续复利率）分别为10%、10.5%和11%。上一次利息支付日的6个月LIBOR为10.2%（半年计一次复利）。试分别运用债券组合和FRA组合计算此笔利率互换对该金融机构的价值。

答：（1）运用债券组合计算该笔利率互换的价值

① 现金流交换日交换的固定利息额 $K = 1 \times (8\%/2) = 0.04$ （亿美元）。

根据固定利率债券定价公式有：

$$B_{\text{fix}} = 0.04e^{-0.1 \times 0.25} + 0.04e^{-0.105 \times 0.75} + 1.04e^{-0.11 \times 1.25} \approx 0.9824 \text{ (亿美元)}$$

② 下一交换日应交换的浮动利息额 $K^* = 1 \times (10.2\%/2) = 0.051$ （亿美元）。

$$B_{\text{fl}} = (1 + 0.051) e^{-0.1 \times 0.25} \approx 1.0251 \text{ (亿美元)}$$

③ 由题意可知，该金融机构是互换空头，即浮动利率的支付者，则其利率互换的价值为：

$$V_{\text{互换}} = B_{\text{fix}} - B_{\text{fl}} = 0.9824 - 1.0251 = -0.0427 \text{ (亿美元)}$$

（2）运用FRA组合计算该笔利率互换的价值

6个月计一次复利的8%对应的连续复利率为 $2\ln(1 + 8\%/2) \approx 7.84\%$ 。

计算该金融机构每次交换后的FRA价值。

① 3个月后交换的FRA价值为： $1 \times (e^{7.84\% \times 0.5} - e^{10\% \times 0.5}) e^{-10\% \times 0.25} \approx -0.011$ （亿美元）；

② 3个月到9个月的远期利率为：

$$\frac{0.105 \times 0.75 - 0.10 \times 0.25}{0.5} = 0.1075$$

9个月后交换的FRA价值为： $1 \times (e^{7.84\% \times 0.5} - e^{10.75\% \times 0.5}) e^{-10.5\% \times 0.75} \approx -0.014$ （亿美元）；

③ 9个月到15个月的远期利率为：

$$\frac{0.11 \times 1.25 - 0.105 \times 0.75}{0.5} = 0.1175 = 11.75\%$$

9个月后交换的FRA价值为： $1 \times (e^{7.84\% \times 0.5} - e^{11.75\% \times 0.5}) e^{-11\% \times 1.25} \approx -0.018$ （亿美元）。

综上，3次交换的互换总值为 $(-0.011) + (-0.014) + (-0.018) = -0.043$ （亿美元）。

2 请解释协议签订后的利率互换定价和协议签订时的互换定价有何区别。

答：协议签订后的利率互换定价，是根据协议内容与市场利率水平确定利率互换合约的价值。对于利率互换协议的持有者来说，该价值可能是正的，也可能是负的。

在协议签订时，一个公平的利率互换协议应使得双方的互换价值相等。

换言之，协议签订时的互换定价，是在协议签订时让互换多空双方的互换价值相等即选择一个使得互换的初始价值为零的固定利率。

3 由当前时刻直至第1.5年的LIBOR即期利率都是5%（连续复利）。对于标准化的利率互换协议（即互换利率为相应期限的平价到期收益率），2年期、2.5年期和3年期的互换利率（半年计一次复利）分别为5.4%、5.5%和5.6%。请估计当前时刻的2年、2.5年和3年期的即期利率。

答：设债券面值为100元，2.0年、2.5年和3.0年期的即期利率分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 。

(1) 对于2.0年期的债券来说，每半年付息 $5.4/2 = 2.7$ （元），则有等式：

$$2.7e^{-5\% \times 0.5} + 2.7e^{-5\% \times 1} + 2.7e^{-5\% \times 1.5} + (100 + 2.7)e^{-r_1 \times 2} = 100$$

解得 $r_1 \approx 5.34\%$ 。

(2) 对于2.5年期的债券来说，每半年付息 $5.5/2 = 2.75$ （元），则有等式：

$$2.75e^{-5\% \times 0.5} + 2.75e^{-5\% \times 1} + 2.75e^{-5\% \times 1.5} + 2.75e^{-5.34\% \times 2} + (100 + 2.75)e^{-r_2 \times 2.5} = 100$$

解得 $r_2 \approx 5.44\%$ 。

(3) 对于3.0年期的债券来说，每半年付息 $5.6/2 = 2.8$ （元），则有等式：

$$2.8e^{-5\% \times 0.5} + 2.8e^{-5\% \times 1} + 2.8e^{-5\% \times 1.5} + 2.8e^{-5.34\% \times 2} + 2.8e^{-5.44\% \times 2.5} + (100 + 2.8)e^{-r_3 \times 3} = 100$$

解得 $r_3 \approx 5.54\%$ 。

4 假设美元和日元的LIBOR利率的期限结构是平的，在日本是4%而在美国是9%（均为连续复利）。某一金融机构在一笔货币互换中每年收入日元，利率为5%，同时付出美元，利率为8%。两种货币的本金分别为1000万美元和120000万日元。这笔互换还有3年的期限，每年交换一次利息，即期汇率为1美元 = 110日元。试分别运用债券组合和远期外汇组合计算此笔货币互换对该金融机构的价值。

答：(1) 运用债券组合计算该笔利率互换的价值

如果以美元为本币，那么：

$$B_D = 80e^{-0.09 \times 1} + 80e^{-0.09 \times 2} + 1080e^{-0.09 \times 3} \approx 964.39 \text{ (万美元)}$$

$$B_F = 6000e^{-0.04 \times 1} + 6000e^{-0.04 \times 2} + 126000e^{-0.04 \times 3} \approx 123055.41 \text{ (万日元)}$$

所以此笔货币互换对该金融机构的价值为 $123055.41/110 - 964.39 \approx 154.3$ （万美元）。

(2) 运用远期外汇组合计算该笔利率互换的价值

即期汇率为1美元 = 110日元，或者是1日元 = 0.009091美元。因为美元和日元的年利差为5%，根据 $F = Se^{(r-r_f)T-t}$ 可得：

一年期、两年期和三年期的远期汇率分别为： $0.009091e^{0.05 \times 1} \approx 0.009557$ ， $0.009091e^{0.05 \times 2} \approx 0.010047$ ， $0.009091e^{0.05 \times 3} \approx 0.010562$ 。

与利息交换等价的三份远期合约的价值分别为： $(6000 \times 0.009557 - 80) e^{-0.09 \times 1} \approx -20.71$ （万美元）， $(6000 \times 0.010047 - 80) e^{-0.09 \times 2} \approx -16.47$ （万美元）， $(6000 \times 0.010562 - 80) e^{-0.09 \times 3} \approx -12.69$ （万美元）。

与最终的本金交换等价的远期合约的价值为： $(120000 \times 0.010562 - 1000) e^{-0.09 \times 3} \approx 204.16$ （万美元）。

因为该金融机构收入日元付出美元，所以此笔货币互换对该金融机构的价值为： $204.16 - 20.71 - 16.47 - 12.69 = 154.29$ （万美元）。

5 一个金融机构与某公司签订了一份10年期的、每年交换一次利息的货币互换协议，金融机构每年收入瑞士法郎，利率为3%（每年计一次利息），同时付出美元，利率为8%（每年计一次复利）。两种货币的本金分别为700万美元和1000万瑞士法郎。假设该公司在第6年末宣告破产，即期汇率为1瑞士法郎 = 0.8美元，此时美元和瑞士法郎的利率期限结构是平的，美元为8%，瑞士法郎为3%（均为连续复利）。请问：公司的破产对金融机构造成的损失是多少？

答：金融机构每年收入瑞士法郎30万，支出美元56万，从中分离出的本币（瑞士法郎）债券价值为：

$$B_D = 30 \times (e^{-3\%} + e^{-2 \times 3\%} + e^{-3 \times 3\%} + e^{-4 \times 3\%}) + 1000e^{-4 \times 3\%} \approx 998.31 \text{ (万法郎)}。$$

从中分离出的外币（美元）债券价值为：

$$B_F = 56 \times (e^{-8\%} + e^{-2 \times 8\%} + e^{-3 \times 8\%} + e^{-4 \times 8\%}) + 700e^{-4 \times 8\%} \approx 692.43 \text{ (万美元)}。$$

若以法郎作为本币，由于金融机构收入法郎付出美元，则互换对于金融机构的价值：

$$V = 998.31 - 692.43/0.8 \approx 132.77 \text{ (万法郎)}。$$

因此，若公司破产，金融机构将损失132.77万法郎。

6 具体阐述与互换相联系的主要风险。

答：与互换相联系的风险主要包括信用风险和市场风险。

(1) 信用风险

由于互换是交易对手之间私下达成的场外协议，因此包含着信用风险，也就是交易对手违约的风险。当利率或汇率等市场价格的变动使得互换对交易者而言，违约对金融机构而言价值为正时，就会产生信用风险。互换实际上是该交易者的一项资产，同时是协议另一方的负债，该交易者就面临着对方不履行互换协议的信用风险。当互换对交易者而言价值为负且协议的另一方即将破产时，理论上该交易者面临一个意外收益，因为对方的违约将导致一项负债的消失。对利率互换的交易双方来说，由于交换的仅是利息差额，其真正面临的信用风险暴露远比互换的名义本金要少得多；而货币互换由于进行本金的交换，其交易双方面临的信用风险显然比利率互换要大一些。

交易者可以通过信用增强来管理和消除信用风险，如净额结算、抵押和盯市等。此外，信用衍生产品也是对互换信用风险进行管理的手段之一。

(2) 市场风险

市场风险是指在合约存续期内，因市场变量变化而导致合约价值发生变换的风险。对于利率互换来说，主要的市场风险是利率风险；而对于货币互换而言，市场风险包括利率风险和汇率风险。一般来说，可以通过久期、凸性等分析工具，运用市场上的固定收益产品对冲互换中的利率风险，通过远期外汇协议等对冲货币互换中的汇率风险。当利率和汇率的变动对于交易者是有利的时候，交易者往往面临着信用风险。

7.3 考研真题与典型题详解

一、简答题

1 简述衍生金融工具市场及其特点。[广西大学2016年研]

答：衍生金融工具市场是指进行衍生金融工具交易的市场。该市场交易的对象不是衍生证券所载明的标的物，而是标准化合约本身。衍生证券市场自20世纪70年代产生以来，其交易品种层出不穷、市场规模迅速扩大、交易量急剧上升、市场参与者不断增加，对各国金融市场和国际金融市场的影响越来越大。该市场主要包括金融远期市场、金融期货市场、金融期权市场和金融互换市场。

衍生金融工具市场的特点包括：

(1) 跨期交易。金融衍生工具是交易双方通过对利率、汇率、股价等因素变动趋势的预测，约定在未来某一时间按照一定条件进行交易或选择是否交易的合约。

(2) 杠杆效应。金融衍生工具交易一般只需要支付少量的保证金或权利金就可签订远期大额合约或互换不同的金融工具。保证金越低，杠杆效应越大，风险也就越大。在收益可能成倍放大的同时，投资者所承担的风险与损失也会成倍放大，基础工具价格的轻微变动也许就会带来投资者的大喜大悲。金融衍生工具的杠杆效应一定程度上决定了其高投机性和高风险性。

(3) 不确定性和高风险性。金融衍生证券的投资成败有赖于投资者对未来市场价格的预测和判断，金融工具价格的变幻莫测，决定了金融衍生工具交易盈亏的不稳定性，也成为金融衍生工具高风险性的重要诱因。

(4) 套期保值和投机套利共存。金融衍生工具产生的直接动因是规避风险、进行套期保值，然而，要求保值的交易者不可能都恰好相互达成协议。金融衍生工具在集中了社会经济各种风险之后，需要得以释放和分配，需要有大量活跃的参与者承担风险，即投机者的加入。金融衍生工具的杠杆效应正具备了吸引投机者的条件，这种低成本、高收益的交易使相当多的人甘愿冒高风险去一试高低。不论投机者的个人目的如何，他们确实成为金融衍生工具市场中不可缺少的角色，他们类似赌博的行为承担并分散了市场所集中的风险，为市场注入了活力，提高了市场运作效率，使避险者能轻易地在这个市场上转移风险。

2 一家银行与一家非金融公司签订了一项双边结算形式的利率互换合约，其中银行支付3%的固定利率并收取LIBOR。在银行与交易对手之间没有其他交易，并且这项交易也无须提交抵押品。银行所面临的信用风险是什么？讨论在利率曲线为上升形或下降形时哪种信用风险更大。

答：在交换开始时，互换合约的价值大约为零。随着时间的推移，互换的价值很可能会发生变化。银行所面临的信用风险在于：如果在交易对手违约时，互换对银行的价值为正，对交易对手的价值为负，银行很可能会发生损失。

如果收益率曲线向上倾斜，预计早期的利率互换对银行产生负的现金流，后期对银行产生正的现金流。这意味着，随着时间的推移，预计互换将产生正的价值，因此，银行面临的信用风险相对较高。当收益率曲线向下倾斜时，早期的交易对银行产生的现金流的预期为正，后期为负。这意味着，随着时间的推移，预计互换对于银行的价值将降为负值，因此，该行面临的信用风险相对较低。所以银行在利率曲线为上升形时信用风险更大。

3 某金融机构与公司X进行了一笔利率互换交易。在交易中，金融机构收入每年4%的瑞士法郎，并同时付出6个月期的LIBOR，互换的本金为1000万美元，期限为5年。支付的频率为每6个月。假如在第6个支付日（第3年年末）公司X违约，而这时对于所有的期限，6个月期LIBOR远期利率均为每年2%。金融机构会有什么损失？假定在两年半时的LIBOR为每年3%，在违约时所有OIS利率均为每年1.8%。OIS是按连续复利，其他利率按半年复利。

答：在第3年末，金融机构应该要收取20万美元（ $= 0.5 \times 4\% \times 1000$ ）并支付15万美元（ $= 0.5 \times 3\% \times 1000$ ），净收益为5万美元。估计互换剩余年限的价值，假定远期利率是已知的。所有的远期利率均为2%（年率）。在剩余年限里，每次浮动支付价值为 $0.5 \times 0.02 \times 1000 = 10$ （万美元），净收益为 $20 - 10 = 10$ （万美元），即金融机构每次获得正的现金流为10万美元。第3年末到第5年末在不违约时金融机构应该获得的现金流为：

第3年：5万美元；

第3.5年：10万美元；

第4年：10万美元；

第4.5年：10万美元；

第5年：10万美元。

违约成本等于所有现金流的现值，将现金流折现到第3年，折现率为1.8%（连续复利），得到违约成本：

$$5 + 10 \times e^{-1.8\% \times 0.5} + 10 \times e^{-1.8\% \times 1} + 10 \times e^{-1.8\% \times 1.5} + 10 \times e^{-1.8\% \times 2} = 44.11 \text{ (万美元)}$$

金融机构将损失44.11万美元。

4 某金融机构与公司Y进行了一笔10年期的货币互换交易。在交易中，金融机构收入每年3%的瑞士法郎利息，并同时支付每年8%的美国利率。支付频率为每年一次。本金分别为700万美元与1000万法郎。假如在第6年年末公司Y宣布破产，这时的兑换率为每法郎值0.80美元。金融机构会有什么损失？假设在第6年年末，所有期限的瑞士法郎无风险利率均为每年3%，美元利率均为每年8%。所有利率均是按年复利。

答：当利率为年计复利时：

$$F_0 = S_0 \left(\frac{1+r}{1+r_f} \right)^T$$

其中， F_0 为T年的远期利率， S_0 为即期利率， r 为国内无风险利率， r_f 为国外无风险利率。因为 $r = 0.08$ 和 $r_f = 0.03$ ，6年后的即期和远期汇率为：

即期：0.8000；

1年远期：0.8388；

2年远期：0.8796；

3年远期：0.9223；

4年远期：0.9670。

在远期利率已知的情况下，违约时互换的价值可以计算出来。违约导致的现金流的损失如表7-5所示。

表7-5 违约导致的现金流的损失

年	支付的美元	收入的瑞士法郎	远期汇率	美元表示的瑞士法郎收入	现金流损失
6	560000	300000	0.8000	240000	(320000)
7	560000	300000	0.8388	251600	(308400)
8	560000	300000	0.8796	263900	(296100)
9	560000	300000	0.9223	276700	(283300)
10	7560000	10300000	0.9670	9960100	2400100

以每年8%的利率将损失的现金流折现到第6年末，可得违约成本约为679800美元。

请注意，如果公司Y没有其他的业务，仅仅参与该互换合约，公司将没有理由在第6年末违约，因为此时公司Y的互换收益为正值。实际上，公司Y很可能是以某个与该互换合约无关的原因发生违约并宣布破产，当宣布破产时，合约的收支将会停止。

5 “信用风险很高的公司是那些不能直接进入固定利率市场的公司。这些公司在利率互换中往往支付固定利率并同时收入浮动利率。”假定这种说法是对的，你认为这样会提高还是降低金融机构互换组合中的风险？假定在利率很高时，公司违约的可能性很大。

答：考虑一份涉及公司X和Y的单纯型利率互换。假定公司X支付固定利率收取浮动利率，而公司Y支付浮动利率收取固定利率。

报价表明，公司X的信用等级要低于公司Y（公司X可能为BBB级公司，很难直接从固定利率市场借款；公司Y可能为AAA级公司，在固定或浮动利率市场借款都较为容易）。可以推测，公司X想要固定利率资金而公司Y想要浮动利率资金。

如果利率过高时公司Y违约，或者利率过低时公司X违约，金融机构将面临损失。但两种情况发生的可能性较小，因为：
① Y在任何情况下都不会违约；② 当利率低时，违约几乎不发生。为了详细地解释，假设每种情况发生的概率如下：

Y违约：0.001

X违约：0.010

违约发生时高利率的情况：0.7

违约发生时低利率的情况：0.3

损失的概率为： $0.001 \times 0.7 + 0.010 \times 0.3 = 0.0037$ 。

如果互换中X和Y的角色发生了变化，损失的概率为： $0.001 \times 0.3 + 0.010 \times 0.7 = 0.0073$ 。

假如在利率很高时公司极易发生违约，上面的观点表明报价有降低金融机构互换组合风险的效应。但值得注意的是，当高利率时违约很有可能发生的假设条件是值得商榷的。该假定的前提是认为较高的利率通常导致了公司的财务困境。然而，在高利率和违约发生之间有很长的时滞。利率较高时，违约不一定发生，而当违约发生时，利率也可能相对较低。

6 为什么在互换交易中由于对手违约给银行造成的预期损失要小于给对手贷款时由于违约给银行造成的预期损失？假设互换与贷款的本金相同，在银行与对手之间没有别的衍生产品交易，而且还是通过双边结算。在互换与贷款时，对手都无须提交抵押品。

答：在一个利率互换中，一家金融机构面临的风险敞口取决于一个固定利率和一个浮动利率之间的差，而名义本金没有风险敞口。在一般贷款中，风险敞口就是全部本金。因此，互换的预期违约损失要小于相同本金贷款的预期违约损失。

7 一家银行发现它的资产与负债不匹配。银行在运作过程中，收入浮动利率存款并且发放固定利率贷款。如何运用互换来抵消风险？

答：该银行吸收存款需要支付浮动利率，发放贷款收取固定利率。因此，该银行可以通过与其他金融机构或企业签订利率互换协议，在协议中约定其支付固定利率、获得浮动利率，以此来抵消风险。

8 解释如何对于某一货币下的浮动利率与另一货币下的固定利率的互换来定价。

答：浮动利率收益的定价可以用货币A表示：① 假定远期利率已知；② 以货币A的适当折现率折现现金流，假定价值为 V_A 。

固定收益可以用货币B定价，并以货币B的适当折现率折现现金流，假定价值为 V_B 。

假如Q为汇率（每单位货币B兑换货币A的单位数），用货币A表示的互换价值为 $V_A - QV_B$ 。同理，用货币B表示的价值为 $V_A/Q - V_B$ 。

9 解释为什么一对相反方向而相互匹配的利率互换的信用风险比相应的一对相反方向的汇率互换的信用风险要低。

答：一对相反方向的利率互换的信用风险为 $|B_{\text{fixed}} - B_{\text{floating}}|$ ，随着到期日的临近，所有的债券价值都趋向于票面价值且信用风险趋近于零。一对相反方向的汇率互换的信用风险为 $|SB_{\text{foreign}} - B_{\text{fixed}}|$ ，其中S为汇率。由于S的不确定性，随着互换合约到期日的临近，信用风险的期望价值趋向于增加。

10 “当一家银行在协商货币互换时，银行应尽量选择从信用低的公司接受具有低利率的货币”，解释这是为什么。

答：随着时间的推移，拥有低利率的货币有走强的趋势。这意味着，从中收取货币的互换合约会增值（或有正值）。同样支付货币的互换合约会贬值（或有负值）。由此引申，从中得到低利率货币的互换合约的风险敞口头寸比得到高利率货币的互换合约的风险敞口头寸大得多。因此，应该寻求信用风险低的交易对手做互换，一方面可以收取低利率货币，另一方面不用考虑对方的信用问题。

11 考虑某资产互换，B为对应于1美元面值的债券市场价格， B^* 为对应于1美元面值的无风险债券价值，V为对应于1美元本金的溢差贴现值，证明 $V = B^* - B$ 。

答：假设本金在互换到期时进行支付和收取，且互换的价值不变。如果溢差是零，每1美元本金的浮动支付的现值为1。LIBOR的利率加溢差的支付现值为 $1 + V$ 。债券现金流的支付现值是每1美元本金为 B^* 。支付债券现金流方所需的初始支付为每美元本金 $1 - B$ （这可能是负数， $B - 1$ 的初始金额由浮动利率支付方支付）。由于资产交换最初价值为零，得到： $1 + V = B^* + 1 - B$ 因此， $V = B^* - B$ 。

12 假设在某种互换中约定固定利率与2倍的LIBOR相交换。对这个互换还能利用“假设远期利率将会实现”的规则来定价吗？

答：该互换可以用“假设远期利率将会实现”的规则来定价。因为该互换与另一份本金为其两倍而固定利率为其利率的一半，与LIBOR进行交换的互换合约是等价的。

13 在一个5年期的互换中，假定以通常方式付出的利率为LIBOR，收入的利率为以LIBOR复利的LIBOR。双方的本金均为1亿美元。付出LIBOR的频率为6个月，收入LIBOR的复合频率也为6个月。LIBOR零息曲线为水平5%（按半年复利），并用于贴现，计算互换价值。

答：互换价值为0。收取的一方与支付的一方具有相同的现金流，这个现金流是以LIBOR进行复利计算的，在LIBOR的基础上复利计算现金流的远期不会改变其价值。

二、计算题

1 一笔货币互换的剩余期限还有15个月，互换将年利率为10%、本金为2000万英镑的利息转换为年利率为6%、本金为3000万美元的利息，互换频率为每年一次。英国与美国的无风险利率期限结构均为水平状，分别为7%与4%（按年复利）。当前的即期汇率为1.5500（每英镑的美元数量）。对于支付英镑的一方互换的价值是多少？对于支付美元的一方互换的价值又是多少？

答：该互换将交换 $2000 \times 10\% = 200$ （万英镑）与 $3000 \times 6\% = 180$ （万美元）的利息。此外，在互换结束时，本金也进行交换。

英镑债券的价值为：

$$200 / (1.07)^{3/12} + 2200 / (1.07)^{15/12} = 2218.2 \text{ (万英镑)}$$

美元债券的价值为：

$$180 / (1.04)^{3/12} + 3180 / (1.04)^{15/12} = 3206.1 \text{ (万美元)}$$

因此，支付英镑的一方互换的价值为： $3206.1 - (2218.2 \times 1.5500) = -232.1$ （万美元）

支付美元的一方的互换价值为232.1万美元。

2 一个面值为1亿美元的互换还有10个月的剩余期限。根据互换条款，6个月LIBOR与固定利率4%（每半年复利一次）进行交换。所有期限的6个月期LIBOR远期利率均为3%。在2个月前，6月期的LIBOR为2.4%。所有期限的OIS利率均为2.7%（连续复利）。对于支付浮动利息方，这一互换的当前价值是多少？对于支付固定利息方，价值又是多少？

答：对于浮动利息方：

(1) 4个月后，将收到 $4\% \times 0.5 \times 10000 = 200$ （万美元）的固定利息，并支付 $2.4\% \times 0.5 \times 10000 = 120$ （万美元）的浮动利息，净现金流为 $200 - 120 = 80$ （万美元）。现值为 $80 \times e^{-2.7\% \times 4/12} \approx 79.28$ （万美元）。

(2) 10个月后，将收到200万美元的固定利息。由于任意期限按半年度复利的LIBOR远期利率为3%，10个月后支付的浮动利息为 $3\% \times 0.5 \times 10000 = 150$ （万美元）。净现金流为 $200 - 150 = 50$ （万美元），现值为 $50 \times e^{-2.7\% \times 10/12} \approx 48.89$ （万美元）。

因此，对于浮动利息支付方，互换的价值为 $79.28 + 48.89 = 128.17$ （万美元），对于支付固定利息的一方，互换价值则为 -128.17 万美元。

3 假设所有期限的OIS利率均为3.4%，3个月期LIBOR为3.5%。6个月期、每3个月交换一次的互换利率为3.6%。所有利率均为按季度复利。3~6个月的LIBOR远期利率是多少？

答：假设本金为10000，3~6个月的LIBOR远期利率为R，则收到固定利率3.6%（每个季度收到90）而支付LIBOR的互换价值应该为0。

(1) 3个月时：收取固定利息 $10000 \times 3.6\% / 4 = 90$ ，支付浮动利息 $10000 \times 3.5\% / 4 = 87.5$ ，净现金流现值为 $(90 - 87.5) / (1 + 0.034/4) \approx 2.479$ 。

(2) 6个月时：收取固定利息90，支付浮动利息 $10000 \times R / 4 = 2500R$ ，则为了使互换价值为0，必须有 $(90 - 2500R) \times (1 + 0.034/4)^2 \approx -2.479$ ，解得 $R \approx 3.701\%$ 。

4 如下2年期的定息对浮息复合互换的价值是多少？互换本金是1亿美元，支付每半年进行一次。互换是收取固定利率而支付浮动利率。固定利率是8%并按8.3%的利率复利（都是每半年复利一次）。浮动利率是LIBOR加上10个基点并按LIBOR加上20个基点的利率复利。LIBOR零息曲线呈水平状，利率为8%，按半年复利。无风险贴现率为7.5%（连续复利）。

答：每次收取的固定利息为 $100 \times 8\% / 2 = 4$ （百万美元），最后支付的固定利息以百万美元计为：

$$[(4 \times 1.0415 + 4) \times 1.0415 + 4] \times 1.0415 + 4 \approx 17.0238 \text{ (百万美元)}$$

每次支付的浮动利息为 $100 \times (8\% + 0.1\%) / 2 = 4.05$ （百万美元），假如将远期利率考虑进来，浮动利率支付的最终报酬为：

$$[(4.05 \times 1.041 + 4.05) \times 1.041 + 4.05] \times 1.041 + 4.05 \approx 17.2238 \text{ (百万美元)}$$

因此互换的价值为：

$$(17.0238 - 17.2238) \times e^{-7.5\% \times 2} \approx -0.1721 \text{ (百万美元)}$$

即该互换的价值是 - 17.21 万美元。

5 1年期LIBOR利率为3%，1年与2年之间的LIBOR远期利率为3.2%，3年期每年交换一次的互换利率为3.2%。当期限为1年、2年与3年的OIS利率分布为2.5%、2.7%与2.9%时，2~3年的LIBOR远期利率是多少？收取4%、支付LIBOR、面值为1亿美元的3年期互换的价值是多少？所有利率均为按年复利。

答：（1）设2~3年的LIBOR远期利率为R。固定利率为3.2%的互换价值为0。则 $(0.032 - 0.030) / 1.025 + (0.032 - 0.032) / 1.0272 + (0.032 - R) / 1.0293 = 0$ ， $R = 3.4126\%$ 。2~3年的LIBOR远期利率是3.4126%。

（2）收取4%的互换比收取3.2%的价值为0的互换每年多获得0.8%（或者80万美元）的利息，它的价值为： $800000 / 1.025 + 800000 / 1.0272 + 800000 / 1.0293 = 2273226$ （美元）。

6 根据利率互换的条款，一家金融机构同意支付每年3.6%，并同时收入3个月期LIBOR，互换本金为1亿美元，每3个月支付一次，这一互换还有14个月的剩余期限。对于所有期限的3个月期LIBOR远期利率为每年4%，1个月前的3个月LIBOR为每年3.2%。目前所有期限的OIS利率均为3.8%（连续复利），所有其他利率均为按季度复利。互换的价值是多少？

答：根据题意，第二个月时，该金融机构将支付 $10000 \times 3.6\% / 4 = 90$ 万美元的固定利息，并收到 $10000 \times 3.2\% / 4 = 80$ 万美元的浮动利息，净现金流为 - 10 万美元。在第5、第8、第11、第14个月时，该金融机构将分别支付90万美元的固定利息，并收到 $10000 \times 4\% / 4 = 100$ 万美元的浮动利息，净现金流为10 万美元。则该互换的价值为：

$$-10 \times e^{-3.8\% \times 2/12} + 10 \times (e^{-3.8\% \times 5/12} + e^{-3.8\% \times 8/12} + e^{-3.8\% \times 11/12} + e^{-3.8\% \times 14/12}) \approx 28.88 \text{ 万美元}$$

7 假定美国与澳大利亚的利率期限结构均为水平。美元利率为每年7%，澳元利率为每年9%。每一个澳元的当前价格为0.62美元。在互换协议下，金融机构支付每年8%的澳元并且收入每年4%的美元。两种不同货币所对应的本金分别为1200万美元和2000万澳元。支付每年交换一次，其中一次交换刚刚发生。这一互换剩余期限还有2年。对于金融机构而言，这一互换的价值是多少？假定所有利率均为连续复利。

答：该金融机构持有美元债券多头和澳元债券空头。美元债券的价值为： $0.48e^{-0.07 \times 1} + 12.48e^{-0.07 \times 2} \approx 11.297$ （百万美元）。

澳元债券价值为： $1.6e^{-0.09 \times 1} + 21.6e^{-0.09 \times 2} \approx 19.504$ （百万澳元）。

所以，互换合约的价值为： $11.297 - 19.504 \times 0.62 \approx -0.795$ （百万美元）。

即 - 795000美元。

还有另一种计算互换合约价值的方法，将互换合约看成一系列远期汇率合约的组合。一年期的远期汇率为 $0.62e^{0.07 - 0.09} \approx 0.6077$ 。两年期的远期汇率为 $0.62e^{(0.07 - 0.09) \times 2} \approx 0.5957$ 。所以，互换合约的价值为： $(0.48 - 1.6 \times 0.6077) e^{-0.07 \times 1} + (12.48 - 21.6 \times 0.5957) e^{-0.07 \times 2} \approx -0.795$ （百万美元）。

这与第一种方法的计算结果一致。

8 LIBOR零息利率在美国为5%，而在澳大利亚为10%（均为按年复利）。在一个4年期跨货币互换中，收取澳大利亚LIBOR并支付9%，而两个利率均用于1亿美元的本金上。付款每年交换一次。澳大利亚所有一年期远期利率的波动率均估计为25%，所有期限的远期美元/澳元汇率（每美元的澳元数）的波动率均为15%，两者之间的相关系数是0.3，互换的价值是多少？假设美元贴现率为4.7%（连续复利）。

答：提供固定利率的一方有4次的支付，每次9000000美元，即9百万美元。其现值为：

$$9 \times e^{-4.7\% \times 1} + 9 \times e^{-4.7\% \times 2} + 9 \times e^{-4.7\% \times 3} + 9 \times e^{-4.7\% \times 4} \approx 32.05 \text{ (百万美元)}$$

远期的澳大利亚的LIBOR利率为10%，按年复利。在本题中， $V_i = 10$ ， $\rho_i = 0.3$ ， $\sigma_{W, i} = 0.15$ ， $\sigma_{V, i} = 0.25$ 。因此，在时间点 t_{i+1} 对浮动支付的Quanto调整为：

$$10 \times 0.3 \times 0.15 \times 0.25 t_i = 0.1125 t_i \text{ (百万美元)}$$

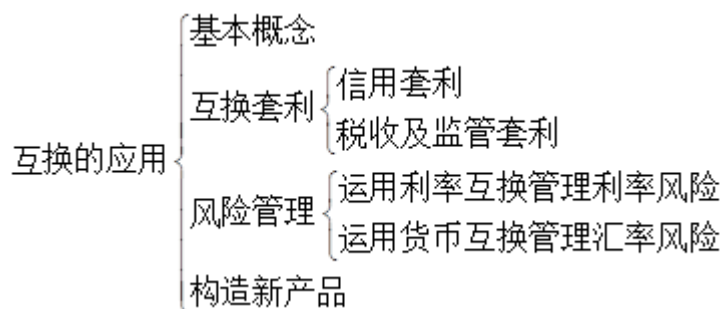
即四年中所收到的现金流分别为10、10.1125、10.225、10.3375百万美元。其现值为 $10 \times e^{-4.7\% \times 1} + 10.1125 \times e^{-4.7\% \times 2} + 10.225 \times e^{-4.7\% \times 3} + 10.3375 \times e^{-4.7\% \times 4} \approx 36.19$ （百万美元）。

因此，该互换的价值为 $36.19 - 32.05 = 4.14$ （百万美元）。

第八章 互换的运用

8.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、基本概念

互换，是两个或两个以上的当事人按照共同商定的条件，在约定的时间内定期交换现金流的金融交易。互换是降低交易成本、提高收益、规避风险的重要金融衍生工具，可以进行套利、风险管理、构造新的金融产品等应用。

考点二、运用互换进行套利

按照收益来源划分，可将互换套利分为信用套利、税收及监管套利，具体内容如表8-1所示。

表8-1 信用套利与税收及监管套利

要点	信用套利	税收及监管套利
基本概念	是指交易双方利用各自融资领域的比较优势，根据约定好的条件交换现金流的金融交易	是指交易者根据不同国家的税收和法规要求，通过互换来规避税收和管制，从而达到降低成本、获取收益的目的
套利条件	①互换交易双方对另一方有资产或负债需求； ②互换交易双方在资产或负债上存在各自融资领域的比较优势	
比较优势来源	利率市场的信用差价不同。 如：浮动利率贷款的灵活性，不同市场对借款人的熟悉和接受程度，特定市场的供求关系等	不同国家税收和监管制度的规定不同。 如：税收待遇（包括纳税与税收抵扣）差异，一些人为的市场分割与投资限制，一些金融行为，如：出口信贷、融资租赁能够得到补贴的优惠融资等
优势	降低成本、获取收益	
存在的质疑	①资本市场不断完善，套利机会越来越少； ②互换套利行为本身也会使市场中的套利机会逐渐减少	

考点三、运用互换进行风险管理

风险管理功能是互换最重要的功能，一般情况下，互换的种类不同，管理的风险种类也不同，对应关系如下：

利率互换→管理利率风险

货币互换→管理汇率风险

股票互换→管理股票价格风险

总收益互换和信用违约互换→管理信用风险

1 运用利率互换管理利率风险

(1) 利率互换转换资产的利率属性

若交易者原来持有一笔固定利率的资产，那么他可以作为利率互换多头，向互换对手支付固定利率，同时收到浮动利率，从而将固定利率资产转化为浮动利率资产。同理，若交易者原来持有一笔浮动利率的资产，可以向互换对手支付浮动利率，同时收到固定利率，从而将浮动利率资产转化为固定利率资产。如图8-1所示：

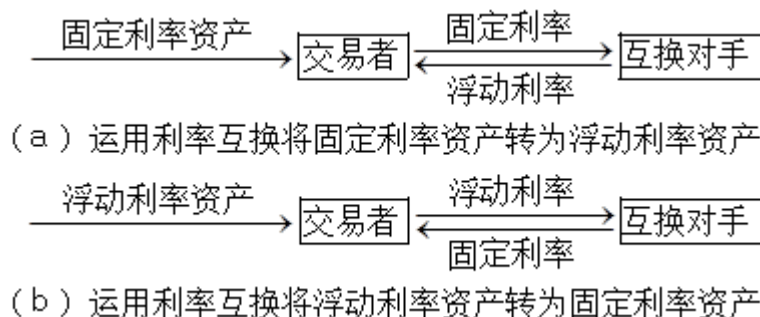


图8-1 运用利率互换转换资产的利率属性

(2) 运用利率互换转换负债的利率属性

若交易者原来持有一笔浮动利率负债，那么他可以作为利率互换多头，向互换对手支付固定利率，同时收到浮动利率，从而将浮动利率负债转化为固定利率负债。同理，若交易者原来持有一笔固定利率的负债，可以向互换对手支付浮动利率，同时收到固定利率，从而将固定利率负债转化为浮动利率负债。如图8-2所示：

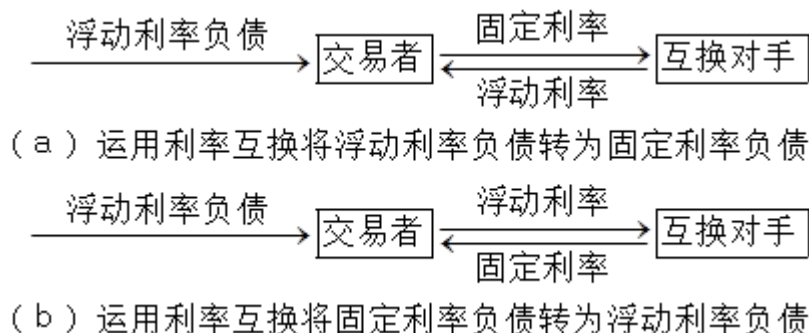


图8-2 运用利率互换转换负债的利率属性

(3) 运用利率互换进行利率风险管理

利率互换相当于由固定利率债券头寸和浮动利率债券头寸组合而成的投资组合。

对于互换空头，利率互换的价值计算公式为： $V_{\text{互换}} = B_{\text{fix}} - B_{\text{fl}}$

其中： B_{fix} 表示固定利率债券， B_{fl} 表示浮动利率债券。

上式可以有两种理解：

- ① 利率互换的价值相当于固定利率债券价值与浮动利率债券价值之间的差额，固定利率债券价值是固定不变的，但浮动利率债券价值会围绕面值上下波动。
- ② 利率互换的久期相当于固定利率债券久期与浮动利率债券久期之间的差额，浮动利率债券的久期不会超过浮动期限。

2 运用货币互换管理汇率风险

货币互换主要管理汇率风险，为管理汇率风险提供重要的金融工具，不仅可以进行汇率风险管理，还能转换资产和负债的货币属性。

考点四、运用互换构造新产品

利率互换既可以分解为固定利率债券和浮动利率债券头寸的组合，也可以拆分为远期协议的组合，因此在实际应用中，可以根据市场状况、投资者预期及投资者需求，将利率互换与其他金融资产进行组合，构造出新的金融产品。

8.2 课后习题详解

1 假设A、B公司都想借入1年期的100万元借款，A想借入与6个月期SHIBOR相关的浮动利率借款，B想借入固定利率借款。但两家公司信用等级不同，故市场向它们提供的利率也不同（见表8-2（教材表8.3）），请简要说明两公司应如何运用利率互换进行信用套利。

表8-2 A公司和B公司的借贷成本

	A	B
借入固定利率	10.8%	12.0%
借入浮动利率	SHIBOR+0.25%	SHIBOR+0.75%

答：由表8-2知：A公司的借款利率均低于B公司，因此A公司在两个市场上的借款具有绝对优势。但是在固定利率市场上，A、B两公司利率差值为1.2%，浮动利率市场上差值为0.5%，因此A公司在固定利率市场上具有比较优势，B公司在浮动利率市场上有比较优势。因此，为降低筹资成本，A、B公司可以进行如下操作：A公司在固定利率市场上以10.8%的利率借入100万美元，B公司在浮动利率市场上以LIBOR + 0.75%借入100万美元，二者进行互换。由于本金相同，因此只需交换利息即可。进行一系列互换之后，A、B两公司最终的筹资总成本为： $10.8\% + \text{SHIBOR} + 0.25\%$ ，总成本减少 $(12.0\% + \text{SHIBOR} + 0.25\%) - (10.8\% + \text{SHIBOR} + 0.25\%) = 0.7\%$ ，两公司对该利益的划分可通过谈判决定，达到了运用利率互换形成的双赢局面。

2 阐述利率互换在风险管理上的运用。

答：利率互换的作用主要体现在管理利率风险上。具体表现在以下三点：

(1) 运用利率互换转换资产的利率属性

如图8-3所示，若交易者原来持有一笔固定利率的资产，那么他可以作为利率互换多头，向互换对手支付固定利率，同时收到浮动利率，从而将固定利率资产转化为浮动利率资产。同理，若交易者原来持有一笔浮动利率的资产，可以向互换对手支付浮动利率，同时收到固定利率，从而将浮动利率资产转化为固定利率资产。

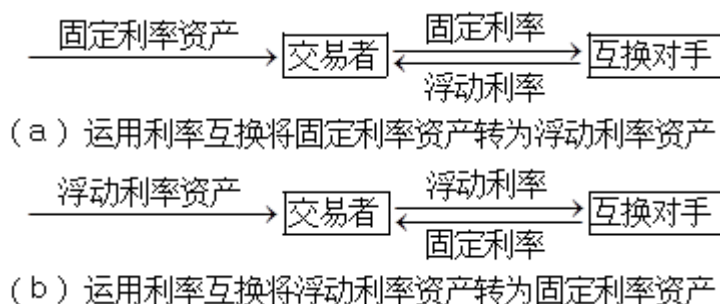


图8-3 运用利率互换转换资产的利率属性

(2) 运用利率互换转换负债的利率属性

如图8-4所示，若交易者原来持有一笔浮动利率负债，那么他可以作为利率互换多头，向互换对手支付固定利率，同时收到浮动利率，从而将浮动利率负债转化为固定利率负债。同理，若交易者原来持有一笔固定利率的负债，可以向互换对手支付浮动利率，同时收到固定利率，从而将固定利率负债转化为固定利率负债。

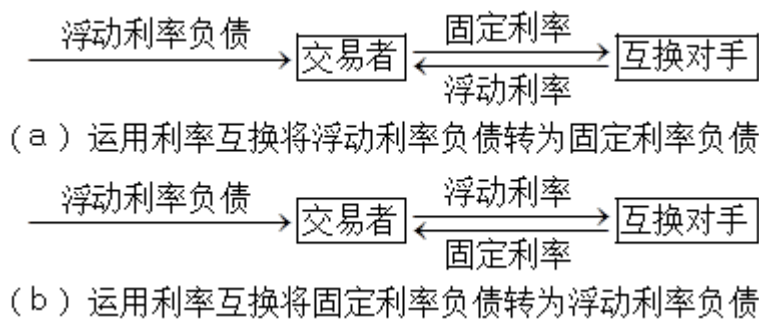


图8-4 运用利率互换转换负债的利率属性

(3) 运用利率互换进行利率风险管理

利率互换相当于由固定利率债券头寸和浮动利率债券头寸组合而成的投资组合。

对于互换空头，利率互换的价值计算公式为： $V_{\text{互换}} = B_{\text{fix}} - B_{\text{fl}}$

其中： B_{fix} 表示固定利率债券， B_{fl} 表示浮动利率债券。

上式可以有两种理解：

- ① 利率互换的价值相当于固定利率债券价值与浮动利率债券价值之间的差额，固定利率债券价值是固定不变的，但浮动利率债券价值会围绕面值上下波动。
- ② 利率互换的久期相当于固定利率债券久期与浮动利率债券久期之间的差额，浮动利率债券的久期不会超过浮动期限。

3 假设A公司有一笔5年期的年收益率为11%、本金为100万英镑的投资。如果A公司觉得美元相对于英镑会走强，简要说明A公司在互换市场上应如何进行操作。

答：A公司认为美元相对于英镑会走强，因此A公司可以利用货币互换，将持有的英镑转换为美元。在货币互换的过程中，应按照最新的汇率报价将英镑换算成美元后交易。当前的汇率为0.81（该汇率为2022年5月13日10:54报价），假设交易对手B公司持有一笔5年期的年收益率为5%，本金为123.5万美元（ $100 \text{万} \div 0.81$ ），互换过程如图8-5所示：

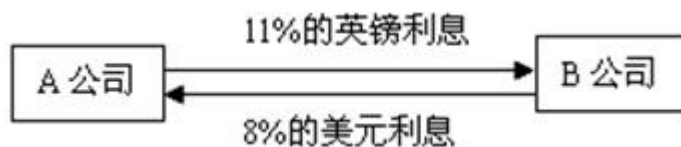


图8-5 运用货币互换转换资产的货币属性

4 公司A是一家中国制造商，想要以固定利率借美元。公司B是一家美国跨国公司，想要以固定利率借人民币。做了必要的税务调整后，他们可获得如下年利率报价如表8-3（教材表8.4）所示：

表8-3 A公司和B公司年利率报价

	英镑	美元
公司 A	11.0%	7.0%
公司 B	10.6%	6.2%

设计一个互换，银行为中介，使得互换收益的分配在公司A、公司B和银行间的比例分别为50%、25%、25%。

答：由表8-3可知：B公司的借款利率均低于A公司，具有绝对优势，A、B公司英镑借款利率之差为0.4%，美元借款利率为0.8%，因此A公司在借入英镑上具有比较优势，B公司在借入美元上具有比较优势。

货币互换过程中可节约总成本为：(7.0% + 10.6%) - (11.0% + 6.2%) = 0.4%，根据收益分配要求，A公司获得0.2%的收益，B公司获得0.1%的收益，银行作为中介，获得0.1%的收益。

具体操作如图8-6所示：

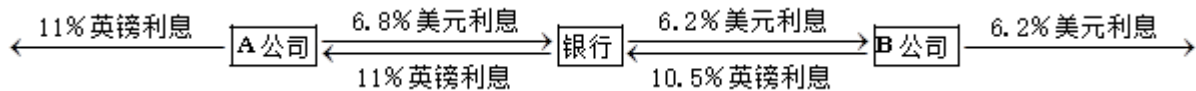


图8-6 公司A与公司B的互换协议安排

5 设有一份10年期的、每年交换一次利息的利率互换协议，名义本金为10亿元，固定利率方的支付利率为9.55%，在协议签订时刻，各期限的即期利率如表8-4（教材表8.5）所示：

表8-4 各期限的即期利率

期限/年	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
即期利率/%	8.005	7.856	8.235	8.669	8.963	9.235	9.478	9.656	9.789	9.883

注：以上为一年计一次的复利。

- 请计算该互换合约空头的价值。
- 请计算使得互换合约价值为零的互换利率。请问这是一个公平的协议吗？
- 假设互换合约按合理互换利率签订。某投资者持有有一个债券组合，该债券组合的价值及修正久期分别为9991565452和8.92，互换合约中可分解出的固定利率债券的修正久期为9.26。若投资者希望利用互换合约来规避利率风险，那么他应该如何操作？（互换的头寸方向和份数）

答：(a) 对于互换空头，互换合约的价值为 $V_{\text{互换}} = B_{\text{fix}} - B_{\text{fl}} = 0$ ，由于浮动利率方的利率会根据市场的波动进行调整，因此浮动利率债券价值： $B_{\text{fl}} = 1000000000$ 元

固定利率债券值为：

$$B_{\text{fix}} = 9.55\% \times 10^9 \times \left[\frac{1}{(1+8.005\%)^1} + \frac{1}{(1+7.856\%)^2} + \frac{1}{(1+8.235\%)^3} + \frac{1}{(1+8.669\%)^4} + \frac{1}{(1+8.963\%)^5} + \frac{1}{(1+9.235\%)^6} + \frac{1}{(1+9.478\%)^7} + \frac{1}{(1+9.656\%)^8} + \frac{1}{(1+9.789\%)^9} + \frac{1}{(1+9.883\%)^{10}} \right] + \frac{10^9}{(1+9.883\%)^{10}} = 997140232(\text{元})$$

$$V_{\text{互换}} = B_{\text{fix}} - B_{\text{fl}} = 997140232 - 1000000000 = -2859768(\text{元})$$

该互换合约空头价值为 -2859768元。

(b) 要使得互换合约价值为零， $V_{\text{互换}} = B_{\text{fix}} - B_{\text{fl}}$ ，即：固定利率债券价值与浮动利率债券价值相等。

设合约互换价值为零的利率为 r_s ，则有：

$$10^9 = r_s \times 10^9 \times \left[\frac{1}{(1+8.005\%)^1} + \frac{1}{(1+7.856\%)^2} + \frac{1}{(1+8.235\%)^3} + \frac{1}{(1+8.669\%)^4} + \frac{1}{(1+8.963\%)^5} + \frac{1}{(1+9.235\%)^6} + \frac{1}{(1+9.478\%)^7} + \frac{1}{(1+9.656\%)^8} + \frac{1}{(1+9.789\%)^9} + \frac{1}{(1+9.883\%)^{10}} \right] + \frac{10^9}{(1+9.883\%)^{10}}$$

解得 r_s 约为9.59% \neq 9.55%，该合约不是一个公平协议。

(c) 该投资者持有债券投资组合，因此为规避利率风险，应该是互换合约多头。

最优套期保值数量 = 现货价值 \div 合约价值

所以最优套期保值数量为：

$$N = (D_H \times V_H) / (D_G \times V_G) = (8.92 \times 9991565452) / (9.26 \times 10^9) \approx 10 \text{ (份)}$$

即投资者应该进入互换合约多头，购入10份互换合约。

8.3 考研真题与典型题详解

一、简答题

1 “一个5年期利率互换中的浮动利率为6个月LIBOR，固定利率为5%，面值为1亿美元。这样的互换合约包含一个确定的现金流和9个FRA的组合。”解释这一说法。

答：（1）假设A与B达成的利率互换合约为：A向B支付5%的固定利率，同时得到B支付的LIBOR，两者的交易如图8-7：

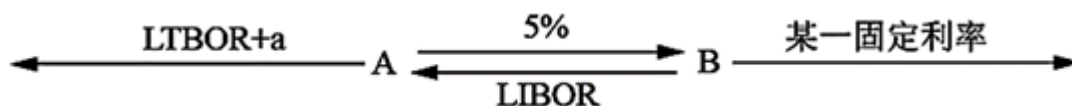


图8-7 A与B交易安排

（2）FRA即远期利率合约，上述的利率互换合约可以看成是本金相同的两个远期利率合约。一份是约定利率为LIBOR的远期利率合约，在这份合约中，A是资金的借出方，B是资金的借入方；一份是约定利率为5%的远期利率合约，在这份合约中，A是资金的借入方，B是资金的借出方。

（3）A作为LIBOR远期利率合约的资金借出方，得到的是合约中约定的利率LIBOR，支出的是其筹集浮动利率资金的真实成本LIBOR + a，作为5%远期利率合约的资金借入方，其支付给B5%的固定利率。

B作为5%远期利率合约的资金借出方，得到的是合约中约定的利率5%，支出的是其筹集固定利率资金的真实成本，作为LIBOR远期利率合约的资金借入方，其支出的是约定的LIBOR。

由上述分析可知，A与B持有（2）所述的远期利率合约，其资金的支出与（1）中的利率互换合约中的资金流支出相同。所以，在一定程度上可以说一个利率互换是若干个FRA的组合。

2 假设公司A和公司B可以按表8-5所示利率借入2000万美元5年期的贷款。

表8-5 公司A和公司B的借贷成本

	固定利率	浮动利率
公司 A	5.0%	LIBOR + 0.1%
公司 B	6.4%	LIBOR + 0.6%

公司A想得到浮动利率贷款，公司B想得到固定利率贷款。设计一个互换，使作为中介的银行有每年0.1%的净收益，并且同时对两家公司而言，这一互换具有同样的吸引力。

答：公司A在固定利率市场上具有明显的比较优势，但其希望借入浮动利率资金。公司B在浮动利率市场上具有明显的比较优势，但其希望借入固定利率资金。这就为互换提供了基础。两家公司获得的固定利率存在1.4%（年率，下同）的差异，而在浮动利率市场上获得的利率存在0.5%的差异。因此两家公司从互换中获得的总收益为1.4% - 0.5% = 0.9%。而银行从中获取了0.1%，因此互换使得两家的成本各自降低了0.4%。这意味着A的借款成本为LIBOR - 0.3%，B的借款成本为6.0%。图8-8显示了该互换协议的框架。

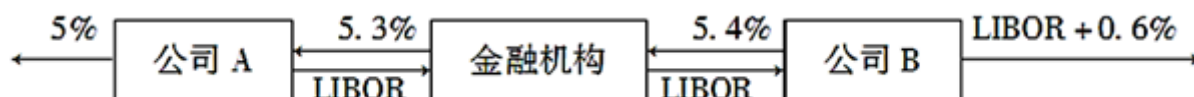


图8-8 公司A与公司B的互换协议框架

3 假设一家企业资金部主管告诉你，他刚刚以一个有竞争力的5.2%的固定利率签署了一个5年期的贷款。资金部主管解释说，他取得这一利率是以LIBOR加上150个基点借入资金，并同时签订一个LIBOR与固定利率为3.7%的互换来完成的，他解释说这么做的原因是他的公司在浮动利率市场有相对优势。这一企业资金部主管忽略了什么？

答：该资金部主管得到的并不是真正的固定利率，因为当公司的信用评级下降时，它不可能实现以LIBOR + 150个基点进行借贷，此时有效的固定借贷利率其实是上升了。假设超过LIBOR的价差从150个基点上升至200个基点，借贷利率将从5.2%上升至5.7%。

4 公司A与公司B面临的利率（经税率调整后）如表8-6所示：

表8-6 公司A和公司B的借贷成本

	A	B
美元(浮动利率)	LIBOR + 0.5%	LIBOR + 1.0%
加元(固定利率)	5.0%	6.5%

公司A想以浮动利率借入美元，公司B想以固定利率借入加元。一家金融机构计划安排一个货币互换并想从中盈利50个基点。如果这一互换对于公司A和B有同样的吸引力，公司A和B最终支付的利率分别为多少？

答：公司A在加拿大元的固定利率市场具有比较优势，公司B在美元的浮动利率市场具有比较优势（可能是由于他们的税收地位）。然而，公司A想要在美元浮动利率市场上借款，公司B想要在加元固定利率市场上借款，从而产生了互换的机会。

在美元浮动利率市场上双方之间的差别为0.5%（年率，下同），在加元固定利率市场上双方之间的差别为1.5%，两者之间的差别为1%。因此对于互换参与双方的潜在收益就是1%或者说100个基点。如果中介金融机构要求得到50个基点，A和B分别得到剩下的25个基点。因此该互换可以设计为：提供给A的为每年LIBOR + 0.25%的美元，提供给B的为每年6.25%的加拿大元。互换如图8-9所示。

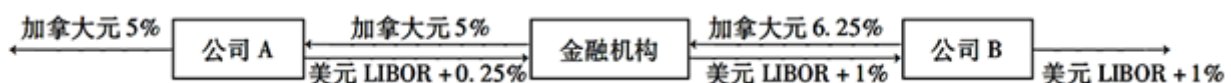


图8-9 互换安排示意图

在互换开始的时候，本金流向与箭头方向相反，而在结束的时候方向相同。金融机构可以采取远期合约的形式规避将会出现的外汇风险敞口。

5 假定某金融机构与交易对手X之间有一笔与英镑利率有关的利率互换交易，同时与交易对手Y之间有一个完全与此相抵消的互换交易，以下哪一种观点是正确的？哪一种观点是错误的？解释你的答案。

- (a) 违约费用的总贴现值等于与X交易的违约费用的总贴现值加上与Y交易的违约费用的总贴现值。
- (b) 在1年内，对两项交易的预期敞口头寸等于与X交易的预期敞口头寸加上与Y交易的预期敞口头寸。
- (c) 以后在1年内，两项交易上的风险敞口头寸所对应的95%置信度上限等于1年内与X交易风险敞口头寸的95%置信度上限加上1年内与Y交易风险敞口头寸的95%置信度上限。

答：(a) 和 (b) 的表述是正确的，(c) 的表述是错误的。假设 v_X 和 v_Y 分别是X交易和Y交易的敞口头寸。 $v_X + v_Y$ 的预期价值为 v_X 的预期价值加上 v_Y 的预期价值。这对95%的置信区间来说是不正确的。

二、计算题

1 假设A、B公司都想借入5年期的1000万美元借款，A公司偏好浮动利率借款，B公司偏好固定利率借款。由于其信用等级不同，两公司能获得的固定利率和浮动利率也不相同，如表8-7所示。

表8-7 公司A和公司B的借贷成本

	固定利率	浮动利率
A公司	10.00%	6个月期LIBOR + 0.30%
B公司	11.20%	6个月期LIBOR + 1.00%

请问：

- (1) 双方可通过什么样的金融合约发挥各自的相对优势？
- (2) 采取上述金融合约后双方能节约的利息成本是多少（不考虑贴现因素）？
- (3) 假设双方平均分配节约的利息成本，它们之间应进行什么样的安排？[厦门大学2012年研]

答：(1) 双方可以进行利率互换来发挥各自的相对优势，具体分析如下：

① 从上表可以看出，在固定利率市场和浮动利率市场上，A公司的借款利率均比B公司低，即A公司在两个市场都具有绝对优势。

② 在固定利率借贷市场上，A公司比B公司的绝对优势为1.2%，在浮动利率市场上，A公司比B公司的绝对优势为0.7%。这就是说，A公司在固定利率市场上有比较优势，而B公司在浮动利率市场上有比较优势。

③ 双方就可利用各自的比较优势为对方借款，然后互换，从而达到共同降低筹资成本的目的。即A公司以10.00%的固定利率借入1000万美元，而B公司以LIBOR + 1.00%的浮动利率借入1000万美元，然后双方进行互换，这样A公司就得到了其偏好的浮动利率贷款，而B公司得到了其偏好的固定利率贷款。采用利率互换后，A公司和B公司一起减少了0.5%的利息费用，这部分节约的利息成本可以在A公司和B公司之间分配，同时还降低了各自的筹资成本。

(2) 在上述利率交换中，由于本金相同，双方不必交换本金，而只交换利息的现金流。即A公司向B公司支付浮动利息，B公司向A公司支付固定利息。通过发挥各自的比较优势并互换，双方总的筹资成本降低了0.5%（即 $11.20\% + 6\text{个月期LIBOR} + 0.30\% - 10.00\% - 6\text{个月期LIBOR} - 1.00\%$ ），这就是互换利益，即双方节约的利息成本为 $0.5\% \times 1000 = 5$ （万美元）。

(3) 假定双方平均分配节约的利息成本，则双方都将使筹资成本降低0.25%，即双方最终实际筹资成本分别为：A公司支付 $\text{LIBOR} + 0.3\% - 0.25\% = \text{LIBOR} + 0.05\%$ 的浮动利率，B支付 $11.20\% - 0.25\% = 10.95\%$ 的固定利率。

双方就可根据借款成本与实际筹资成本的差异计算各自向对方支付的现金流，即A公司向B公司支付按LIBOR计算的利息，B公司向A公司支付按10.95%计算的利息。在上述互换中，每隔6个月为利息支付日，因此互换协议的条款应规定每6个月一方向另一方支付固定利率与浮动利率的差额。

2 假定LIBOR互换曲线为水平6%（以连续复利计），5年期债券息为5%（每半年付息一次）的债券价格为90.00，如何构造对应于这一债券的资产互换？此时资产互换的溢差应当如何计算？

答：假如本金是100美元。资产互换建立初始时支付10美元，以后每6个月支付2.50美元。LIBOR加上一个溢差将作为对100美元本金的回报。固定支付额的现值为：

$$10 + 2.5e^{-0.06 \times 0.5} + 2.5e^{-0.06 \times 1} + \dots + 2.5e^{-0.06 \times 5} + 100e^{-0.06 \times 5} \approx 105.3579 \text{ (美元)}$$

因此超过LIBOR的差价的现值为5.3579美元。5年内每6个月收到的1美元的现值和为8.5105美元。因此每6个月接收的差价 $5.3579 / 8.5105 \approx 0.6296$ （美元）。则每年的资产互换溢差为 $2 \times 0.6296 = 1.2592\%$ 。

3 假设所有12个月期远期LIBOR均为5%（按年复利）。隔夜指数互换（OIS）零息曲线为水平状，为4.8%（连续复利）。在一个5年期互换中，公司X支付固定利率6%而收取LIBOR。3年后的2年期互换利率波动率是20%。

- (1) 互换的价值是多少？
- (2) 如果公司X有权在3年后取消互换，利用DerivaGem计算互换的价值。
- (3) 如果对方有权在3年后取消互换，利用DerivaGem计算互换的价值。
- (4) 如果双方均有权在3年后取消互换，互换的价值是多少？

答：（1）因为LIBOR零息曲线始终维持在按年复利的5%水平，所以5年期的一个每年支付的互换协议的互换利率也为5%（互换利率有相同收益）。因此一个支付5%利率并收取LIBOR的互换的价值为0。一个支付6%并收取LIBOR的互换与每年支付1%的金融工具价值相同。假设本金为1亿美元，以百万美元计，则互换的价值是： $-1 \times e^{-4.8\% \times 1} - 1 \times e^{-4.8\% \times 2} - 1 \times e^{-4.8\% \times 3} - 1 \times e^{-4.8\% \times 4} - 1 \times e^{-4.8\% \times 5} \approx -4.339$ （百万美元）。

（2）本题中，除了（1）中的互换外，公司X还有一个期限为3年，标的资产为2年期互换的欧式互换期权。期权允许公司进入一个使公司X收入6%，支出LIBOR的互换。使用Caps and Swap Options工作表在DerivaGem中为其估值。选择互换期权作为标的资产，面值为100百万美元，每年结算，互换利率为6%，波动率为20%。起始年份为3，结束年份为5。定价模型为Black-European。选择Rec Fixed，不选隐含波动率或隐含盈亏率。所有LIBOR远期利率为5%，所有OIS利率为4.8%。该互换期权的价值为2.188百万美元。因此带有终止期权的互换价值为： $-4.339 + 2.188 = -2.151$ （百万美元）。

（3）本题中，除了（1）中的互换之外，公司X还给予交易对象一个期权。该期权给予交易对象3年后进入一个支出6%并收取LIBOR的2年期互换的权利。可以像（2）中那样通过输入参数，使用DerivaGem定价，只是这次选择Pay Fixed而不是Rec Fixed。此互换期权的价值为0.576百万美元。对于公司X来说，该期权的价值为： $-4.339 - 0.576 = -4.915$ （百万美元）。

（4）在本题中，公司X拥有Rec Fixed期权多头和Pay Fixed期权空头。因此互换的价值为： $-4.339 + 2.188 - 0.576 = -2.727$ （百万美元）。

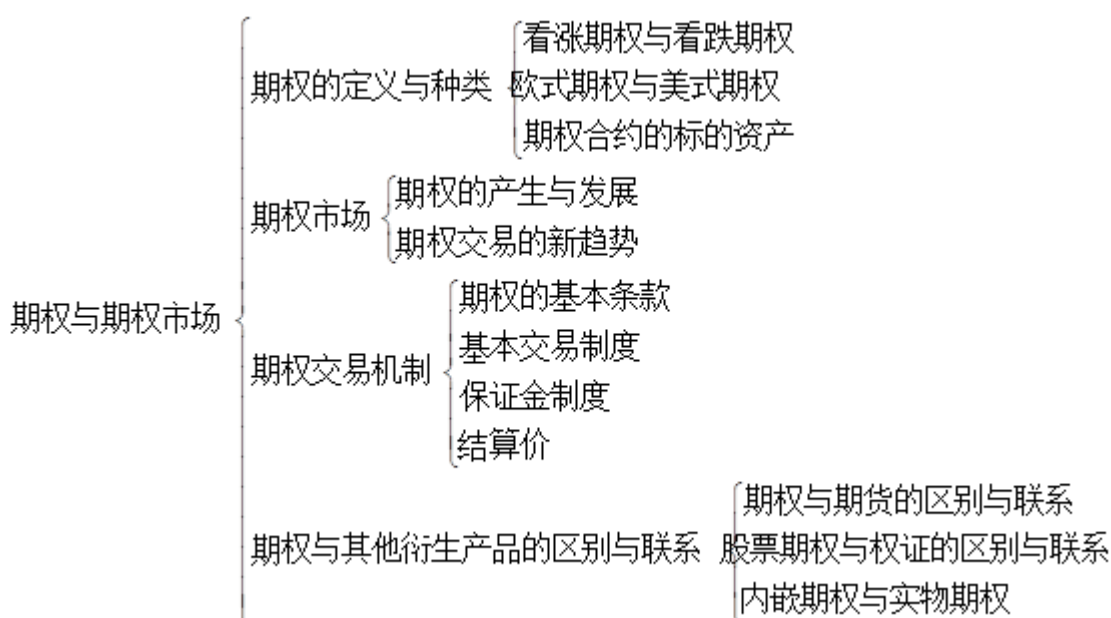
3年内交易双方必有一方会执行其期权。因此，对所有参与者来说，该互换是一个3年期不含嵌入期权的互换。其价值经计算得： $-1 \times e^{-4.8\% \times 1} - 1 \times e^{-4.8\% \times 2} - 1 \times e^{-4.8\% \times 3} \approx -2.727$ （百万美元）。

两种方法的结果一致。

第九章 期权与期权市场

9.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、期权的定义与种类

期权是赋予（期权的）买方在约定时间（到期时间 T ）、以约定价格（执行价格 X ）从（期权的）卖方处购买或向其出售一定数量标的资产的权利的合约。期权是买方的权利，如果买方选择行权，这也就成了卖方的义务。

1 看涨期权与看跌期权

按期权买方的权利划分，期权可分为看涨期权（call）和看跌期权（put）。

(1) 看涨期权

看涨期权就是赋予了期权的购买者（多方）在未来按约定价格从期权的卖出者（空方）处买入某种资产的权利。看涨期权也叫做认购期权、买权。如果未来标的资产价格上升，多方执行该权利，比在市场上直接购买标的资产要更划算；如果未来标的资产价格下跌，多方将放弃这一权利。

(2) 看跌期权

看跌期权就是赋予了期权的购买者（多方）在未来按约定价格向期权的卖出者（空方）卖出某种资产的权利。看跌期权也叫做认沽期权、卖权。如果未来标的资产价格下跌，多方执行该权利，比在市场上直接出售标的资产要更划算；如果未来标的资产价格上涨，多方将放弃这一权利。

(3) 期权的要素（见表9-1）

表9-1 期权的要素

要点	具体内容
买卖双方	期权的买方即多方，对于多方来说，期权合约赋予的只有权利，期权费是获得这一权利需支付的费用；期权的卖方即空方，对期权的空方来说，只有履行合约的义务，而没有任何权利。
约定权利	看涨期权的多方有按约定价格买入资产的权利（即标的资产多头）；看跌期权的多方有按约定价格卖出资产的权利（即标的资产空头）
约定期限	期权买方只能在约定的时间内行使权利，过期则意味着放弃权利
执行价格	期权合约中所规定的期权买方行权时买卖标的资产的价格
交易数量	每份期权合约可以交易的标的资产数量
期权价格	期权的买方为获得权利支付给卖方的费用

2 欧式期权与美式期权

按期权多方执行期权的时限划分，期权可分为欧式期权和美式期权。

(1) 欧式期权

欧式期权的买方只有在期权到期日当天才能执行期权。

(2) 美式期权

美式期权的买方可以在期权到期前的任何时间执行期权。

3 期权合约的标的资产（见表9-2）

表9-2 期权合约的标的资产

期权合约	具体内容
股票期权	以单一股票或 ETF 作为标的资产的期权合约
股价指数期权	在股票指数期货合约的基础上产生的期权，以某种股票指数作为标的资产，其最大特点在于其在交易结束时的指数价格之差以现金进行结算
期货期权	①期货期权标的资产为各种相应的期货合约，可以为：股价指数期货、利率期货、外汇期货、股指期货、农产品期货、能源期货、金属期货等； ②期货期权的重要特点之一也在于其交割方式：期货期权的买方执行期权时，将从期权卖方处获得标的期货合约的相应头寸，再加上行权价格与行权日期货结算价格之间的差额
利率期权	以各种利率或利率相关资产（如债券）作为标的资产的期权
信用期权	以特定公司的信用情形作为标的资产的期权，当标的公司在期权存续期内出现信用问题时，期权的卖方将支付事先约定的金额给期权的买方
外汇期权	又称货币期权，是以各种货币为标的资产的期权
商品期权	以大宗商品作为标的资产的期权
互换期权	以互换协议作为标的资产的期权

考点二、期权市场

1 期权的产生与发展（见表9-3）

表9-3 期权的产生与发展

时间	发展情况
古希腊和古罗马时期	出现期权交易的雏形
17 世纪	“郁金香球茎热”是人类最早进行的期权交易
18 和 19 世纪	美国的农产品期权和股票期权诞生，场外期权市场迅速成长
1973 年 CBOE 建立后	出现了标准化的期权合约。之后，美国陆续推出以其他金融资产为标的的期权

2 期权交易的新趋势

(1) 交易所期权的重要作用

- ① 交易所交易的集中性和合约的标准化便利了交易信息的披露和交易管理，增强了期权买卖的流动性。
- ② 清算所解决了信用风险问题。
- ③ 无纸化交易更加顺畅，交易成本更低。

(2) 20世纪90年代以来全球期权市场的发展动态和趋势

- ① 奇异期权日益增多。
- ② 交易所交易产品的灵活化。一些交易所开始提供非标准的期权交易，如灵活期权。
- ③ 交易所之间的合作日益加强。例如一家交易所上市的期权产品可以在其他交易所进行交易。
- ④ 高频交易日益盛行。高频交易指常常每秒发送多达数千条委托的交易行为。

考点三、期权交易机制

期权市场可以分为标准化的场内交易市场和非标准化的场外交易市场。本章节以下内容以上海证券交易所的上证50ETF期权合约为例，说明场内期权市场的基本运行机制和交易机制。

1 期权的基本条款

(1) 合约单位

合约单位也称为合约规模，是一份期权合约规定的标的资产数量，取决于标的资产种类、上市的交易所。

一般来说，股票期权的交易单位是100只股票，而上证50ETF期权的合约单位是10000份ETF；指数期权的交易单位是标的指数点数 \times 100元；期货期权的交易单位是一张标的期货合约；外汇期权视交易所不同和货币种类不同而不同，如在费城股票交易所（PHLX），英镑期权合约的交易单位为31250英镑，欧元期权则为62500欧元。

(2) 到期循环、到期月、到期日和行权日

到期循环、到期月、到期日和行权日等是期权交易所对期权时间的预先规定。

① 到期循环与到期月：期权交易中使用与期货交易类似的到期循环与到期月规则。

a. 在CBOE，所有的期权（除了LEAPS）都将在以下3个月份的基础上循环：1月、2月和3月。例如，1月期权循环的到期月包括1月、4月、7月和10月。

b. 上交所的上证50ETF期权的到期月份有4个，即当月、下月及随后两个季月。例如，2015年11月5日，上证50ETF期权的到期月份有2015年11月、12月和2016年3月和6月。

② 到期日：即期权买方可以享有期权赋予的权力的最后日期。例如，上证50ETF期权的到期日为到期月份的第四个星期三（遇法定节假日顺延）。

③ 行权日：行权日是指交易所规定的，期权买方可以实际行使该期权的日期。欧式期权只能在到期时行权，美式期权则可以在任意交易日行权。我国的商品期货期权都是美式期权，而上证50ETF是欧式期权。

(3) 行权价格

期权合约的行权价格由交易所决定。交易所根据标的资产的最近收盘价确定一个中心行权价格，再根据幅度设定中心价格的上下若干级距的其他执行价格。通常，交易所只规定行权价格的级距。

(4) 除权除息的处理

① 派发现金红利时，交易所交易的期权一般都不进行调整。股票分割或者是送红股的时候，交易所一般规定期权要进行如下调整：

在n对m（即m股股票分割为n股）股票分割之后，行权价格降为原来执行价格的m/n，交易单位上升到原来的n/m倍。

n%的股票红利等同于100 + n对100的分割，即行权价格变为原来的 $100 / (100 + n)$ ，交易单位变为原来的 $(100 + n) / 100$ 。

② 上交所则规定，合约标的发生除权、除息的，该所在除权、除息当日，需要重新挂牌新的合约，同时对合约单位、行权价格进行如下调整：

新合约单位 = [原合约单位 × (1 + 流通股份实际变动比例) × 除权（息）前一日合约标的收盘价] / [(除权（息）前一日合约标的收盘价 - 现金红利) + 配股价格 × 流通股份实际变动比例]

新行权价格 = 原行权价格 × 原合约价格 / 新合约单位

调整后，合约单位按照四舍五入取整数，行权价格按照四舍五入的原则保留至小数：合约标的为股票的，保留两位小数，合约标的为交易所交易基金的，保留3位小数。

(5) 行权

① 行权时间

在场内期权交易中，交易者可以在最后交易日结束之前，随时进行反向交易，结清头寸。这与期货交易中的对冲完全相同。

如果最后交易日结束之后，交易者所持有的头寸仍未平仓，买方就有权要求行权，而卖方就必须做好相应的履约准备。如果是美式期权，则期权买方随时有权利决定行权。

② 行权方式

不同的期权，其行权方式也各不相同。现货期权行权时，交易双方都直接以行权价格对标的资产进行实际的交收；指数期权是按照行权价格与期权行权日当天交易结束时的市场价格之差以现金进行结算；期货期权则是买方从期权卖方处获得标的期货合约的相应头寸，再加上执行价格与期货价格之间的差额。

(6) 合约代码和简称

① 上交所的期权合约交易代码共17位，按以下顺序填写，以“510050C1501M02500”为例：

- 第1至第6位为数字，取标的证券代码，示例中“510050”是上证50ETF的证券代码。
- 第7位为C (call) 或者P (put) ，分别表示认购期权或者认沽期权。
- 第8、9位表示到期年份，示例中“15”表示2015年。
- 第10、11位表示到期月份，示例中“01”表示1月份。
- 第12位期初设为“M”。当合约首次调整后，“M”修改为“A”，以表示该合约被调整过一次，如发生第二次调整，则“A”修改为“B”，以此类推。
- 第13至17位表示期权行权价格，股票期权合约为乘以100后整数，ETF期权合约为乘以1000后整数，不足五位前补0。示例中“2500”是2.5乘以1000后的整数，不足5位前面补“0”变为“02500”。

所以，“510050C1501M02500”表示“2015年1月份到期的、行权价格是2.5元/份的上证50ETF认购合约”。

② 期权合约简称不超过20个字符，按以下顺序填写（无分隔符或空格），以“50ETF购1月2500”为例：

- “50ETF”是合约标的简称（直接取合约标的证券简称，不超过8个字符）。

- b. 合约标的简称后面为“购”或者“沽”，分别表示认购期权、认沽期权。
- c. “1月”表示合约到期月份。
- d. “2500”为行权价格（不超过五位），股票期权合约为乘以100后的整数，ETF期权合约为乘以1000后的整数，不足五位前不补0，亦不补空格，示例中“2500”是2.5乘以1000后的整数。
- e. 最后一位，为标志位，如果出现字母，表示合约调整过，合约首次调整时修改为“A”，发生第二次调整，则“A”修改为“B”，示例中没有字母，表示合约没有调整过。

所以，“50ETF购1月2500”表示“2015年1月份到期的、行权价格是2.5元/份的上证50ETF认购合约”。

2 基本交易制度

(1) 持仓限额

期权交易的持仓限额，即每个投资者在市场的一方所能持有期权头寸的最大限额。

期权的行权限额，即一个期权买方在规定的一段时间内所能执行的期权合约数目上限。

限额规定主要是为了控制单个投资者承受过大的风险，或防止其操纵市场。

(2) 委托类型和买卖类型

① 上交所目前的期权买卖指令有以下6种类型，如表9-4所示：

表9-4 期权买卖指令

指令	具体内容
买入建仓	买入一个期权，建立一个新头寸
卖出建仓	卖出一个期权，建立一个新头寸
买入平仓	买入一个期权，对冲原有的空头头寸
卖出平仓	卖出一个期权，对冲原有的多头头寸
备兑开仓	投资者在持有足额标的证券的基础上，卖出相应数量的认购期权合约
备兑平仓	投资者持有备兑持仓头寸时，申请买入相应期权将备兑头寸平仓的指令

② 上交所的期权交易委托指令有以下5种类型，如表9-5所示：

表9-5 期权交易委托指令

委托指令	具体内容
普通限价申报（限价 GFD）	投资者设定价格，在买入时成交价格不超过该价格，卖出时成交价不低于该价格。限价订单当日有效，未成交部分可以撤销
市价剩余转限价申报（市价剩余转限价 GFD）	投资者无须设定价格，仅按照当时市场上可执行的最优报价成交（最优价为买一价或卖一价），市价订单未成交部分转为限价订单（按照成交价格申报）
市价剩余撤销申报（市价 IOC）	投资者无须设定价格，仅按照当时市场上可执行的最优报价成交（最优价为买一价或卖一价），市价订单未成交部分自动撤单
全额即时限价申报（限价 FOK）	投资者设定价格，申报立即全部成交，否则自动撤销订单
全额即时市价申报（市价 FOK）	投资者无须设定价格，按市价申报立即全部成交，否则自动撤销订单

(3) 涨跌停和熔断机制

上交所的期权交易实行价格涨跌停制度，申报价格超过涨跌停价格的申报无效。期权合约涨跌停价格的计算公式为：

合约涨跌停价格 = 合约前结算价格 ± 最大涨跌幅

认购期权最大涨幅 = $\max\{\text{合约标的前收盘价} \times 0.5\%, \min[(2 \times \text{合约标的前收盘价} - \text{行权价格}), \text{合约标的前收盘价}] \times 10\%\}$

认购期权最大跌幅 = 合约标的前收盘价 × 10%

认沽期权最大涨幅 = $\max\{\text{行权价格} \times 0.5\%, \min[(2 \times \text{行权价格} - \text{合约标的前收盘价}), \text{合约标的前收盘价}] \times 10\%\}$

认沽期权最大跌幅 = 合约标的前收盘价 × 10%

关于熔断机制，上交所规定，连续竞价交易期间，合约盘中交易价格较最近参考价格上涨、下跌达到或者超过50%，且价格涨跌绝对值达到或者超过该合约最小报价单位5倍的，该合约进入3分钟的集合竞价交易阶段。集合竞价交易结束后，合约继续进行连续竞价交易。

(4) 竞价与成交

上交所的期权竞价交易采用集合竞价和连续竞价两种方式。

① 集合竞价：指在规定时间内接受的买卖申报一次性集中撮合的竞价方式。

② 连续竞价：指对买卖申报逐笔连续撮合的竞价方式。

期权竞价交易的成交原则：价格优先、时间优先。

a. 价格优先：买入的申报中，高价优先于低价；卖出的申报中，低价优先于高价。

b. 时间优先：买卖方向、价格相同的条件下，先接受的申报优先于后接受的申报。

3 保证金制度

期权保证金账户的操作方式与投资者从事期货交易时保证金账户的操作方式基本一样，但也有区别：

- (1) 期权买方必须在交易时支付全部期权费，之后，期权买方只有权利没有义务，无须再缴纳保证金。
- (2) 期权的卖方在收取期权费后只有义务没有权利，因此必须缴纳保证金。这是因为交易所和经纪人必须确保当期权执行时，期权的卖方不会违约，因此所谓初始保证金和维持保证金都是针对期权卖方而言的。

4 结算价

结算价关系到保证金的计算，上交所和中国结算规定了期权合约结算价具体的计算方法。

考点四、期权与其他衍生产品的区别与联系

1 期权与期货的区别与联系

期权和期货都是关于未来交易的一种事先约定，两者存在联系但又有所区别，具体如表9-6所示：

表9-6 期权与期货的联系与区别

	期货合约	期权合约
权利和义务	期货合约双方都被赋予权利和义务	期权合约赋予买方权利，卖方只有义务
标准化	交易所中交易的标准化合约	不一定
盈亏风险	空方亏损可能无限，盈利可能有限；多方最大亏损可能是标的资产价格跌至零，盈利可能无限	期权空方亏损可能无限，盈利有限；期权多方亏损有限，盈利可能无限
保证金	买卖双方都需缴纳	多头无需缴纳，空头需要缴纳
买卖匹配	买方到期必须买入标的资产；卖方到期必须卖出标的资产	买方在到期日或到期前有买入或卖出标的资产的权利；卖方有到期日或到期前根据买方意愿相应卖出或买入标的资产的义务
套期保值	同时转移不利风险和有利风险	多头只转移不利风险，保留有利风险

2 股票期权与权证的区别与联系

(1) 权证的定义和类型

① 权证的定义

权证是一种契约，权证持有人可以在约定的时间、按约定的价格向权证发行人购买或卖出一定数量的标的资产。

② 权证的类型（见表9-7）

表9-7 权证的类型

分类方式	种类	定义
不同权利	认购权证	从权证发行人处购买股票的权利
	认沽权证	向权证发行人出售股票的权利
不同发行者	股本权证	权证由上市公司自己发行
	备兑权证	权证由独立第三方发行，通常为投资银行

拓展：股本权证与备兑权证的发行目的不同。股本权证通常由上市公司自己发行，用于员工激励或向市场传递公司信心，对股票价格有压低或提升的作用；备兑权证通常由投资银行出于市场需求或特殊目的发行的，行权时上市公司的总股本并不会增减。

(2) 权证与股票期权的区别

① 有无发行环节

股本权证须由发行股票的公司向市场发行，而股票期权无须发行，只要买卖双方同意，就可直接成交。

② 数量是否有限

由于股本权证先发行后交易，其流通数量是相对固定的。而股票期权的数量在理论上是无限的。

③ 是否影响总股本

股本权证行权后，公司总股本的增减等于行使股本权证时所买卖的股票数量，从而对股票价格有压低或提升的作用。而股票期权行权时所需股票完全从市场上购入，上市公司的总股本并不会增减。

3 内嵌期权与实物期权

(1) 内嵌期权

内嵌期权指在普通的金融产品中，加入具有期权性质的条款。例如，可赎回债券可看成普通债券加上一个特殊条款，发行人有权利在债券到期前某个事先约定的时间按事先约定的价格将债券购回。

(2) 实物期权

实物期权是以公司经营决策（可体现为实物资产）为标的物，对于不确定情况下的商业投资机会的未来选择权。

9.2 课后习题详解

1 为什么美式期权价格至少不低于同等条件下的欧式期权价格？

答：欧式期权指买方只有在期权到期日当天才能执行期权，美式期权指买方可以在期权到期前的任何时间执行期权。因此，美式期权和欧式期权相比具有可以提前执行的优势，美式期权价格不可能比同等条件下的欧式期权价格低。

2 为什么交易所向期权卖方收取保证金而不向买方收取保证金？

答：期权买方在购买期权后只有权利没有义务，无须再缴纳保证金。而期权的卖方在收取期权费后只有义务没有权利，因此必须缴纳保证金。这是因为交易所和经纪人必须确保当期期权执行时，期权的卖方不会违约，因此所谓初始保证金和维持保证金都是针对期权卖方而言的。

3 “期权交易具有很高的杠杆，因此征收越高的保证金，期权交易的风险越低。”试评论这一观点。在期权交易中征收很高的保证金，可能产生什么不利影响？

答：该观点不准确。

对于期权多头而言，他必须在交易时支付全部期权费，之后只有权利没有义务，无须再缴纳保证金。对于期权空头而言，由于其在收取期权费后只有义务没有权利，因此必须缴纳保证金，包括初始保证金和维持保证金。

保证金的主要作用是为了防止空方的违约风险，因为期权空方可能的损失是无限的。但是，保证金水平需要依据期权的实值与虚值状态及空方风险水平来确定，绝非越多越好。如果征收很高的保证金，可能会限制市场参与者的数量，降低市场流动性，不利于期权市场的发展。

4 投资者A于2020年1月23日按每股0.1128元的价格卖出一份9月到期行权价为2.90的50ETF认沽期权，共收入期权费1128元。该期权合约的前结算价为0.0802元，50ETF前收盘价为3.006元。请计算该投资者应缴纳的开仓保证金。1月23日，50ETF收盘价为2.925元，上述期权的结算价为0.1128元，请计算该投资者的维持保证金。投资者当天浮动盈亏金额是多少？若开仓时该投资者账户上的资金刚好只够缴纳开仓保证金，那么该投资者还需补缴多少保证金？

答：（1）投资者应缴纳的开仓保证金

$$\textcircled{1} \text{ 认沽期权虚值} = \max(\text{合约标的前收盘价} - \text{行权价}, 0) = \max(3.006 - 2.90, 0) = 0.106$$

$$\textcircled{2} \text{ 合约单位} = 1128 / 0.1128 = 10000 \text{ (份)}$$

$$\textcircled{3} \text{ 认沽期权义务开仓保证金} = \min[\text{合约前结算价} + \max(12\% \times \text{合约标的前收盘价} - \text{认沽期权虚值}, 7\% \times \text{行权价}), \text{行权价}] \times \text{合约单位} = \min[0.0802 + \max(12\% \times 3.006 - 0.106, 7\% \times 2.90), 2.90] \times 10000 = \min(0.33552, 2.90) \times 10000 = 3355.20 \text{ (元)}$$

(2) 维持保证金

$$\text{认沽期权义务仓维持保证金} = \min[\text{合约结算价} + \max(12\% \times \text{合约标的收盘价} - \text{认沽期权虚值}, 7\% \times \text{行权价}), \text{行权价}] \times \text{合约单位} = \min[0.1128 + \max(12\% \times 2.925 - 0.106, 7\% \times 2.90), 2.90] \times 10000 = 3578 \text{ (元)}$$

$$(3) \text{ 浮动盈亏} = (0.1128 - 0.1128) \times 10000 = 0$$

$$(4) \text{ 需补缴的保证金} = 3578 - 3355.20 + 0 = 222.80 \text{ (元)}$$

5 请简要说明股票期权和权证、金融市场上的股票看涨期权和雇员股票期权的差别。

答：（1）股票期权与股本权证的主要区别

① 有无发行环节

股本权证须由发行股票的公司向市场发行，而股票期权无须发行，只要买卖双方同意，就可直接成交。

② 数量是否有限

由于股本权证先发行后交易，其流通数量是相对固定的。而股票期权的数量在理论上是无限的。

③ 是否影响总股本

股本权证行权后，公司总股本的增减等于行使股本权证时所买卖的股票数量，从而对股票价格有压低或提升的作用。而股票期权行权时所需股票完全从市场上购入，上市公司的总股本并不会增减。

（2）金融市场上的股票看涨期权和雇员股票期权的差别（见表9-8）

表9-8 金融市场上的股票看涨期权和雇员股票期权的差别

	股票看涨期权	雇员股票期权
等待期	无	有，并且等待期内期权不能行使，雇员在等待期内离开公司会导致期权作废
行使条件	到期日期权买方可行使或放弃权利	雇员离开公司，虚值期权会作废，实值期权必须马上行使
转让条款	可流通转让	雇员不可出售期权
是否增发	否	雇员行使期权时，公司会发行新股，并以执行价卖给雇员

6 考虑上海证券交易所交易的一个看涨期权合约，期权在4个月后到期，期权拥有人有权以每股3.00元的行权价格买入10000份上证50ETF。说明在以下情况下期权合约条款的变化：

(a) 10%的股票股息；

(b) 10%的现金股息；

(c) 1拆4的股票分割。

答：合约标的除权、除息的，期权合约的合约单位、行权价格按照下列公式进行调整：

新合约单位 = [原合约单位 × (1 + 流通股份实际变动比例) × 除权(息)前一日合约标的收盘价] / [(除权(息)前一日合约标的收盘价 - 现金红利) + 配股价格 × 流通股份实际变动比例]

新行权价格 = 原行权价格 × 原合约单位 / 新合约单位

由于本题未涉及配股，因此合约单位变动公式可简化为：

$$\begin{aligned} \text{新合约单位} &= \frac{\text{原合约单位} \times (1 + \text{流通股份实际变动比例}) \times \text{除权(息)前一日合约标的收盘价}}{\text{除权(息)前一日合约标的收盘价格} - \text{现金红利}} \\ &= \frac{\text{原合约单位} \times (1 + \text{流通股份实际变动比例}) \times \text{除权(息)前一日合约标的收盘价}}{\text{除权(息)前一日合约标的收盘价格} - \text{除权(息)前一日合约标的收盘价格} \times \text{现金分红比率}} \\ &= \frac{\text{原合约单位} \times (1 + \text{流通股份实际变动比例})}{1 - \text{现金分红比率}} \end{aligned}$$

(a) 发放10%的股票股息

发放股票股息将使得流通在外的股票数量增加10%，每股价格下降，因此：

① 新合约单位 = $10000 \times (1 + 10\%) = 11000$ (份)。

② 新执行价格 = $3 \times 10000 / 11000 \approx 2.73$ (元)。

(b) 10%的现金股息

现金分红不会改变流通中的股票数量，但会使每股价格下跌，因此：

① 新合约单位 = $10000 \times (1 + 0\%) / (1 - 10\%) \approx 11111.11$ (份)。

② 新执行价格 = $3 \times 10000 / 11111.11 \approx 2.7$ (元)。

(c) 1拆4的股票分割

股票分割将使得流通在外的股票数量增加300%，每股价格下降，因此：

① 新合约单位 = $10000 \times (1 + 300\%) = 40000$ (份)。

② 新执行价格 = $3 \times 10000 / 40000 = 0.75$ (元)。

7 请根据上海证券交易所推出的上证50ETF期权交易合约中的规定，以具体数字举例，清晰说明到期交割将如何进行。

答：上交所的期权合约行权日为每个合约到期月份的第四个星期三（遇法定节假日则顺延）。15年的3月25日，首批50ETF期权到期，迎来行权日，26日为行权交收日，投资者完成行权交收后，行权流程即告完成。

对于期权的权利方，需在行权日根据自己的判断决定是否行权，一般来说实值和平值期权可申报行权，深度虚值期权应及时平仓，否则不仅期权价值归零，行权后也无法得到价差收益。行权申报时间为上午9:15~9:25，9:30~11:30，下午13:00~15:30，可以多次申报行权。

ETF期权采用实物交割的方式，即在行权时，双方进行标的的交割。对于认购期权，权利方根据行权价格向义务方交付相应资金，义务方则向权利方交付相应标的；对于认沽期权，权利方向义务方交付相应标的，义务方则根据行权价格向权利方交付相应资金。

3月25日收盘后，中国结算公司将对行权申报数据进行有效性检查。根据检查结果，中国结算公司按照“按比例分配”及“按尾数大小分配”的原则进行行权指派，并将行权指派结果发送给期权经营机构。期权经营机构于3月25日晚告知期权义务方被指派结果。

认购期权义务方需要在3月26日收盘前准备足额的标的证券。3月26日当日买入的50ETF现货也可用于行权。3月26日收盘后，中国结算公司将被指派数量的标的证券过户给权利方，同时按合约行权价将相应资金划付给义务方期权经营机构，完成行权流程。

认沽期权义务方需要在3月26日收盘前准备足额的资金。例如50ETF认沽期权的行权价为2.700元，每张期权合约单位为10000，每张认沽期权义务方需准备 $1 \times 2.700 \times 10000 = 27000$ 元用于行权。3月26日收盘后，中国结算公司会将资金划付给认沽期权权利方期权经营机构，而认沽期权义务方将获得相应数量的标的证券，从而完成行权流程。

需要说明的是，中国结算公司对行权结算提供净额担保交收，轧差计算期权经营机构最终应收付行权资金的净额和应收付合约标的的数量；期权经营机构如未能准备足额的合约标的或资金，中国结算公司将根据相关结算规则进行现金结算和违约处理。

8 请用一个实际例子说明用期货和期权进行套期保值存在哪些差异。

答：利用期权和期货进行套期保值是金融市场风险管理中最通常的做法，两者的区别主要在于：

(1) 期货套期保值为套保者规避不利风险的同时，也规避了有利风险；而期权套期保值会规避不利风险，但为套保者保留有利风险。

(2) 期权合约虽然可以保留有利风险，但需缴纳权利金。而期货合约则无此要求。

例如，在规避外汇风险时，外汇期货合同和期权合同都是对外汇风险进行套期保值的方法。应用外汇期货合同进行套期保值可以规避外汇风险，但是远期外汇合同一旦签订，公司必须执行，否则就会违约。如果未来外汇市场的汇率向有利方向变化，公司无法享受汇率发生有利变化所带来的好处。但是如果利用期权合同进行套期保值，公司可以选择行权或者放弃，能享受到汇率发生有利变化所带来的好处。

9.3 考研真题与典型题详解

一、选择题

1 股票期权的货币时间价值在到期之前总是（ ）。[中央财经大学2022年研]

- A. 为正
- B. 为负
- C. 为0
- D. 股票价格减去执行价格

【答案】A

【解析】期权的时间价值是指期权价值超过内在价值的部分，是在期权有效期内标的资产的价格波动为期权持有者带来的可能性收益所隐含的价值，受到到期期限、波动率、当前股价的影响。对于期权，由于拥有提前行权的选择权，离到期时间越长、不确定性越强、价格波动可能性越大、时间价值越大。

2 2015年3月29日，华夏上证50ETF基金的收盘价为¥2.649，4月份到期、行权价格为¥2.250的上证50ETF认购期权的收盘价为¥0.406，那么，该期权的内在价值或执行价值为（ ）。[电子科技大学2016年研]

- A. ¥1.844
- B. ¥0.399
- C. ¥2.243
- D. ¥0.406

【答案】B

【解析】期权的内在价值是指期权持有者立即行使该期权合约所赋予的权利时所能获得的收益。在本题中，该期权的内在价值（或执行价值）= 市场价值 - 行权价格 = $¥2.649 - ¥2.250 = ¥0.399$ 。

3 下列关于可转换债券的描述，正确的是（ ）。[南京大学2013年研]

- A. 与普通债券相同
- B. 是普通债券与期货的复合
- C. 是否转换的权利属于发行者
- D. 是普通债券与期权的复合

【答案】D

【解析】可转换债券指公司债券附加可转换条款，赋予债券持有人按预先确定的比例（转换比率）将债券转换为该公司普通股的选择权。可转换债券通常具有较低的票面利率，可以转换成股票的权利是对债券持有人的一种补偿。因为将可转换债券转换为普通股时，所换得的股票价值一般远大于原债券价值。但是一旦转换成股票就有下跌风险，不再有债券保值特性。债券持有人类似购买了看涨期权，当股票价格下跌可放弃行权。

4 如果股票价格上升, 则该股票的看跌期权价格____, 看涨期权价格____。() [北京航空航天大学2012年研]

- A. 下跌, 上涨
- B. 下跌, 下跌
- C. 上涨, 下跌
- D. 上涨, 上涨
- E. 以上各项均不正确

【答案】A

【解析】股票的市场价格与期权的协议价格是影响股票期权价格最主要的因素。该股票的看涨期权在执行时, 其收益等于股票当时的市价与协议价格之差, 因此, 股票的价格越高, 协议价格越低, 看涨期权的价格就越高; 对于看跌期权而言, 由于执行时其收益等于协议价格与股票市价的差额, 因此, 股票的价格越低, 协议价格越高, 看跌期权的价格就越高。

5 处于实值状态的看跌期权内在价值等于()。[北京航空航天大学2012年研]

- A. 股价减去执行价格
- B. 看跌期权价格
- C. 零
- D. 执行价格减去股价

【答案】D

【解析】期权的内在价值是指多方行使期权时所获收益贴现值的较大值, 期权只有经过执行才能实现其内在价值。实值的看跌期权是指股价小于执行价格, 看跌期权的买方肯定会执行, 其内在价值 = 执行价格 - 股价, 这里没有考虑期权费的影响。

二、概念题

1 可转换债券[南开大学2023年研]

答: 可转换债券是指商业银行发行的可按事先约定在一定时期内转换为普通股的资本性证券, 它既具有债券的性质, 又具有股票的性质, 其转换价格为换成普通股而每股实际支出的价格, 通常高于普通股市价的15%~20%。

2 实物期权

答: 实物期权的概念是与金融期权相对应的, 如果期权的标的资产是非金融资产, 那么就可以将这类期权称为实物期权; 在公司决策中, 该标的物多为实际投资项目。实物期权包括扩大投资规模期权、收缩投资规模期权、放弃期权、推迟投资期权等。

3 股票期权

答: 股票期权就是指以“股票”为标的资产的期权交易, 交易买方和卖方经过协商之后, 交易买方以支付一笔约定的期权费为代价, 取得一种在一定期限内按协定价格购买或出售一定数额股票的权利, 超过约定期限后, 合约效力自动解除。投资者既能够以较少的权利金对一定数量的事先给定了价格的股票具有购买或出售权, 因而有可能获得较高的利润, 又

可利用期权交易进行套期保值，以保证自己的既得利益不受损失。股票期权交易是期权市场上投资者或投机者经常使用的一个重要工具。股票期权特点有：① 大多是美式期权；② 每一份股票期权合约的交易量为100股股票；③ 交易所对股票期权合约的到期日、执行价格、宣布红利时发生的情况以及每一投资者可持有的最大头寸等均有具体的规定。

三、简答题

1 比较期货合约和期权合约的异同。

答：（1）相同点

都属于衍生金融产品，标的资产都可以为各种基础证券如股票、股票指数、债券等，并且都是标准化的金融合约，条款是由交易所规定好的。

（2）不同点

① 标的物不同。期货交易的标的物是标准化的期货合约；期权的标的物是买卖期货的权利。

② 投资者的权利与义务不相同。在期货合约中，买卖双方都有履行合同的义务，但是在期权合约中，买方只有权利，而卖方具有义务。

③ 盈亏特点不同。期货交易双方所承担亏损和收益的风险都是无限的。期权交易卖方的亏损风险可能是无限的（看涨期权），也可能是有限的（看跌期权），潜在盈利是有限的（以期权费为限）；期权交易买方的亏损风险是有限的（以期权费为限），潜在盈利可能是无限的（看涨期权），也可能是有限的（看跌期权）。

④ 保证金制度不同。期货交易双方都需要缴纳保证金，但是期权买方不需要交，因为亏损不会超过期权费。

⑤ 合约价值不同。期货合约本身没有价值，并且每日结算；期权合约一直都有内在价值。

⑥ 套期保值效果不同。期货合约套期保值会把可能的亏损和盈利都消除，但是期权买方仅转移亏损，不会转移盈利。

2 有人认为，对实物期权的分析毫无意义，因为高风险项目的实物期权价值比低风险项目的实物期权价值更大。对此，你怎么看？

答：这种说法体现了实物期权的基本观点，即风险收益成正比，并且考虑到不确定性就会使得价值更大，但是这个说法并不正确。

（1）实物期权的分析并不毫无意义。即使欧式期权的Vega都是正数，也就是波动率越大，期权价值越大，但不同项目之间的现金流分析、投资期限、转换选项都不一样，因此当然需要在不同的项目之间比较。

（2）高风险项目通常需要用更大的折现率进行折现，一般采用的模型为项目CAPM，其中 β 代表的是项目的风险，即项目收益与市场情形的相关度。如果风险越大，也就是 β 越大，那么采用的折现率就越高，得到的净现值可能会越小。

（3）项目具有不同的阶段，可能会有不一样的选择机会，例如扩大生产和放弃项目两者并不能够直接通过比较风险来比较；若是更复杂的情况，则需要更细致地刻画，期权思想只是作为工具运用。

3 请说明股票期权和股指期货之间、股指期货和股指期权之间的联系与区别。

答：（1）股票期权、股指期权和股指期货的定义

股票期权就是指以“股票”为标的资产的期权交易，交易买方和卖方经过协商之后，交易买方以支付一笔约定的期权费为代价，取得一种在一定期限内按协定价格购买或出售一定数额股票的权利，超过约定期限后，合约效力自动解除。

股指期权是一种赋予合约购买者在某一时期、以一定的指数点位买入或卖出一定数量的某种股票指数的金融衍生产品。它是以一篮子股票组成的股票指数作为标的物的期权交易。在有效期内，交易双方以履约价格与市场实际指数值进行盈

亏结算。

股指期货指一种以股票价格指数作为标的物的金融期货合约。

(2) 股票期权与股指期货

联系：① 都是以在股票基础上的衍生金融工具；② 风险都具有不对称性，期权买方支付一定期权费获得购买或卖出约定金融资产的权利，而没有必须行权的义务；③ 风险较小，期权的买方可以根据市场情况决定行权或者放弃执行权利，从而将损失仅仅限定在期权费之内。

区别：① 股票期权是以股票为标的资产的期权交易，股指期货以股票指数为标的；② 股票期权是美式期权，每一份股票期权合约的交易量为100股股票，而股指期货的价值取决于股价指数及乘数；③ 股票支付现金红利、送配股和股权分割将对期权交易产生重要的影响，应在股票期权合约中进行相应调整。

(3) 股指期货与股指期货

联系：① 都是以股票指数为标的资产；② 结算采用现金差额结算方式；③ 合约的价值都等于指数与乘数之积。

区别：

① 风险不对称机制。期权的买方与卖方风险承担大小是不对称的。期权买方支付一定期权费后就可以把自己的风险加以固定，而其获利是无限的。股指期货与股指期货相比，其风险更小、套期保值效果更佳。

② 多重组合投资机制。期权交易方式除了基本的看涨、看跌期权交易方式外，还有多种套期、套利等交易方式，此外，它还有诸多的合约月份。与期货相比，其合约种类更多、交易策略更灵活，并可以形成一个庞大的风险组合投资系列，从而使风险投资在时间和品种上都取得较佳的选择。

③ 风险程度不同。股票指数期货交易中，一旦股市走势与投资者的预测背道而驰，而且幅度剧烈时，对于投资者来说，要损失巨大的保证金和追加保证金，严重时，将使期货市场陷入危机。股票指数期权交易可以避免上述事件的发生，它使风险程度限定在可预见的范围内，当市场发生不利情况时，期权的买方可以放弃购买或出售的权利，从而将损失仅仅限定在期权费之内，其最大限度的损失仅仅是期权费，因而期权交易更具灵活性，并且可以稳定股市交易。

四、计算题

1 某交易员承销5份看跌期权合约，每份合约是关于100股股票，期权价格为10美元，期限为6个月，执行价格为64美元。

(1) 股票价格为58美元时，保证金为多少？

(2) 如果实施股指期货规则，(1) 的答案会有什么变化？

(3) 如果股票价格变为70美元，(1) 的答案会有什么变化？

(4) 如果交易员不是卖出期权，而是买入期权，(1) 的答案又会有什么变化？

答：(1) 保证金 = $\text{Max}[500 \times (10 + 0.2 \times 58), 500 \times (10 + 0.1 \times 64)] = \text{Max}(10800, 8200) = 10800$ (美元)；

(2) 保证金 = $\text{Max}[500 \times (10 + 0.15 \times 58), 500 \times (10 + 0.1 \times 64)] = \text{Max}(9350, 8200) = 9350$ (美元)；

(3) 保证金 = $\text{Max}[500 \times (10 + 0.2 \times 70 - 6), 500 \times (10 + 0.1 \times 64)] = \text{Max}(9000, 8200) = 9000$ (美元)；

(4) 如果交易员是买入期权，则不需要缴纳保证金。

2 某公司发行了3年期可转换债券，面额为100元，票面利率为2%，转换价格为20元，债券持有人可以在到期前的任何时间转换股票。以3年期债券的到期收益率3%作为无风险利率，当期股票价格为16元，年度波动率为20%，求可转换债券的价值。

答：

$$\text{纯债券价值} = \sum_{t=1}^3 \frac{2}{1.03^t} + \frac{100}{1.03^3} = 97.1714(\text{元})$$

期权价值 = 转换率 × [SN(d₁) - PV(X) N(d₂)]

其中，转换率为100/20 = 5，执行价格X = 20（元），标的资产现价S = 16，到期时间T = 3（年）

$$d_1 = \ln(S/PV(X)) / (\sigma T^{0.5}) + (\sigma T^{0.5}) / 2 = -0.2150, N(d_1) = 0.4149$$

$$d_2 = d_1 - (\sigma T^{0.5}) = -0.5614, N(d_2) = 0.2873$$

期权价值 = 5 × 1.3805 = 6.9025（元）

因此总价值为97.1714 + 6.9025 = 104.0739（元）

3 某公司正考虑一个投资期限为3年的投资项目，初始投资金额为50万元，该项目每年带来的现金流有50%的可能性为10万元，有50%的可能性为28万元。投资1年后，若市场表现不好，该公司可以选择终止这个项目并获得25万元的现金流。假设该投资要求的收益率为10%，投资满3年后该项目的残值为0。

(1) 若不考虑实物期权，该项目的净现值为多少？

(2) 若考虑实物期权，该公司将如何决策？

答：(1) 不考虑实物期权，项目的净现金流为：

$$NPV = -50 + \sum_{t=1}^3 \frac{0.5 \times 10 + 0.5 \times 28}{1.1^t} = -2.75(\text{万元})$$

NPV为负，因此不应该投资于该项目。

(2) 考虑该实物期权，前两年累计折现现金流如下分析：

第三年就是终点，不再有未来现金流；

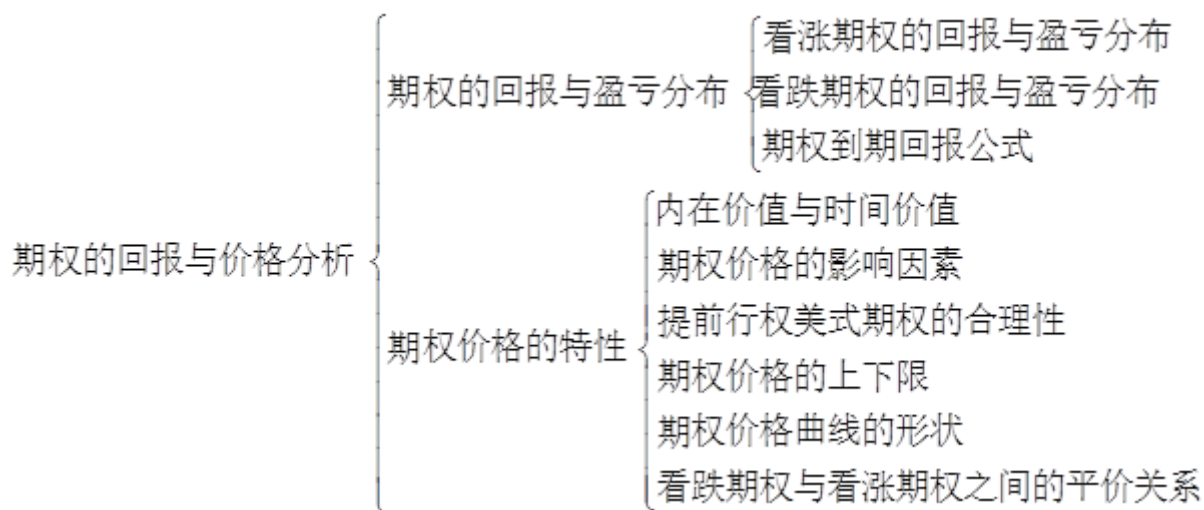
第二年时，一共有四个节点，若以G代表一期市场好的情形，B代表市场差的情形，那么这四个节点为GG、GB、BG、BB，第一、二个字母分别代表第一、二期的市场情形。GG和BG节点，累积的折现现金流都为 $28 + 0.5 \times (10 + 28) / 1.1 = 45.27$ （万元）；GB和BB节点，累积的折现现金流都为 $10 + 0.5 \times (10 + 28) / 1.1 = 27.27$ （万元）。

第一年时，将第二年的累计现金流再次折现，节点G的现金流为 $28 + (45.27 + 27.27) / (2 \times 1.1) = 60.97$ （万元），节点B的现金流为 $10 + (45.27 + 27.27) / (2 \times 1.1) = 42.97$ （万元）；可以看出，无论第一期市场好坏，收益都大于售出机器所得的25万元，有无此期权不改变决策，不应该投资该项目。

第十章 期权的回报与价格分析

10.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

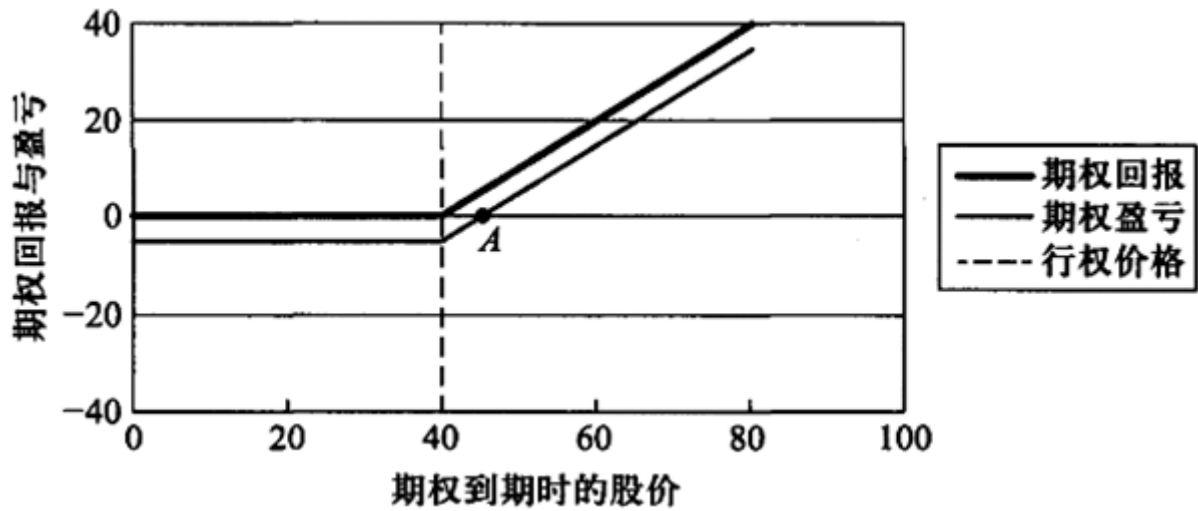
考点一、期权的回报与盈亏分布

1 看涨期权的回报与盈亏分布

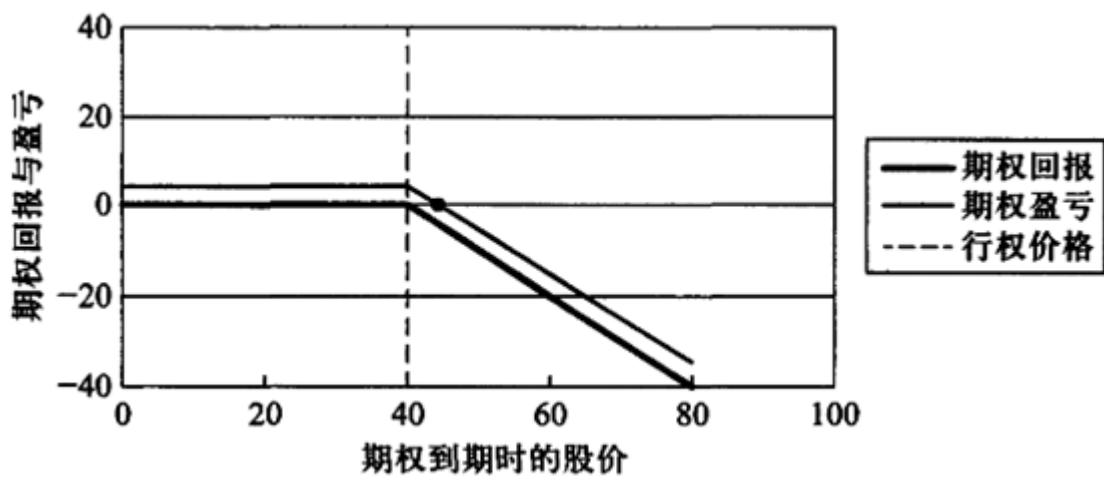
期权回报是期权到期（或被执行）时带来的现金流；期权盈亏是期权的净利润，等于期权回报±期权费。

期权合约是零和游戏，期权多头和空头的回报（盈亏）互为相反数。期权多头回报和盈亏如图10-1（a）所示，期权空头回报和盈亏如图10-1（b）所示。

本章中， X 表示行权价格， c 、 p 表示欧式看涨、看跌期权的价格， C 、 P 表示美式看涨、看跌期权的价格。



(a) 欧式看涨期权多头的回报与盈亏



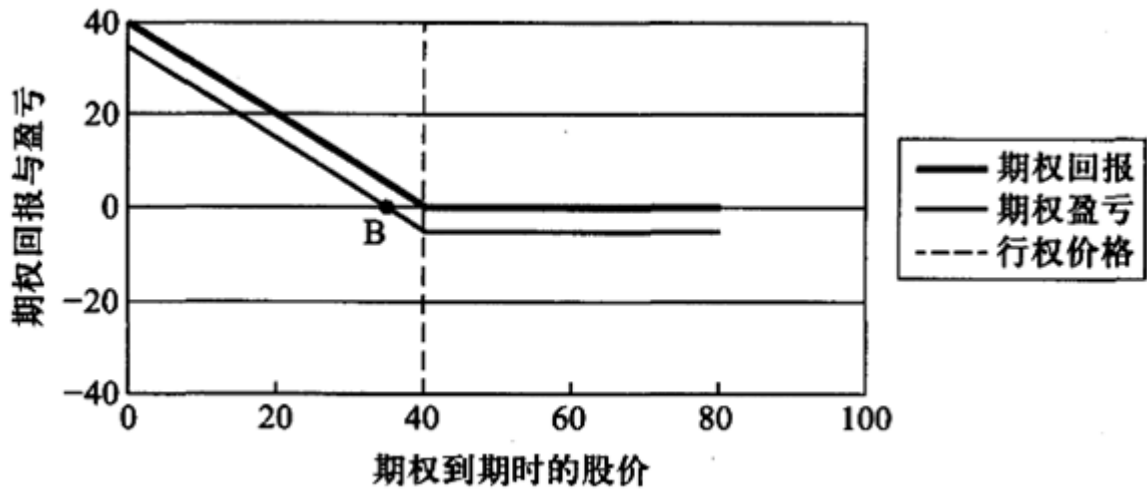
(b) 欧式看涨期权空头的回报与盈亏

图10-1 欧式看涨期权回报与盈亏分布

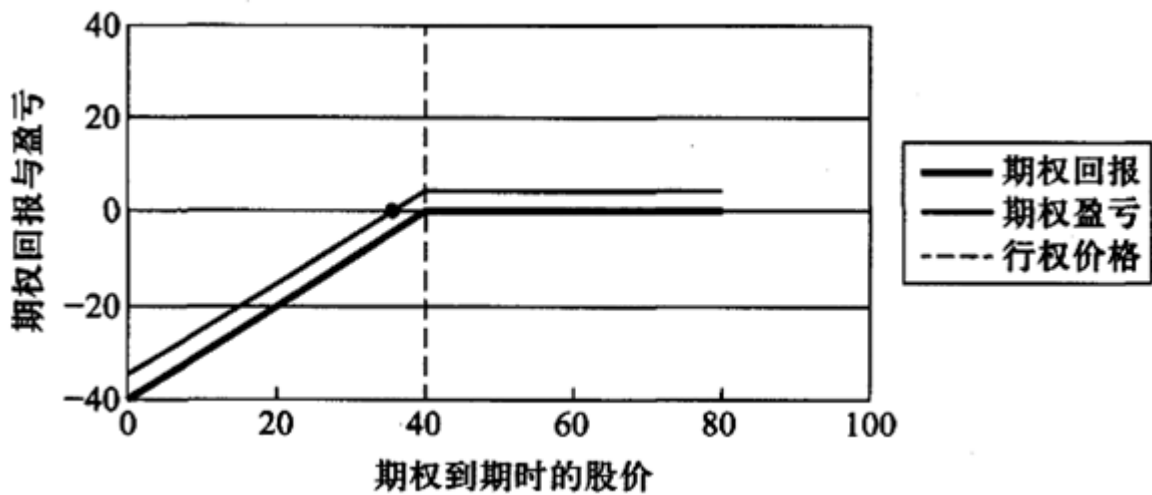
从图中可以看出，看涨期权多头的亏损上限是期权价格，而可能的盈利是无限的。相反，看涨期权空头可能的亏损是无限的，而盈利上限是期权价格。因此，可将期权费视作保费：期权多头支付较低的期权费换取较大盈利的可能性，而期权空方以承担大量亏损的风险为代价获取期权费。

2 看跌期权的回报与盈亏分布

看跌期权也是零和游戏，多空双方的回报（盈亏）互为相反数。多方空方的回报盈亏情况分别见图10-2 (a) 和10-2 (b)。



(a) 欧式看跌期权多头的回报与盈亏



(b) 欧式看跌期权空头的回报与盈亏

图10-2 欧式看跌期权回报与盈亏分布

从图中可以看出，看跌期权多头亏损较小且有限，亏损上限为期权费；其盈利也是有限的，因为资产价格不会为负，盈利上限为 $X - p$ 。看跌期权空头盈利较小且有限，盈利上限为期权费；其亏损也是有限的，上限也为 $X - p$ 。

3 期权到期回报公式

利用公式来描述期权到期的回报与盈亏状况，如表10-1所示：

表10-1 欧式期权多空到期时的回报与盈亏

头寸	到期回报公式		到期盈亏公式
	公式	分析	
看涨期权多头	$\max[S_T - X, 0]$	到期价格如果高于 X，多头行权获得价差，空头损失价差；否则多头放弃，双方回报为零	$\max[S_T - X, 0] - c$
看涨期权空头	$-\max[S_T - X, 0]$ 或者 $\min[X - S_T, 0]$		$-\max[S_T - X, 0] + c$ 或者 $\min[X - S_T, 0] + c$
看跌期权多头	$\max[X - S_T, 0]$	到期价格如果低于 X，多头行权获得价差，空头损失价差；否则多头放弃，双方回报为零	$\max[X - S_T, 0] - p$
看跌期权空头	$-\max[X - S_T, 0]$ 或者 $\min[S_T - X, 0]$		$-\max[X - S_T, 0] + p$ 或者 $\min[S_T - X, 0] + p$

考点二、期权价格的特性

期权费（期权价格）是期权多头为了获取未来的某种权利而支付给空方的对价。

期权费包含两层价值：内在价值和时间价值。

1 内在价值与时间价值

(1) 期权的内在价值

期权的内在价值是指完全忽略标的资产价格的波动，多方在行使期权时所获回报贴现值的较大值，如表10-2所示：

表10-2 期权的内在价值

分类			内在价值
看涨 期权	欧式	无收益	$\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
		有收益	$\max[S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
	美式	无收益	$\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
		有收益	$\max[S - Xe^{-r(\tau-t)}, S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
看跌 期权	欧式	无收益	$\max[Xe^{-r(T-t)} - S, 0]$
		有收益	$\max[Xe^{-r(T-t)} - (S - I), 0]$
	美式	无收益	$\max[X - S, 0]$
		有收益	$\max[X - S, Xe^{-r(\tau-t)} - (S - I), 0]$

注：表中，无收益是指期权存续期内标的资产无现金收益；有收益指期权存续期内标的资产有已知的现金收益（现值为1）； r 为贴现率。

美式期权与欧式期权的情况有所不同。假设 τ 为多方行使期权的时刻：

- ① 欧式期权多头只能在到期日决定是否行权，因此 $\tau = T$ ，其内在价值等于 $\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$ 。
- ② 对于无收益资产美式看涨期权而言，多头在到期前提前行权是不明智的，因此其内在价值也等于 $\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$ 。
- ③ 对于有收益资产美式看涨期权而言，假设只在 $\tau + 1$ 时刻派发一次现值为1的红利，需要将分析期分为两段：
 - a. 从当前时刻到 τ 时刻，期权回报的贴现值为 $S - Xe^{-r(\tau-t)}$ ；
 - b. 从 $\tau + 1$ 时刻至 T 时刻，期权回报的贴现值为 $S - I - Xe^{-r(T-t)}$ 。

因此，有收益资产美式看涨期权的内在价值等于 $\max[S - Xe^{-r(\tau-t)}, S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0]$ 。

(2) 实值期权、平值期权与虚值期权

平值点是使得期权内在价值由正数转为零的行权价格的临界点。平值点、实值期权、平值期权与虚值期权的关系如表10-3所示：

表10-3 实值期权、平值期权与虚值期权

分类			实值期权	平值期权	虚值期权
看涨 期权	欧式	无收益	$S > Xe^{-r(T-t)}$	$S = Xe^{-r(T-t)}$	$S < Xe^{-r(T-t)}$
		有收益	$S > I + Xe^{-r(T-t)}$	$S = I + Xe^{-r(T-t)}$	$S < I + Xe^{-r(T-t)}$
	美式	无收益	$S > Xe^{-r(T-t)}$	$S = Xe^{-r(T-t)}$	$S < Xe^{-r(T-t)}$
		有收益	$S > \min[Xe^{-r(\tau-t)}, I + Xe^{-r(T-t)}]$	$S = \min[Xe^{-r(\tau-t)}, I + Xe^{-r(T-t)}]$	$S < \min[Xe^{-r(\tau-t)}, I + Xe^{-r(T-t)}]$
看跌 期权	欧式	无收益	$S < Xe^{-r(T-t)}$	$S = Xe^{-r(T-t)}$	$S > Xe^{-r(T-t)}$
		有收益	$S < I + Xe^{-r(T-t)}$	$S = I + Xe^{-r(T-t)}$	$S > I + Xe^{-r(T-t)}$
	美式	无收益	$S < X$	$S = X$	$S > X$
		有收益	$S < \max[X, I + Xe^{-r(\tau-t)}]$	$S = \max[X, I + Xe^{-r(\tau-t)}]$	$S > \max[X, I + Xe^{-r(\tau-t)}]$

(3) 期权的时间价值

期权的时间价值来源于期权有效期内，标的资产价格的波动性为期权持有者带来回报的可能性。

期权的时间价值不能直接计算，它等于期权价值减去内在价值。影响期权时间价值的因素包括：

- ① 时间。距离期权到期日越远，时间价值越大，尤其对于美式期权。
- ② 标的资产价格的波动率。标的资产价格的波动率越大，时间价值越大。

③ 期权的内在价值。时间价值与内在价值相关，平值点上期权的时间价值达到最大，并随期权实值量和虚值量增加而递减。

2 期权价格的影响因素

(1) 标的资产的市场价格 (S) 与期权的行权价格 (X)

由于执行看涨期权到期回报为 $\max[S_T - X, 0]$ ，其与市场价格正相关，与行权价格负相关。因此，市场价格越高、行权价格越低，看涨期权价值越高。看跌期权则正好相反，行权价格越高、市场价格越低，看跌期权价值越高。

(2) 期权的有效期

美式期权可以在有效期内任意时间执行，长的有效期包含了短的有效期的所有执行机会，因此有效期越长，美式期权（无论看涨看跌）价值越高。

欧式期权只能在期末执行，因此其有效期的长短与期权价格之间的关系并不明确，长的有效期不一定包含短的有效期的所有执行机会。

(3) 标的资产价格的波动率

由于期权的时间价值源于期权有效期内，标的资产价格的波动性为期权持有者带来回报的可能性，无论是看涨期权还是看跌期权，标的资产价格的波动率越高意味着期权持有者越可能获利，其时间价值以及整个期权价格都会因此而提高。

注意：期权定价时，其标的资产价格的波动率是未知的，需要基于历史波动率进行预测。若已知期权价格及其他参数时，根据期权定价模型推导出的波动率称为隐含波动率。

(4) 无风险利率

无风险利率对期权价格的影响主要体现在对标的资产价格以及贴现率的影响上。无风险利率越高，标的资产的未来市价就越高；同时，期权定价使用的贴现率越高，期权行权价格的现值就越低。因此，对于看涨期权，无风险利率提高增加了其价值；对于看跌期权，无风险利率提高则降低了其价值。

(5) 标的资产的收益

当标的资产分红或付息时，标的资产价值会减少。如果此时不对期权的执行价格进行相应的调整，标的资产收益会使得看涨期权价格下降，看跌期权价格上升；如果对期权的执行价格进行了相应的调整，标的资产收益则不会影响期权价格。

对以上因素的总结如表10-4所示：

表10-4 影响期权价格的主要因素

	欧式看涨	欧式看跌	美式看涨	美式看跌
标的资产市场价格	+	-	+	-
期权的行权价格	-	+	-	+
期权的有效期	?	?	+	+
标的资产价格波动率	+	+	+	+
无风险利率	+	-	+	-
标的资产的收益	-	+	-	+

3 提前行权美式期权的合理性

美式期权的提前行权并不一定有利。提前执行美式期权的合理性如表10-5所示：

表10-5 提前执行美式期权的合理性

是否有收益	看涨/看跌	考虑的组合	提早执行的条件	解释
有	看涨	A=期权+现金 $Xe^{-r(T-t)}$ B=标的资产	无；提早执行不明智	不提前执行，A 的价值大于等于 B；提早执行会使得 A 的价值小于 B
	看跌	A=期权+标的资产 B=现金 $Xe^{-r(T-t)}$	S 相对于 X 较低，或者相对于 r 较高	不提前执行，A 的价值高于等于 B；提早执行须满足不改变这一关系
无	看涨	—	$D_n > X[1 - e^{-r(T-t_n)}]$	仅是有可能并非必然要提前执行。实际上，只有当 t_n 时刻标的资产价格足够大时，提前执行美式看涨期权才是合理的。
	看跌	—	—	提前执行的可能性很小

4 期权价格的上下限

期权价格的上下限如表10-6所示：

表10-6 期权价格的上下限

			上限	下限
看涨期权	欧式	无收益	S	$\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
		有收益	S - I	$\max[S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
	美式	无收益	S	$\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
		有收益		$\max[S - Xe^{-r(\tau-t)}, S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
看跌期权	欧式	无收益	$Xe^{-r(T-t)}$	$\max[Xe^{-r(T-t)} - S, 0]$
		有收益	$Xe^{-r(T-t)} + I$	$\max[Xe^{-r(T-t)} - (S - I), 0]$
	美式	无收益	X	$\max[X - S, 0]$
		有收益		$\max[X - S, Xe^{-r(\tau-t)} - (S - I), 0]$

5 期权价格曲线的形状

(1) 看涨期权价格曲线

首先讨论标的资产无收益时的情况，如下图10-3所示：

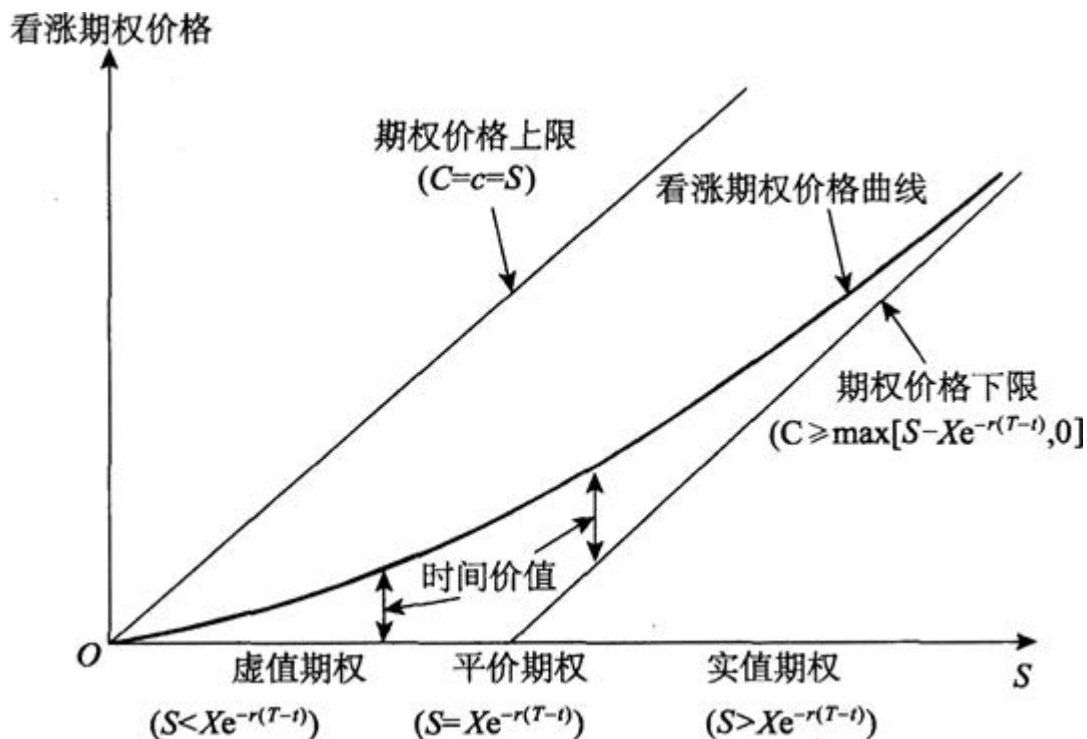


图10-3 无收益资产看涨期权价格曲线

有收益资产欧式看涨期权价格曲线与图10-3类似，只是上限变为 $S - I$ ，平值点由 $Xe^{-r(T-t)}$ 换成了 $Xe^{-r(T-t)} + I$ ；有收益资产美式看涨期权价格曲线中上限不变，而平值点为 $\max[Xe^{-r(\tau-t)}, Xe^{-r(T-t)} + I]$ 。

(2) 看跌期权价格曲线

首先讨论标的资产无收益时的情况，如下图10-4所示：

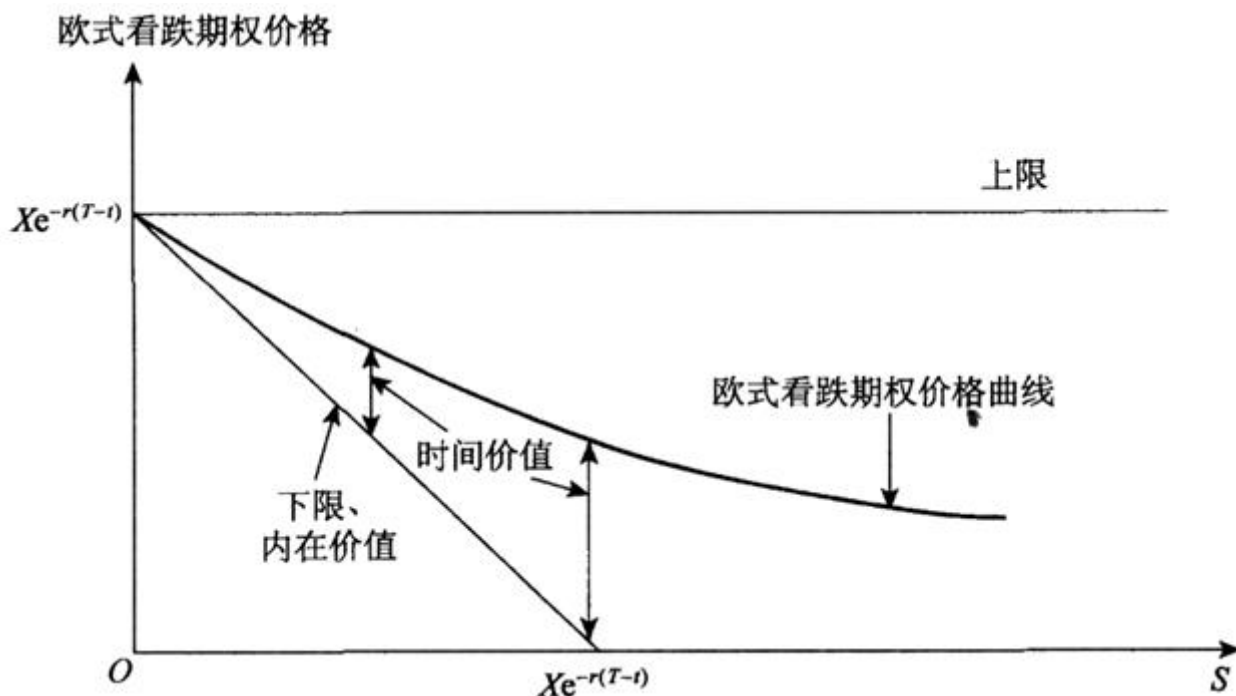


图10-4 无收益资产欧式看跌期权价格曲线

有收益资产的欧式看跌期权价格曲线与图10-4相似，只是上限与平值点均由 $Xe^{-r(T-t)}$ 变为 $Xe^{-r(T-t)} + I$ 。而美式看跌期权价格曲线的上限不变，其平值点变为 $\max[X, Xe^{-r(T-t)} + I]$ 。

6 看跌期权与看涨期权之间的平价关系 (put-call parity, PCP)

平价关系即无套利情况下必然成立的等式关系，可以利用平价关系由已知量推算出未知量。若等式不成立则说明存在套利机会。

(1) 欧式看跌期权与看涨期权之间的平价关系

① 无收益资产的欧式期权

$$c + Xe^{-r(T-t)} = p + S$$

对于平价欧式期权来说，看涨期权价格与看跌期权价格相等。

如果存在远期或期货市场，则该公式变为：

$$c + Xe^{-r(T-t)} = p + Fe^{-r(T-t)}$$

② 有收益资产的欧式期权

$$c + I + Xe^{-r(T-t)} = p + S$$

注意：公式的变形可以构造出等价的投资组合。以无收益资产的欧式期权为例，其PCP的变形“ $c = p + S - Xe^{-r(T-t)}$ ”可以被解读为投资者借钱（ $-Xe^{-r(T-t)}$ ）买入股票（ S ），并同时买入一份看跌期权（ p ），这相当于购买了一份看涨期权（ c ）。可以看出，购买看涨期权相比于直接购买股票具有更多的优点：保险和可以利用杠杆效应。

无收益资产的欧式期权的PCP还可以变形为“ $-S = p - c - Xe^{-r(T-t)}$ ”，可以被解读为投资者借钱（ $-Xe^{-r(T-t)}$ ）买入一份看跌期权（ p ），并卖出一份看涨期权（ c ），这相当于卖空标的资产（ S ）。因此，在不允许卖空的市场，投资者可以通过期权市场间接实现卖空的目的。

(2) 美式看涨期权和看跌期权之间的平价关系

由于可能提前行权，美式看涨期权和看跌期权之间不存在精确的平价关系，仅存在不等式关系。

① 无收益资产美式期权

$$S - X < C - P < S - Xe^{-r(T-t)}$$

② 有收益资产美式期权

$$S - I - X < C - P < S - I - Xe^{-r(T-t)}$$

10.2 课后习题详解

1 以下哪些说法是正确的?

- A. 期权的买卖双方都必须缴纳保证金
- B. 期权空头的可能最大损失是无限的
- C. 看跌期权空头有权按行权价买入标的资产
- D. 看涨期权空头到期时的可能操作是卖出标的资产
- E. 看跌期权空头到期时的可能操作是买进标的资产
- F. 看跌期权空头一般认为标的资产价格不会下跌
- G. 看涨期权空头一般认为标的资产价格不会上涨

答: A错误, 期权的卖方必须缴纳保证金, 而买方无需缴纳保证金。

B正确, 详见本章复习笔记图10-1和图10-2。

C错误, 期权空头只有义务没有权利, 看跌期权的空头有义务以行权价买入期权多头卖出的标的资产。

D正确, 如果标的资产价格高于行权价, 则看涨期权多头会行权, 空头需以行权价卖出标的资产。

E正确, 如果标的资产价格低于行权价, 则看跌期权多头会行权, 空头需以行权价买入标的资产。

F正确, 如果资产价格下跌, 看跌期权空头需要承担损失。

G正确, 如果资产价格上涨, 看涨期权空头需要承担损失。

2 某投资者买进一份看涨期权同时卖出一份标的资产、期限和协议价格都相同的看跌期权, 请描述该投资者的状况, 并揭示相关衍生产品之间的关系。

答: 如果投资者买入和卖出的都是无收益的欧式期权, 不考虑期权费, 该投资者的最终回报为:

$$\max (S_T - X, 0) + \min (S_T - X, 0) = S_T - X$$

可见, 这相当于协议价格为X的远期合约多头。类似地, 欧式看涨期权空头和欧式看跌期权多头可以组成远期合约空头。

同理, 如果投资者买入和卖出的都是有收益的欧式期权, 不考虑期权费, 该投资者的最终回报为:

$$\max (S_T - I - X, 0) + \min (S_T - I - X, 0) = S_T - X - I$$

这说明远期合约多头可以拆分成欧式看涨期权多头和欧式看跌期权空头; 远期合约空头可以拆分成欧式看涨期权空头和欧式看跌期权多头。对于无收益的欧式期权来说, 当X等于远期价格时, 远期合约的价值为0。此时看涨期权和看跌期权的价值相等。

3 描述如何用期权和远期复制无风险资产。

答: 以存在远期或期货市场条件下的无收益资产的欧式期权的PCP为例:

$$c + Xe^{-r(T-t)} = p + Fe^{-r(T-t)}$$

上式可以变形为：

$$Xe^{-r(T-t)} = p + Fe^{-r(T-t)} - c$$

即投资者可以通过同时持有一份标的资产远期合约多头 ($Fe^{-r(T-t)}$)、一份看跌期权 (p)，并卖出一份看涨期权 (c)，这相当于持有一份无风险资产 ($Xe^{-r(T-t)}$)。

4 表10-7 (教材表10.8) 是某日上证50ETF剩余期限为12天的期权的报价表，当天的上证50ETF现货价格为2.461，市场上的12天利率为3.3% (连续复利)。请计算各期权的内在价值和时间价值，并分析哪个期权的时间价值最大。

表10-7 行权价

0.393 0	2.05	0.000 8	0.073 0	2.40	0.029 9
0.343 8	2.10	0.001 1	0.048 1	2.45	0.053 5
0.293 1	2.15	0.001 3	0.032 3	2.50	0.087 7
0.242 6	2.20	0.001 6	0.021 2	2.55	0.127 2
0.196 2	2.25	0.003 2	0.014 1	2.60	0.169 8
0.151 1	2.30	0.006 5	0.009 2	2.65	0.214 9
0.109 2	2.35	0.013 9			

答：看涨期权的内在价值与时间价值分别为：

表10-8 看涨期权的计算

看涨期权价值	行权价	看涨期权内在价值	看涨期权时间价值
0.3930	2.05	$\max[2.461 - 2.05e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.4132$	$0.3930 - 0.4132 = -0.0202$
0.3438	2.10	$\max[2.461 - 2.10e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.3633$	$0.3438 - 0.3633 = -0.0195$
0.2931	2.15	$\max[2.461 - 2.15e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.3133$	$0.2931 - 0.3133 = -0.0202$
0.2426	2.20	$\max[2.461 - 2.20e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.2634$	$0.2426 - 0.2634 = -0.0208$
0.1962	2.25	$\max[2.461 - 2.25e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.2134$	$0.1962 - 0.2134 = -0.0172$
0.1511	2.30	$\max[2.461 - 2.30e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.1635$	$0.1511 - 0.1635 = -0.0124$
0.1092	2.35	$\max[2.461 - 2.35e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.1135$	$0.1092 - 0.1135 = -0.0043$
0.0730	2.40	$\max[2.461 - 2.40e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.0636$	$0.0730 - 0.0636 = 0.0094$
0.0481	2.45	$\max[2.461 - 2.45e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] \approx 0.0137$	$0.0481 - 0.0137 = 0.0344$
0.0323	2.50	$\max[2.461 - 2.50e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] = 0$	0.0323
0.0212	2.55	$\max[2.461 - 2.55e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] = 0$	0.0212
0.0141	2.60	$\max[2.461 - 2.60e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] = 0$	0.0141
0.0092	2.65	$\max[2.461 - 2.65e^{-3.3\% \times 12/365}, 0] = 0$	0.0092

看跌期权的内在价值与时间价值分别为：

表10-9 看跌期权的计算

看跌期权价值	行权价	看跌期权内在价值	看跌期权时间价值
0.0008	2.05	$\max[2.05e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0008 - 0 = 0.0008$
0.0011	2.10	$\max[2.10e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0011 - 0 = 0.0011$
0.0013	2.15	$\max[2.15e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0013 - 0 = 0.0013$
0.0016	2.20	$\max[2.20e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0016 - 0 = 0.0016$
0.0032	2.25	$\max[2.25e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0032 - 0 = 0.0032$
0.0065	2.30	$\max[2.30e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0065 - 0 = 0.0065$
0.0139	2.35	$\max[2.35e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0139 - 0 = 0.0139$
0.0299	2.40	$\max[2.40e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0299 - 0 = 0.0299$
0.0535	2.45	$\max[2.45e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] = 0$	$0.0535 - 0 = 0.0535$
0.0877	2.50	$\max[2.50e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] \approx 0.0363$	$0.0877 - 0.0363 = 0.0514$
0.1272	2.55	$\max[2.55e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] \approx 0.0862$	$0.1272 - 0.0862 = 0.0410$
0.1698	2.60	$\max[2.60e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] \approx 0.1362$	$0.1698 - 0.1362 = 0.0336$
0.2149	2.65	$\max[2.65e^{-3.3\% \times 12/365} - 2.461, 0] \approx 0.1861$	$0.2149 - 0.1861 = 0.0288$

期权的时间价值受内在价值的影响，在期权平值点时间价值达到最大，并随期权实值量和虚值量增加而递减。由以上两表可以看出，当执行价格为2.45时，期权最近平值点，期权的时间价值达到最大值。

5 请证明期权的时间价值大于等于0。

答：以无收益资产的欧式看涨期权为例：

由于无收益资产的欧式看涨期权C一定大于等于其下限 $\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$ ，而 $\max[S - Xe^{-r(T-t)}, 0]$ 一定大于等于 $S - Xe^{-r(T-t)}$ 或0，则C一定大于等于 $S - Xe^{-r(T-t)}$ 或0。

当无收益资产的欧式看涨期权为实值期权时， $S > Xe^{-r(T-t)}$ ，多方选择行权，此时期权的内在价值为 $S - Xe^{-r(T-t)}$ ，则C大于等于 $S - Xe^{-r(T-t)}$ 的部分为期权的时间价值；当无收益资产的欧式看涨期权为虚值期权时， $S < Xe^{-r(T-t)}$ ，多方放弃行权，此时期权的内在价值为0，C大于等于0的部分为期权的时间价值。

同理可证明其他期权。

因此，期权的时间价值大于等于0。

6 简要说明影响期权价格的各个因素及其影响方向，并说明其原因。

答：影响期权价格的各个因素及影响方向如表10-10所示：

表10-10 影响期权价格的主要因素

	欧式看涨	欧式看跌	美式看涨	美式看跌
标的资产市场价格	+	-	+	-
期权的行权价格	-	+	-	+
期权的有效期	?	?	+	+
标的资产价格波动率	+	+	+	+
无风险利率	+	-	+	-
标的资产的收益	-	+	-	+

注：“+”表示正向的影响，“-”表示反向的影响，“?”则表示影响方向不一定。

具体原因如下：

(1) 标的资产的市场价格 (S) 与期权的行权价格 (X)

由于执行看涨期权到期回报为 $\max[S_T - X, 0]$ ，其与市场价格正相关，与行权价格负相关。因此，市场价格越高、行权价格越低，看涨期权价值越高。看跌期权则正好相反，行权价格越高、市场价格越低，看跌期权价值越高。

(2) 期权的有效期

美式期权可以在有效期内任意时间执行，长的有效期包含了短的有效期的所有执行机会，因此有效期越长，美式期权（无论看涨看跌）价值越高。

欧式期权只能在期末执行，因此其有效期的长短与期权价格之间的关系并不明确，长的有效期不一定包含短的有效期的所有执行机会。

(3) 标的资产价格的波动率

由于期权的时间价值源于期权有效期内，标的资产价格的波动性为期权持有者带来回报的可能性，无论是看涨期权还是看跌期权，标的资产价格的波动率越高意味着期权持有者越可能获利，其时间价值以及整个期权价格都会因此而提高。

(4) 无风险利率

无风险利率对期权价格的影响主要体现在对标的资产价格以及贴现率的影响上。无风险利率越高，标的资产的未来市价就越高；同时，期权定价使用的贴现率越高，期权行权价格的现值就越低。因此，对于看涨期权，无风险利率提高增加了其价值；对于看跌期权，无风险利率提高则降低了其价值。

(5) 标的资产的收益

当标的资产分红或付息时，标的资产价值会减少。如果此时不对期权的执行价格进行相应的调整，标的资产收益会使得看涨期权价格下降，看跌期权价格上升；如果对期权的执行价格进行了相应的调整，标的资产收益则不会影响期权价格。

7 欧式期权和美式期权的上下限分别是多少？为什么？

答：期权价格的上下限如表10-11所示：

表10-11 期权价格的上下限

			上限	下限
看涨期权	欧式	无收益	S	$\max(S - Xe^{-r(T-t)}, 0)$
		有收益	S - I	$\max(S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0)$
	美式	无收益	S	$\max(S - Xe^{-r(T-t)}, 0)$
		有收益		$\max[S - Xe^{-r(T-t)}, S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0]$
看跌期权	欧式	无收益	$Xe^{-r(T-t)}$	$\max(Xe^{-r(T-t)} - S, 0)$
		有收益	$Xe^{-r(T-t)} + I$	$\max(Xe^{-r(T-t)} - (S - I), 0)$
	美式	无收益	X	$\max(X - S, 0)$
		有收益		$\max[X - S, Xe^{-r(T-t)} - (S - I), 0]$

原因如下：

(1) 看涨期权价格的上限

在任何情况下，无收益资产期权价值都不会超过标的资产的价格，因此无收益资产看涨期权的上限为 $C \leq S$ ；

对于有收益资产欧式看涨期权，由于标的资产在期权到期前将派发现值为 I 的收益，因此该期权价格不应超过标的资产的价格减去 I，因此其上限为 $c \leq S - I$ ；

对于有收益资产美式看涨期权，由于可以提前执行，因此其上限仍然为标的资产价格，即 $C \leq S$ 。

(2) 看跌期权价格的上限

由于欧式看跌期权只能在到期日 T 时刻执行，因此，欧式看跌期权价格不能高于 X 的现值，即：

$$p \leq Xe^{-r(T-t)}$$

由于美式看跌期权的多头执行期权的最高回报为行权价格 X，投资者一定不会花费高于 X 的价格，去购入一个可以卖出标的资产获得 X 元收入的美式看跌期权，因此美式看跌期权价格的上限为 X，即：

$$P \leq X$$

(3) 欧式看涨期权价格的下限

为了推导出无收益资产欧式看涨期权价格下限，考虑如下两个组合：

组合 A：一份欧式看涨期权加上金额为 $Xe^{-r(T-t)}$ 的现金。

组合 B：一单位标的资产。

在 T 时刻，组合 A 的价值为：

$$\max(S_T, X)$$

而在 T 时刻，组合 B 的价值为 S_T 。由于 $\max(S_T, X) \geq S_T$ ，因此，在 t 时刻组合 A 的价值也应大于等于组合 B，即：

$$c + Xe^{-r(T-t)} \geq S$$

$$c \geq S - Xe^{-r(T-t)}$$

由于期权的价值一定为正，因此无收益资产欧式看涨期权价格下限为：

$$c \geq \max(S - Xe^{-r(T-t)}, 0)$$

同理，有收益资产欧式看涨期权价格的下限为：

$$c \geq \max(S - I - Xe^{-r(T-t)}, 0)$$

(4) 欧式看跌期权价格的下限

无收益资产欧式看跌期权价格的下限。考虑以下两种组合：

组合C：一份欧式看跌期权加上一单位标的资产。

组合D：金额为 $Xe^{-r(T-t)}$ 的现金。在T时刻，如果 $S_T < X$ ，期权将被执行，组合C的价值为X；如果 $S_T > X$ ，期权将不被执行，组合C的价值为 $\max(S_T, X)$ ，D的价值为X。由于组合C的价值在T时刻大于等于组合D，因此组合C的价值在t时刻也应大于等于组合D，即：

$$p + S \geq Xe^{-r(T-t)}$$

$$p \geq Xe^{-r(T-t)} - S$$

由于期权价值一定为正，因此无收益资产欧式看跌期权价格的下限为：

$$p \geq \max(Xe^{-r(T-t)} - S, 0)$$

同理，有收益资产欧式看跌期权价格的下限为：

$$p \geq \max(Xe^{-r(T-t)} - (S - I), 0)$$

(5) 美式看涨期权价格下限

由于提前执行无收益资产的美式看涨期权是不明智的，因此无收益资产美式看涨期权和欧式看涨期权实际上是等价的，则无收益资产美式看涨期权价格的下限为： $C \geq \max(S - Xe^{-r(T-t)}, 0)$ 。

由于提前行权有收益资产的美式看涨期权可较早获得标的资产，从而获得现金收益，因此存在提前执行更有利的可能性。有收益资产的美式看涨期权价格下限为：

$$C \geq \max \left[S - Xe^{-r_t(\tau-T)}, S - I - Xe^{r(T-t)} \right]$$

(6) 美式看跌期权价格下限

是否提前执行无收益资产的美式看跌期权，主要取决于期权的实值额 $(X - S)$ 、无风险利率水平等因素。一般来说，只有当S相对于X来说较低，或者r较高时，提前行权无收益资产美式看跌期权才可能是有利的。

由于无收益资产的美式看跌期权可能提前执行，因此其期权价格下限为： $P \geq \max(X - S, 0)$ 。

由于提前执行有收益资产的美式看跌期权意味着自己放弃收益权，因此与无收益资产的美式看跌期权相比，有收益资产美式看跌期权被提前执行的可能性减小，但仍无法完全排除提前执行的可能性。

由于有收益资产的美式看跌期权有提前执行的可能性，因此其下限为：

$$P \geq \max \left[X - S, Xe^{-r_t(\tau-T)} - (S - I), 0 \right]$$

8 请简要解释以下说法：

- (1) 深度实值看涨期权与标的资产价格几乎同涨同跌；
- (2) 深度实值期权价值基本由内在价值构成；
- (3) 深度虚值期权价值基本由时间价值构成。

答：(1) 看涨期权的价值由内在价值和时间价值构成。对于深度实值的看涨期权，时间价值很小，其价格几乎都由内在价值构成。对于不付红利的欧式看涨期权来说，期权的内在价值为 $\max[S_T - Xe^{-r(T-t)}, 0]$ ，即标的资产价格越高，期权内在价值越高，则期权价格越高。所以说，深度实值看涨期权与标的资产价格几乎同涨同跌。对于付红利的欧式看涨期权、付红利的美式看涨期权、不付红利的美式看涨期权来说，根据其内在价值表达式也可以得到同样的结论。

(2) 期权的价值由内在价值和时间价值构成，深度实值期权内在价值很大，而标的资产价格的波动几乎不会对其价值造成很大影响，时间价值很小。所以说深度实值期权价值基本由内在价值构成。

(3) 深度虚值期权的内在价值为零，其价值基本由时间价值构成。

9 一个美式看涨期权的行权价格为20元，期限为5个月，期权价格为15元。假定当前股票价格为19元，无风险利率为年利率10%。请问具有相同行权价格和期限的美式看跌期权的上下限分别为多少？

答：无收益美式看涨期权与看跌期权之间的平价关系为： $S - X \leq C - P \leq S - Xe^{-r(T-t)}$ ，即：

$$C - (S - Xe^{-r(T-t)}) \leq P \leq C - (S - X)$$

代入数据可得： $15 - (19 - 20e^{-10\% \times 5/12}) \leq P \leq 15 - (19 - 20)$ ， $15.18 \leq P \leq 16$ 。

即具有相同执行价格和期限的美式看跌期权的上下限分别为16元和15.18元。

10 为什么当无风险利率上升及波动率下降时，提前行使美式看跌期权会变得更加吸引人？

答：(1) 利率对期权价格的影响主要体现在对标的资产价格以及贴现率的影响上。如果无风险利率较高，则标的资产的预期收益率也应较高，这意味着对应于标的资产现在特定的市价 S ，未来预期价格 $E(S_T)$ 较高。同时由于贴现率较高，未来同样预期盈利的现值就较低。这两种效应都将降低看跌期权的价值。因此投资者倾向于提前行使美式看跌期权。

(2) 无论是看涨期权还是看跌期权，其时间价值以及整个期权价格都随着标的资产价格波动率的增大而提高，随标的资产价格波动率的减小而降低，因为波动率越低相当于不确定性越少，而期权的价值就来自于不确定性。因此波动率下降时，美式看跌期权的时间价值将会下降，投资者倾向于提前行使期权。

11 为什么一个支付现金红利的美式股票看涨期权，在除息日（已经完成除息）行权永远不会是最佳选择？

答：构建组合A和B：

组合A：一单位美式股票看涨期权和 $Xe^{-r(T-t)}$ 单位现金

组合B：一单位标的资产

假设 τ 时刻已完成除息，并提前执行期权，此时组合A的值为 $S - I - X + Xe^{-r(\tau-t)}$ ；组合B的值为 $S - I$ 。显然组合A的价值小于组合B的价值。

假设不提前行权，则持有到期组合A的值为 $\max[S - I, X]$ ，而组合B的值为 $S - I$ ，显然组合A的价值大于等于组合B。

因此，一个支付现金红利的美式股票看涨期权在除息日行权永远不会是最佳选择。

12 假设你是一家负债率很高的公司的唯一股东。该公司的所有债务在1年后到期。如果到时公司的价值高于债务，你将偿还债务。否则的话，你将宣布破产并让债权人接管公司。

- (1) 请将你的股权表示为公司价值的期权；
- (2) 请将债权人的债权表示为公司价值的期权；
- (3) 你有什么办法来提高股权的价值？

答：(1) 从看涨期权的角度来看，股东持有一份以公司总资产A为标的，行权价格为债务总额的终值D的看涨期权。

从看跌期权的角度来看，股东持有以公司总资产A为标的，行权价格为债务总额D的看跌期权，拥有公司总资产A以及充当无风险债务D的债务人（或出售面值为D的无风险零息债券）。

(2) 从看涨期权的角度看，债权人售出一份以公司总资产A为标的，行权价格为债务总额D的看涨期权并拥有公司总资产A。

从看跌期权的角度看，债权人售出一份以公司总资产A为标的，行权价格为债务总额D的看跌期权，并充当无风险债务D的债权人（或购入面值为D的无风险零息债券）。

(3) 股权价值 = $\max[A_t - De^{-r(T-t)}, 0]$ 股东可以通过以下方法来提高股权价值：① 提高公司资产价值；② 提高公司价值的波动率；③ 降低公司负债额。其中，第一种方法对股东和债权人都有利，第二种方法则有利于股东而不利于债权人。进行风险投资显然属于第二种办法。

13 标的股票价格为31元，执行价格为30元，无风险年利率为10%，3个月期的欧式看涨期权价格为3元，欧式看跌期权为2.25元，如何套利？如果看跌期权价格为1元呢？

答：(1) 根据无收益资产欧式看涨期权和看跌期权的平价关系可得：

$$p = c + Xe^{-r(T-t)} - S = 3 + 30e^{-10\% \times 3/12} - 31 \approx 1.2593 \text{ (元)} < 2.25 \text{ (元)}$$

因此，看跌期权价格被高估，投资者可买入一份看涨期权，卖空一份看跌期权和一单位标的资产进行套利。现金流情况如表10-12所示，在期初产生利润，之后的现金流完全抵消：

表10-12 套利现金流量表 (单位：元)

	期初现金流	期末现金流			
		$S_T > 30$		$S_T < 30$	
卖空看跌期权	2.25	看跌期权被放弃	0	看跌期权被执行	-30
买入看涨期权	-3	执行看涨期权	-30	放弃看涨期权	0
贷出资金	$-30e^{-10\% \times 3/12}$ ≈ -29.26	收回资金	30	收回资金	30
卖空标的资产	31	偿还标的资产	0	偿还标的资产	0
合计	0.99	合计	0	合计	0

即投资者通过套利可在期初获得0.99元的套利收入。

(2) 当看跌期权价格为1时, 看跌期权价格被低估, 投资者可买入一份看跌期权和一单位标的资产, 卖空一份看涨期权进行套利。现金流情况如表10-13所示:

表10-13 套利现金流量表 (单位: 元)

	期初现金流	期末现金流			
		$S_T > 30$		$S_T < 30$	
买入看跌期权	-1	放弃看跌期权	0	执行看跌期权	30
卖出看涨期权	3	看涨期权被执行	30	看涨期权被放弃	0
借入资金	$30e^{-10\% \times 3/12} \approx 29.26$	偿还资金	-30	偿还资金	-30
买入标的资产	-31	卖出标的资产	0	卖出标的资产	0
合计	0.26	合计	0	合计	0

即投资者通过套利可在期初获得0.26元的套利收入。

14 期限为3个月的欧式看涨和看跌期权, 执行价格都为\$20, 现在价格都为\$3。无风险利率为10%。现在标的股票价格为\$19, 并且1个月后支付\$1的红利。请说明是否存在套利机会? 如果存在, 将如何套利? 套利结果是什么?

答: (1) 根据有收益资产的欧式期权平价关系可得:

$$p = c + I + Xe^{-r(T-t)} - S = 3 + 1 \times e^{-10\% \times 1/12} + 20 \times e^{-10\% \times 3/12} - 19 \approx 4.4979 \text{ (美元)} > 3 \text{ (美元)}$$

因此, 看跌期权价格被低估, 存在套利机会。

(2) 投资者可按如下方法进行套利:

① 期初, 以10%的无风险利率借入19美元, 并约定一个月后偿还1美元, 其余部分3个月后偿还。以借入的19美元买入一单位股票, 同时卖出一份看涨期权, 买入一份看跌期权, 期权费正好相抵消。

② 1个月后, 以股票支付的1元红利偿还贷款, 此时借款本息为 $19 \times e^{10\% \times 1/12} - 1 \approx 18.1590$ (美元)。

③ 三个月后, 借款本息达到 $(19 \times e^{10\% \times 1/12} - 1) \times e^{10\% \times 2/12} \approx 18.4642$ (美元)。此时, 若股票价格大于20美元, 看涨期权将被执行, 看跌期权将被放弃执行, 投资者将以20美元卖出一单位股票, 偿还贷款后, 获得 $20 - 18.4642 = 1.5358$ (美元) 的套利收入。若股票价格低于20美元, 看跌期权将被执行, 看涨期权将不被执行, 投资者同样会获得1.5358美元的套利收入。

(3) 套利会导致看跌期权需求上升, 价格上涨, 看涨期权需求减少, 价格降低, 最后平价关系成立, 套利机会消失。

15 假设 c_1 , c_2 和 c_3 分别是三个到期时间相同、协议价格分别为 K_1 、 K_2 和 K_3 的欧式看涨期权价格, 且满足 $K_3 > K_2 > K_1$ 和 $K_3 - K_2 = K_2 - K_1$, 试证明:

$$c_2 \leq \frac{1}{2} \times (c_1 + c_3)$$

答: 设价格为 c_1 、 c_2 、 c_3 的看涨期权分别为 X、Y、Z, 到期时标的资产价格为 S_T 。构造一个由一份 X 多头、一份 Z 的多头和两份 Y 的空头所组成的期权组合, 则期初该组合价值为 $c_1 + c_3 - 2c_2$, 期末价值如表 10-14 所示:

表10-14 组合X - 2Y + Z的终值

	$S_T < K_1$	$K_1 \leq S_T < K_2$	$K_2 \leq S_T < K_3$	$K_3 \leq S_T$
期权 X	不执行	执行：以 K_1 买入标的资产，并按市价 S_T 卖出。	执行：以 K_1 买入标的资产，并按市价 S_T 卖出。	执行：以 K_1 买入标的资产，并按市价 S_T 卖出。
期权 Y	不执行	不执行	执行：以 S_T 买入两单位标的资产，并以 K_2 卖出。	执行：以 S_T 买入两单位标的资产，并以 K_2 卖出。
期权 Z	不执行	不执行	不执行	执行：以 K_3 买入标的资产，并按市价 S_T 卖出。
价值	0	$S_T - K_1$	$2K_2 - K_1 - S_T = K_3 - S_T > 0$	$2K_2 - K_1 - K_3 = 0$

由上表可知，无论到期时标的资产价格为多少，该组合的价值都大于等于0，因此该组合期初时的价值也一定大于等于

$$0, \text{ 即 } c_1 + c_3 - 2c_2 \geq 0, \quad c_2 \leq \frac{1}{2} \times (c_1 + c_3).$$

16 考虑一个5年期无股息的雇员股票期权，期权可在一年后的任何时间行使。与通常在交易所交易的看涨期权不同，雇员期权不能出售。这一限制对提前行使决策有什么影响？

答：雇员期权不可转让的特点导致了雇员如果想把已经生效的期权变成现金，他们必须行使期权然后再将标的股票卖掉，这会导致雇员期权的行使比类似的看涨期权行使要早。并且，对于不付息的股票，提前行使雇员期权的最优策略是行使期权并卖掉股票。只有在股票支付相对较多的股息时，提前行使雇员期权并保留股票才有意义。

17 拥有无红利支付的美式看涨期权多头的投资者有可能采取下列行动中的哪些？说明理由。

- A. 一旦有钱可赚就立即执行期权
- B. 当股价跌到执行价格以下时，购买一补偿性的看跌期权
- C. 当期权处于深度实值时，投资者可以提前执行期权
- D. 对于投资者而言，提前执行该期权可能是不明智的

答：B和D可能被采取，A和C不可能被采取。

B项，当看涨期权处于深度虚值时，投资者可能购买补偿性的看跌期权。

D项，提前行使无红利的看涨期权是不明智的，因为如果投资者在期权的剩余期限内持有股票，那么就会提前支出执行价格，损失其在剩余期限内的利息收入，并且不会得到股票带来的任何收入。如果认为股票价格被高估，那么投资者应该卖掉期权而不是行使期权，因为在到期前，期权价格总是大于其内在价值，而提前行使期权，期权价格等于其内在价值。因此，A项和C项不可能被采取。

18 2020年2月3日15:00, 沪深300股价指数为3688.36, 2020年2月到期的沪深300股指期货价格为3591.20, 2020年2月到期行权价为3600的沪深300股指看涨期权和看跌期权价格分别为106.20元和133.00元。假设连续复利无风险年利率为3%, 沪深300股价指数的年化红利率为1%。请比较用现货价格和期货价格来计算期权的内在价值、平价点有何不同? 并比较用现货价格和期货价格表示的PCP平价哪个表现更好。

答: 非常抱歉, 此题暂不提供答案。

10.3 考研真题与典型题详解

一、选择题

在到期日之前可以行使的期权是（ ）。[中国科学技术大学2015年研]

- A. 美式期权
- B. 欧式期权
- C. 看涨期权
- D. 看跌期权

【答案】A

【解析】AB两项，根据行权日期可以将期权分为美式期权和欧式期权。美式期权的买方可以在期权的有效期内任何时间行使权利或者放弃行使权利，欧式期权的期权买方只可以在合约到期时行使权利；CD两项，根据选择权的性质可以将期权分为看涨期权和看跌期权。看涨期权是指期权的购买者拥有在期权合约有效期内按执行价格买进一定数量标的物的权利；看跌期权是指期权的购买者拥有在期权合约有效期内按执行价格卖出一定数量标的物的权利，但不负担必须卖出的义务。

二、概念题

期权合约[广西大学2015年研]

答：期权合约亦称“选择权合约”“期权合同”。它是期权交易中，买卖双方参与交易时签订的合同，规定了买卖双方并不对称的权利和义务。一般根据合约规定，合约卖方在买方执行期权时，有义务必须履行合约规定，具有强制性，而合约买方有权利选择是否执行、转售、放弃期权，不具有强制性，但为了取得这一权利，买方需要支付一定的期权费。

期权合约的内容主要包括：

- ① 期权的类型，即选择美式期权还是欧式期权，确定在到期日前能不能交割。
- ② 交易的金融资产或商品的种类、数量。种类包括股票、债券、商品和指数等。
- ③ 保证金比率的规定。一般只需卖方缴纳。
- ④ 期权的期限和到期日。期权合约的有效期限一般为3个月。到期日为该月的第三个星期六。
- ⑤ 协定价格与期权费。此外，期权合约还涉及交易时间、交易方法、货币选择、结算、价格波动幅度等方面的内容。

三、简答题

1 简要说明影响欧式看涨期权价值的主要因素及各因素对期权价值的影响方向。[南开大学2023年研]

答：（1）影响期权价值的主要因素

① 标的资产的市场价格（S）与期权的行权价格（X）

由于执行看涨期权到期回报为 $\max[S_T - X, 0]$ ，其与市场价格正相关，与行权价格负相关。因此，市场价格越高、行权价格越低，看涨期权价值越高。

② 期权的有效期

美式期权可以在有效期内任意时间执行，长的有效期包含了短的有效期的所有执行机会，因此有效期越长，美式期权（无论看涨看跌）价值越高。

欧式期权只能在期末执行，因此其有效期的长短与期权价格之间的关系并不明确，长的有效期不一定包含短的有效期的所有执行机会。

③ 标的资产价格的波动率

由于期权的时间价值源于期权有效期内，标的资产价格的波动性为期权持有者带来回报的可能性，无论是看涨期权还是看跌期权，标的资产价格的波动率越高意味着期权持有者越可能获利，其时间价值以及整个期权价格都会因此而提高。

④ 无风险利率

无风险利率对期权价格的影响主要体现在对标的资产价格以及贴现率的影响上。无风险利率越高，标的资产的未来市价就越高；同时，期权定价使用的贴现率越高，期权行权价格的现值就越低。因此，对于看涨期权，无风险利率提高增加了其价值。

⑤ 标的资产的收益

当标的资产分红或付息时，标的资产价值会减少。如果此时不对期权的执行价格进行相应的调整，标的资产收益会使得看涨期权价格下降；如果对期权的执行价格进行了相应的调整，标的资产收益则不会影响期权价格。

(2) 各因素对期权价值的影响方向

若用“+”表示因素与期权价值正相关，“-”表示因素与期权价值负相关，“？”表示因素对期权价值的影响不确定，即可能增加期权价值也可能减小期权价值，则各因素对期权价值的影响方向可表示如下：

影响因素	影响方向
标的资产市场价格	+
期权的行权价格	-
期权的有效期	?
标的资产价格波动率	+
无风险利率	+
标的资产的收益	-

2 列举两个原因来说明为什么无股息股票上的美式看涨期权不应当被提前行使。第一个原因应涉及货币的时间价值；第二个原因在利率为0时也应成立。

答：原因如下：

- (1) 推迟执行期权可以推迟对执行价格的支付，这意味着期权持有者可以在更长的时间内获取执行价格带来的利息。
- (2) 推迟执行期权还可以为到期日时股票价格跌至执行价格之下提供保险。

例如，假设期权持有者拥有数量为K的现金且利率为零，提前执行意味着到期日时期权持有者的头寸价值为 S_T ，而推迟执行期权意味着期权持有者的头寸在到期日的价值为 $\max(K, S_T)$ 。

3 “提前行使美式看跌期权是在货币的时间价值与看跌期权的保险价值之间的权衡。”解释这一观点。

答：(1) 当同时持有美式看跌期权和标的股票时，美式看跌期权提供了一份保险。它保证股票可以以执行价格K出售。即如果股票价格下跌到K以下，期权买方有权以价格K将股票出售给期权卖方；如果股票价格上升到K以上，期权买方可以选择不执行期权，损失为期权费。

(2) 但是，如果看跌期权被提前执行，这一保险就失效了。期权持有者可以立刻获得执行价格，并可以赚取自执行期权之刻起到期权到期日为止之间的利息。

投资者需权衡货币的时间价值和期权的保险价值来做出是否提前执行期权的决策。

4 解释为什么一个支付股息股票上的美式看涨期权的价格至少等于其内在价值。这对欧式看涨期权也成立吗？解释你的答案。

答：(1) 原因如下：

① 美式看涨期权可以在任何时刻被执行，如果它被执行了，持有者可以获得内在价值。

② 美式看涨期权赋予了投资者选择的权利，投资者可以选择等待，而等待是有价值的。

由此可以知道美式看涨期权的价格必定不低于其内在价值。

(2) 欧式看涨期权的价格可能会低于其内在价值。例如，一只股票将在期权有效期内发放高额股息，由于股息的影响，股票价格将下跌。而欧式期权只能在股息发放后执行，其价值就可能低于当前其内在价值。

5 解释为什么关于欧式期权看跌-看涨平价关系式的讨论对于美式期权不适用。

答：原因如下：

(1) 当期权不能提前执行，在时间T，价值相同的两个资产组合在较早的时候的价值也是相同的。这是看涨看跌期权平价关系建立的基础。欧式期权正是属于这种情况，如果不符合平价关系，套利行为会使该关系重新成立。

(2) 当期权提前执行是可能的时候，该结论不成立。这是因为即使假定 $P + S_0 > C + Ke^{-rT}$ ，也不一定会出现套利机会。虽然投资者可以买入看涨期权，卖空看跌期权，并且卖空股票，由于不能确定看跌期权是否会得到执行，投资者无法确定结果。套利行为不能使期权价格回归平价关系。

6 在交易所里，看涨期权比看跌期权被更早引入，在看涨期权被引入而同时看跌期权还没有被引入时，对于一个无股息股票，你会如何由看涨期权来构造看跌期权？

答：可运用看跌-看涨平价关系从看涨期权构造出看跌期权。若看涨期权和看跌期权的执行价格和到期日均相同，一个看跌期权加上标的股票等价于一个看涨期权加上期权执行价格的现值。可以通过买入看涨期权，卖空标的股票和持有有一定数量现金（以无风险利率投资，到期时本息足够用来执行看涨期权）构造看跌期权。

如果到期时股票价格大于执行价格，看涨期权被执行，股票空头不产生净收益。如果到期时股票价格小于执行价格，看涨期权不执行，股票空头产生的收益等于看跌期权的收益。

四、计算题

1 某一协议价格为25元，有效期6个月的欧式看涨期权价格为2元，标的股票价格为24元，该股票预计在2个月和5个月后各支付0.50元股息，所有期限的无风险连续复利年利率为8%，请问该股票协议价格为25元。有效期6个月的欧式看跌期权价格等于多少？简要说明欧式看跌期权与美式看跌期权的区别。[金融联考2007年研]

答：(1) 构造两份投资组合。组合A：一份欧式看涨期权 (C) 加上金额为 $Xe^{-r(T-t)}$ 的现金；

组合B：一份有效期和协议价格与看涨期权相同的欧式看跌期权 (P) 加上一单位标的资产。

由于欧式期权不能提前执行，因此两组合在t时刻有： $C + D + Xe^{-r(T-t)} = P + S$ 。在本题中， $C = 2$ ， $Xe^{-r(T-t)} = 25e^{-8\% \times 0.5}$ ， $D = 0.5e^{-8\% \times 1/3} + 0.5e^{-8\% \times 5/12}$ ， $S = 24$ ，则可以得出 $P = 2.997$ ，即该欧式看跌期权价格等于2.997元。

(2) 欧式看跌期权与美式看跌期权的区别在于期权买方执行期权的时限不同，欧式期权的买方只能在期权到期日才能执行期权，而美式期权允许持有者在期权到期前的任何时间执行期权。

2 无股息股票上看跌期权的期限为1个月，执行价格为15美元，股票的当前价格为12美元，无风险利率为每年6%时，期权的下限为多少？

答：根据无股息股票上看跌期权价格下限的公式： $Ke^{-rT} - S_0$ 。

其中， $S_0 = 12$ ， $K = 15$ ， $r = 6\%$ ， $T = 1/12$ ，则：

$$15e^{-0.06 \times 1/12} - 12 \approx 2.93 \text{ (美元)}$$

所以，该看跌期权的价格下限是2.93美元。

3 无股息股票的价格为19美元，其上3个月期执行价格为20美元的欧式看涨期权价格为1美元，无风险利率为每年4%。这个股票上3个月期限、执行价格为20美元的看跌期权价格为多少？

答：本题中， $c = 1$ ， $T = 0.25$ ， $S_0 = 19$ ， $K = 20$ 及 $r = 0.04$ ，根据看跌-看涨平价关系式，有：

$$p = c + Ke^{-rT} - S_0$$

可得：

$$p = 1 + 20e^{-0.04 \times 0.25} - 19 \approx 1.80 \text{ (美元)}$$

所以，欧式看跌期权价格为1.80美元。

4 执行价格为30美元，期限为6个月的欧式看涨期权的价格为2美元。标的股票价格为29美元，在2个月与5个月时预计股票将会分别发放0.5美元的股息，所有期限的无风险利率均为10%。执行价格为30美元，期限为6个月的欧式看跌期权价格是多少？

答：根据看跌-看涨期权平价关系式：

$$c + Ke^{-rT} + D = p + S_0$$

移项得：

$$p = c + Ke^{-rT} + D - S_0$$

在本题中，有：

$$p = 2 + 30e^{0.1 \times (-6/12)} + [0.5e^{0.1 \times (-2/12)} + 0.5e^{0.1 \times (-5/12)}] - 29 \approx 2.51 \text{ (美元)}$$

所以，该看跌期权的价格为2.51美元。

5 无股息股票上美式看涨期权的价格为4美元，股票价格为31美元，执行价格为30美元，期限为3个月，无风险利率为8%。推导具有相同股票价格、相同执行价格和相同期限的美式看跌期权上下限。

答：美式看跌看涨期权存在如下关系：

$$S_0 - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-rT}$$

在本题中

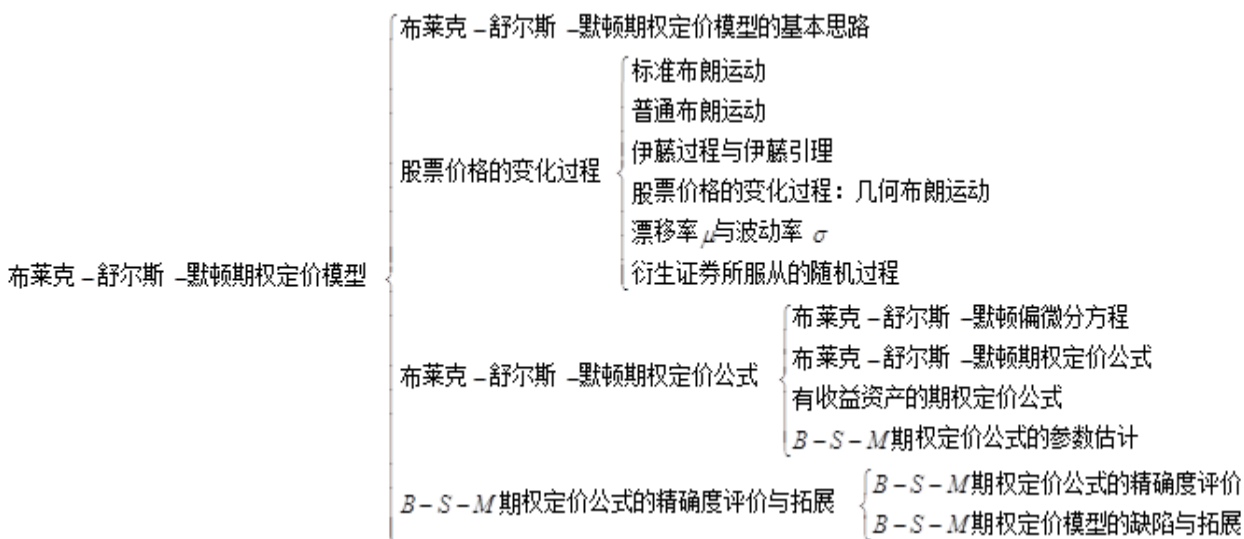
$$31 - 30 \leq 4 - P \leq 31 - 30e^{-0.08 \times 0.25}$$

即：2.41 ≤ P ≤ 3.00，因此，美式看跌期权的价格的上限和下限分别为3.00美元和2.41美元。

第十一章 布莱克-舒尔斯-默顿期权定价模型

11.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、布莱克-舒尔斯-默顿期权定价模型的基本思路

B-S-M模型是一个随机金融的模型，股票的价格和期权的价格都以一种随机波动关系变化，因此我们可以用一种随机过程来描述两者之间价格的变动关系。假设股票价格的变化服从一个随机过程——几何布朗运动。

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t \quad (11.1)$$

当股票价格服从式 (11.1) 时，期权作为股票衍生品，其价格 f_t 服从：

$$df_t = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S_t dz_t \quad (11.2)$$

在完美市场上，无风险的资产组合收益率必定等于无风险利率，则将式 (11.1) 和式 (11.2) 联立，就可以得到一个求解期权价格的最终公式。

考点二、股票价格的变化过程

股票价格的变化过程通常用几何布朗运动来描绘，形如：

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t$$

几何布朗运动由两项构成，第一项是 $d\mu$ ，代表均值；第二项是 dz_t ，代表影响股票价格的随机因素，称之为标准布朗运动或维纳过程。

1 标准布朗运动

(1) 定义

若连续随机过程满足下列三点性质，则我们称之为标准布朗运动。

- ① z_t 初始值为零；
- ② 增量独立性：在任意两个不重合的时间间隔内， z_t 的增量相互独立；
- ③ 正态分布：在任意小的时间间隔 Δt 内， z_t 的增量服从正态分布，均值为零，方差等于时间长度。

(2) 数学表达式

$$dz_t = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad (11.3)$$

- ① $\varepsilon \sim \varphi(0, 1)$ 表示均值 μ 为0，标准差 σ 为1的标准正态分布；
- ② 从标准正态分布中任取一个值 z ，其离散形式为 $\Delta z_t = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$ ，服从均值为零，方差为 Δt 的正态分布；
- ③ 无论是连续还是离散，都有 $\Delta z \sim N(0, \Delta t)$ 。

(3) 较长时间的标准布朗运动表达

$$z_T - z_t = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\Delta t_i}$$

- ① 时间 $t \rightarrow T$ ，标准布朗运动的值 $z_t \rightarrow z_T$ ；
- ② $z_T - z_t$ 是一段较长时间被分为的 N 个小时时间间隔内 z_t 增量之和；
- ③ ε_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 是在第 i 个时间间隔 Δt_i 中，标准正态分布的随机抽样值。

(4) 结论

由于 ε_i 相互独立，则标准正态分布的变化值 ($Z_T - Z_t$) 满足以下两个性质：

- ① 在任意长度的时间间隔 $T - t$ 中，变化值均服从正态分布（均值 = 0、标准差 = $\sqrt{T-t}$ ）；
- ② 在任意长度的时间间隔 $T - t$ 中，方差可加总，而且在数值上总是等于时间长度，且不受 Δt 划分方式的影响。而标准差就不具有可加性，需要通过方差进行转化。

(5) 维纳过程在股票价格建模中起重要作用的原因

- ① 使用标准正态分布的随机变量 ε 反映股票价格收益走势的随机性。历史经验表明股价连续复利收益近似服从对数正态分布，通过数学方法将其转化为正态分布，便于分析股票价格随机过程。这为维纳过程奠定了重要的基础。

② 服从标准正态分布变化值的两个性质的维纳过程，可以证明是一个马尔可夫过程，这与现代金融中的弱式有效市场假说（EMH）观点一致，即表明过去证券价格的变动，并不包含对预测股票未来价格有用的信息。发达国家的金融市场基本都符合弱有效的假说，不能使用技术分析获得超额收益，这一点也是金融定价的基本观点。

③ 维纳过程在数学上对时间处处不可导和二次变分不为零的性质，也符合股票收益率在时间上存在转折尖点等性质。

2 普通布朗运动

漂移项是指变量 x 单位时间内变化的均值，用 a 表示；方差项是指变量 x 单位时间内的方差，用 b^2 表示，由于 a 、 b 均存在时间趋势等特征，我们将 a 、 b 描述为关于时间 t 的函数，则变量 x 的普通布朗运动：

$$dx_t = a(t) dt + b(t) dz_t \quad (11.4)$$

则 dz_t 遵循标准布朗运动。

从式（11.3）和（11.4）可知，在短时间 Δt 后， x 值的变化值 Δx 为：

$$\Delta x = a(t) \Delta t + b(t) \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

因此，短时间 Δt 后， Δx 具有正态分布特征，均值为 $a\Delta t$ ，方差为 $b^2\Delta t$ ；任意时间长度 $T - t$ 后， x 值的变化具有正态分布特征，其均值为 $a(t) (T - t)$ ，方差为 $b^2(t) (T - t)$ 。

3 伊藤过程与伊藤引理

当漂移项 a_t 和方差项 b_t^2 并非常数，而是随时间变化，服从 $\int_0^t |a_s| ds < \infty$ ， $E \int_0^t b_s^2 ds < \infty$ ，且 x_t 可以表述为 a_t 和 b_t 的组合关系，我们称其服从伊藤过程：

$$dx_t = a_t dt + b_t dz_t \quad (11.5)$$

其中 a_t 和 b_t 可以是变量 x_t 和时间 t 的函数，也可以是源于其他风险源的随机值，使伊藤过程具有较强的一般性。

为方便数学处理，通常的做法为将 a_t 和 b_t 设定为变量 x_t 和时间 t 的确定性函数， $dx_t = a(x_t, t) dt + b(x_t, t) dz_t$ ，若变量 x_t

遵循伊藤过程，并且 $\frac{\partial G}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}$ 和 $\frac{\partial G}{\partial t}$ 都存在并连续，则变量 x_t 和 t 的函数 $G(x_t, t)$ ，将遵循：

$$dG_t = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a_t + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b_t^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b_t dz_t \quad (11.6)$$

其中， dz_t 仍是一个标准布朗运动。

由上式得到，漂移项为 $\frac{\partial G}{\partial x} a_t + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b_t^2$ ，方差项为 $\left(\frac{\partial G}{\partial x} \right)^2 b_t^2$ ，由于两者都是时变的，则函数 G 也服从伊藤过程，这就是伊藤引理。

4 股票价格的变化过程：几何布朗运动

采用几何布朗运动这一特定的伊藤过程来描述股票价格的随机过程，其主要原因如下：

(1) 现代公司制度多为有限责任，股票价格不会为负，几何布朗运动保证了这一点，因为微分的变量是股票价格的对数函数：

$$dG_t = d \ln S_t = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma dz_t \quad (11.7)$$

(2) 几何布朗运动认为股价对数服从正态分布（或者说对数收益服从正态分布、价格服从对数正态分布）均值项为 $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ ，方差项为 σ^2 ：

$$\ln S_T - \ln S_t \sim \varphi \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T - t), \sigma \sqrt{T - t} \right) \quad (11.8)$$

其中 $\ln S_t$ 和 $\ln S_T$ 分别为当前 t 时刻和未来 T 时刻股票价格的自然对数。根据连续复利收益率的知识， $\ln S_T - \ln S_t$ 就是股票价格在 $T - t$ 期间的连续复利收益率。

由于在 t 时刻， $\ln S_t$ 是已知的，因此 $\ln S_T$ 的条件分布为：

$$\ln S_T \sim \varphi \left(\ln S_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot (T - t), \sigma \sqrt{T - t} \right) \quad (11.9)$$

可以看出未来 T 时刻的股票价格 S_T 服从对数正态分布。根据对数正态分布的基本性质， S_T 的条件均值与条件方差分别为：

$$E_t(S_T) = S_t e^{\mu(T-t)}$$

$$\text{var}_t(S_T) = S_t^2 e^{2\mu(T-t)} [e^{\sigma^2(T-t)} - 1] \quad (11.10)$$

注意：

① $dS = \mu dt + \sigma dz_t$ 是 dt 和 dz_t 的二元函数， dz_t 的存在表明了随机性，运用伊藤引理得到了式 (11.7)；

② 在很短的时间内， $\Delta S_t / S_t$ 也具有正态分布特征，其均值为 $\mu \Delta t$ ，方差为 $\sigma^2 \Delta t$ ；若是较长的时间，由于独立的正态分布具有可加性，仍然服从正态分布；

③ 从平均数角度来说，短时间间隔 Δt 内百分比收益率的年化期望值 μ （算术平均数）大于连续复利收益率的年化期望值 $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ （几何平均数）；而股票价格本身的期望值 $S_t e^{\mu(T-t)}$ 是从连续复利收益率的年化期望值 $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ 和正态分布的特性中得到的：

$$\begin{aligned} E_t(S_T) &= E_t(e^{\ln S_T}) = e^{E_t(\ln S_T) + \frac{1}{2} \text{var}_t(\ln S_T)} \\ &= e^{\ln S_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)} = S_t e^{\mu(T-t)} \end{aligned}$$

④ 从式 (11.8) 可以看到：

$$\ln S_T - \ln S_t \sim \varphi \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot (T - t), \sigma \sqrt{T - t} \right)$$

几何布朗运动中的 σ 是股票连续复利收益率的年化标准差，被简化称为股票价格的波动率。（volatility）。

5 漂移率 μ 与波动率 σ

(1) 漂移率 μ 是股票年化的短期期望收益率，单位为年。依据资本资产定价模型CAPM， μ 的值受股票风险的影响，风险越大，期望收益率越大； μ 的值还受利率的影响，利率越高，期望收益率越高。

(2) 波动率 σ 是股票连续复利收益率的年化标准差，用于衡量股票收益的不确定性（股票的波动率一般介于15%~60%），单位为 $\sqrt{\text{年}}$ 。在一定的假设条件下，衍生证券（包括期权）的定价与 μ 无关，在期权定价中无需考虑。它刻画了股票收益率围绕着均值上下震荡的幅度。几何布朗运动假设 σ 是常数，实际上 σ 会随时间而变化。

6 衍生证券所服从的随机过程

根据伊藤引理，衍生产品 G 是时间 t 和标的价格 S_t 的确定性函数，即 $G(S_t, t)$ ，衍生证券的价格 G_t 应遵循如下过程：

$$dG_t = \left(\frac{\partial G}{\partial S} \mu S_t + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S_t dz_t \quad (11.11)$$

比较 (11.1) 和 (11.11) 可看出，衍生证券价格 G_t 和股票价格 S_t 都受同一个不确定性来源 dz_t 的影响。

考点三、布莱克-舒尔斯-默顿期权定价公式

1 布莱克-舒尔斯-默顿偏微分方程

推导B-S-M偏微分方程需要用到如下假设：

- ① 不存在无风险套利机会；
- ② 允许卖空证券，并且可以完全使用卖空所获得的收入；
- ③ 无交易费用和税收，所有证券均可无限分割；
- ④ 证券交易和价格变动都是连续的；
- ⑤ 股票价格遵循几何布朗运动，也就是 μ 和 σ 为常数；
- ⑥ 在衍生证券有效期内标的股票没有红利；
- ⑦ 衍生证券有效期内，无风险连续复利利率 r 为常数，并对所有期限都是一样的。

(1) 布莱克-舒尔斯-默顿微分方程的推导

由于假设股票价格 S_t 遵循几何布朗运动，因此 ΔS_t 为：

$$\Delta S_t = \mu S_t \Delta t + \sigma S_t \Delta z_t \quad (11.12)$$

假设 f_t 是关于 S_t 的衍生证券的价格，则 f_t 是 S_t 和 t 的二元函数并遵循：

$$df_t = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S_t dz_t$$

在一个小的时间间隔 Δt 中, f_t 的变化值 Δf_t 满足:

$$\Delta f_t = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S_t \Delta z_t \quad (11.13)$$

为消除 Δz_t (由伊藤引理知, f 和 S 的维纳过程是一样的, 即 $\Delta z_t = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$) 我们构建如下证券组合: 一单位衍生产品空头和 $\frac{\partial f}{\partial S}$ 单位标的股票多头。令 Π 代表该投资组合的价值, 则:

$$\Pi_t = -f_t + \frac{\partial f}{\partial S} S_t \quad (11.14)$$

在 Δt 时间后, 该投资组合的价值变化 $\Delta \Pi_t$ 为:

$$\Delta \Pi_t = -\Delta f_t + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S_t \quad (11.15)$$

将式 (11.12) 和 (11.13) 代入式 (11.15), 可得:

$$\Delta \Pi_t = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) \Delta t \quad (11.16)$$

在没有套利机会的条件下, 有:

$$\Delta \Pi_t = r \Pi_t \Delta t$$

把式 (11.14) 和 (11.16) 代入上式得:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) \Delta t = r \left(f_t - \frac{\partial f}{\partial S} S_t \right) \Delta t$$

化简为:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + r S_t \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r f_t \quad (11.17)$$

这就是著名的B-S-M微分方程, 它是衍生证券价格 f 所满足的方程。

(2) 风险中性定价原理

从 (11.17) B-S-M偏微分方程中可以看出, f_t 的价值并不会受到投资者对于 dz_t 的风险偏好影响。于是, 可以进行假设: 在对衍生证券定价时, 所有投资者都是风险中性的。

资产定价中多用风险中性方法，因为我们无法知道现实世界需要什么折现率来进行计算现值，每个投资者的风险偏好各不相同；但在风险中性世界中，只需要用无风险利率即可，并且有与之对应的标的资产价格上升或下降的风险中性概率。

需要注意：

① 风险中性的假设仅仅是获取期权定价公式的一个人为的工具，并不意味着模型的成立依赖于真实世界中所有投资者均是风险中性的。我们在定价证券的时候，移入了“风险中性”世界，使用风险中性的概率和贴现率，但是得到的证券价格和现金流仍然与现实世界相同，现实世界中，无论投资者是什么样的风险态度都适用。

② 风险中性定价仅适合于衍生证券，属于相对定价法。如果市场是“无套利”和“可复制”的，那么风险中性定价原理就成立。

2 布莱克-舒尔斯-默顿期权定价公式

(1) 无收益资产欧式看涨期权的定价公式

有了B-S-M微分方程以后，接下来便求解期权定价公式。

在 dz_t 风险中性的条件下，欧式看涨期权到期时（T时刻）的期望值为：

$$\hat{E}_t[\max(S_T - X, 0)]$$

其中， \hat{E}_t 表示风险中性条件下的期望值。根据风险中性定价原理，欧式看涨期权的价格 c_t 等于将此期望值按无风险利率进行贴现后得到的现值，即：

$$c_t = e^{-r(T-t)} \hat{E}_t[\max(S_T - X, 0)] \quad (11.18)$$

在风险中性条件下，可以用 r 取代式（11.9）中的漂移项 μ 得到：

$$\ln S_T \sim \varphi \left[\ln S_t + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{T-t} \right] \quad (11.19)$$

对式（11.18）右边求值是一个积分过程，结果为：

$$c_t = S_t N(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (11.20)$$

其中：

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

式（11.20）就是B-S-M期权定价公式。

这个公式的金融含义可以从三个角度进行理解：

① $Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$ 中的 $N(d_2)$ 是到期标的资产价格高于执行价格的概率，因此这一项表示的是由于行权而导致的期望现金流出。

② 欧式看涨期权可以分拆成或有资产看涨期权多头和或有现金看涨期权空头， $S_tN(d_1)$ 是或有资产看涨期权的价值， $-Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$ 是X份或有现金看涨期权空头的价值。

③ $N(d_1) = \frac{\partial c}{\partial S}$ ，是构造无风险组合 Π 时的套期比率 Δ ，也就是复制投资组合中股票的数量， $S_tN(d_1)$ 是股票的市值，而 $Xe^{-r(T-t)}N(d_2)$ 则是复制交易策略中负债的价值。由于主要参数都是时变的，因此这种复制策略是动态复制策略，必须不断调整相关头寸数量。

(2) 无收益资产美式看涨期权的定价公式

标的资产无收益情况下，由于 $C_t = c_t$ ，无收益资产美式看涨期权的价格 C_t 也是

$$C_t = S_tN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (11.21)$$

(3) 无收益资产欧式看跌期权的定价公式

无收益资产欧式看跌期权的定价公式：

$$p_t = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - S_tN(-d_1) \quad (11.22)$$

同样，也可以用远期价格替代现货价格，得到

$$p_t = e^{-r(T-t)}[XN(-d_2) - F_tN(-d_1)]$$

3 有收益资产的期权定价公式

(1) 有收益资产欧式期权的定价公式

① 当标的证券已知收益的现值为 I 时，用 $(S_t - I)$ 代替式 (11.20) 和 (11.21) 中的 S_t 即可求出已知现金收益资产的欧式看涨和看跌期权的价格；

② 当标的证券的收益为按连续复利计算的固定收益率 q (单位为年) 时，将 $S_t e^{-q(T-t)}$ 代替式 (11.20) 和 (11.22) 中的 S_t 就可求出支付连续复利收益率证券的欧式看涨和看跌期权的价格。

但对于上交所的上证50ETF期权来说，由于其实行红利保护，若将红利转换成连续复利的形式，则有红利资产的期权定价公式为：

$$c_t = e^{-r(T-t)}(F_t e^{q(T-t)}N(d_1) - XN(d_2))$$

$$p_t = e^{-r(T-t)}(XN(-d_2) - F_t e^{q(T-t)}N(-d_1))$$

其中：

$$d_1 = \frac{\ln(F_t / X) + (q + \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

(2) 有收益资产美式期权的定价

① 美式看涨期权

首先判断美式看涨期权提前执行是否合理；如果不合理，就按照欧式看涨期权处理；如果合理，在每个可能提前执行的 t_i 时刻都计算一次价格，并且将这些 t_i 时刻的价格和到期时 T 的价格比较，取最大值，便为有收益的美式看涨期权的价格。

② 美式看跌期权

收益的存在能够减小美式看跌期权提前行权的可能性，但不能完全排除，因此有收益美式看跌期权的价值不同于欧式看跌期权，需要通过复杂的数值方法求解。

4 B-S-M期权定价公式的参数估计

(1) 估计无风险利率

① 利率的选择：零息、无风险、连续复利；

② 利率期限：最好是水平的，若远期利率和即期利率相差很大，选择距离到期时间最近的利率。

(2) 估计标的资产价格的波动率（见表11-1）

表11-1 B-S-M模型波动率的选择

方法	做法	优点	缺点
历史法	从历史数据推测未来（注意：年化、对数收益、一年包含 252 个交易日、方差可加性）	计算简单，数据可得	未来和历史不一定相同
隐含法	从期权定价公式中，由其他的已知量包括期权价格反解波动率	计算简单	①隐含波动率可能包含除人们对未来波动率预期之外的其他信息； ②B-S-M 假设波动率为常数，但一段时间内的波动性可以变化
VIX 指数	同样剩余期限、不同行权价的隐含波动率的某种加权平均，因而是整个波动率微笑的综合体现	具有代表性	计算复杂

考点四、B-S-M期权定价公式的精确度评价与拓展

1 B-S-M期权定价公式的精确度评价

造成用B-S-M公式估计的期权价格与市场价格存在差异的原因主要有：

- (1) 期权市场价格偏离了均衡状态；
- (2) 参数使用错误；
- (3) B-S-M模型的假设在现实中不成立。

2 B-S-M期权定价模型的缺陷与拓展

(1) 无交易成本假设的放松

B-S-M模型中，假设了可以进行连续动态的套期保值，且假定交易成本为零，因此可以保证期权风险中性定价的正确性。

不足之处在于，事实上交易成本不可能为零，而交易成本存在的客观事实会导致期权定价从一个推导出的值变为一个合理的价格区间，无法满足无风险组合连续存在和连续动态套期保值的假设，进而在根本上威胁风险中性定价的基础。

(2) 常数波动率假设的放松

B-S-M假设标的资产波动率是一个已知常数，但在实证检验中发现，隐含波动率会随期权执行价格的变化而变化，呈现“波动率微笑”；隐含波动率也会随着期权到期时间的变化而变化，呈现一定的“波动率期限结构”。

通常有两种思路来改善这个问题：

- ① 从期权价格的隐含波动率中获取即时波动率的信息，来为同样标的的其他期权定价；
- ② 从标的资产价格变化中获取波动率变化的信息，对B-S-M公式进行修正和扩展，主要运用随机波动率模型。

(3) 参数假设的放松

B-S-M模型假设，标的资产的红利和无风险利率都是已知的确定常数，但事实上利率和标的资产收益等参数都不是常数，甚至也不是以时间和标的资产价格为自变量的确定函数。这时可以采取的两种思路是：

- ① 为这些参数再建立一个随机模型；
- ② 为这些参数的价值建立一个变动区间，然后计算期权的价格区间。

(4) 资产价格连续变动假设的放松

B-S-M模型假设标的资产价格连续动态波动，但是资产价格变动往往是不连续的，因此不全都能用连续时间模型来定价；并且资产价格常发生跳跃（并多为向下）；这一拓展主要运用在跳跃扩散模型和崩盘模型上。

跳跃模型是连续时间模型的扩散过程与随机时刻发生的随机幅度跳跃事件的结合。崩盘模型考虑了资产价格发生极端下降的最差情况导致的损失，在此之后改用二叉树模型。

11.2 课后习题详解

1 假设某不付红利股票价格服从几何布朗运动，其预期年收益率为16%，年波动率为30%，该股票当天收盘价为50元。求：

- (1) 第二天收盘时的预期价格；
- (2) 第二天收盘时股价的标准差；
- (3) 在置信度为95%的情况下，该股票第二天收盘时的价格范围。

答：由题意可知， $S_t = 50$ ， $\mu = 0.16$ ， $\sigma = 0.30$ ， $T - t = 1/365 = 0.00274$ （年）。

根据公式可知，一天后 S_T 的概率分布为： $\ln S_T \sim \varphi[\ln 50 + (0.16 - 0.09/2) \times 0.00274, 0.30 \times 0.00274^{0.5}]$ ，即： $\ln S_T \sim \varphi(3.912, 0.0157)$ 。

- (1) 第二天收盘时股票的预期价格 $E_t(S_T) = 50e^{0.16 \times 0.00274} = 50.022$ （元）。
- (2) 第二天收盘时股价的方差 $\text{var}_t(S_T) = 2500e^{0.16 \times 0.00274 \times 2} \times (e^{0.09 \times 0.00274} - 1) \approx 0.6171$ ，则标准差 $\sigma = 0.6171^{0.5} \approx 0.786$ 。
- (3) 在95%的置信水平下， $\ln S_T$ 的波动范围如下： $3.912 - 1.96 \times 0.0157 < \ln S_T < 3.912 + 1.96 \times 0.0157$ ，即 $3.881 < \ln S_T < 3.943$ 。

即 S_T 的波动范围为： $48.473 < S_T < 51.573$ 。

综上，在置信度为95%的情况下，该股票第二天收盘时的价格在48.473元和51.573元之间。

2 变量 x_1 和 x_2 服从普通布朗运动，漂移率分别为 μ_1 和 μ_2 ，方差率分别为 σ_1^2 和 σ_2^2 。请问在下列两种情况下， $x_1 + x_2$ 分别服从什么样的过程？

- (a) 在任何短时间间隔中 x_1 和 x_2 的变动都不相关。
- (b) 在任何短时间间隔中 x_1 和 x_2 变动的相关系数为 ρ 。

答：(a) 假设 x_1 和 x_2 的初始值分别为 a_1 和 a_2 。经过一段时间 T 后，其概率分布如下：

x_1 的概率分布为：

$$\varphi(a_1 + \mu_1 T, \sigma_1 \sqrt{T})$$

x_2 的概率分布为：

$$\varphi(a_2 + \mu_2 T, \sigma_2 \sqrt{T})$$

由于 x_1 和 x_2 均服从于正态分布且两者之间相互独立，所以， $X_1 + X_2$ 也服从于正态分布：

$$E(x_1 + x_2) = a_1 + \mu_1 T + a_2 + \mu_2 T = a_1 + a_2 + (\mu_1 + \mu_2) T$$

$$\text{var}(x_1 + x_2) = \sigma_1^2 T + \sigma_2^2 T + 2\rho_{x_1, x_2} \sigma_1 \sigma_2 T = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) T$$

综上, $x_1 + x_2$ 的概率分布为:

$$\varphi \left[a_1 + a_2 + (\mu_1 + \mu_2)T, \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)T} \right]$$

上式表明, x_1 和 x_2 遵循漂移率为 $\mu_1 + \mu_2$, 方差率为 $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$ 的普通布朗运动。

(b) 当 x_1 、 x_2 的相关系数为 ρ 且 $\rho_{x_1, x_2} \neq 0$ 时:

① x_1 、 x_2 在短时间间隔 Δt 之内的变化的概率分布为:

$$\varphi [(\mu_1 + \mu_2)\Delta t, \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2)\Delta t}]$$

② 如果 μ_1 、 μ_2 、 σ_1 、 σ_2 、 ρ 都是常数, 则 x_1 和 x_2 在较长时间间隔 T 之内的变化的概率分布为:

$$\varphi [(\mu_1 + \mu_2)T, \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2)T}]$$

这表明, x_1 和 x_2 遵循漂移率为 $\mu_1 + \mu_2$, 方差率为 $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\rho\sigma_1\sigma_2$ 的普通布朗运动。

3 假设 x_t 是在 T 时刻支付 1 美元的零息票债券按连续复利计息的到期收益率。 x_t 服从如下过程:

$$dx_t = a(x_0 - x_t)dt + sx_t dz_t$$

式中: a 、 x_0 和 s 是正常数; dz_t 是维纳过程。请写出债券价格服从的过程。

答: 设 t 时刻债券价格为 B_t , 则:

$$B_t = 1 \times e^{-x_t(T-t)}$$

根据伊藤引理可得:

$$dB_t = \left[\frac{\partial B_t}{\partial x_t} a(x_0 - x_t) + \frac{\partial B_t}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 B_t}{\partial x_t^2} s^2 x_t^2 \right] dt + \frac{\partial B_t}{\partial x_t} s x_t dz_t$$

由于:

$$\frac{\partial B_t}{\partial x_t} = -(T-t)B_t$$

$$\frac{\partial B_t}{\partial t} = x_t e^{-x_t(T-t)} = x_t B_t$$

$$\frac{\partial B_t^2}{\partial x_t^2} = (T-t)^2 B_t$$

因此，带入得：

$$dB_t = \left[-a(x_0 - x_t)(T-t) + x_t + \frac{1}{2} s^2 x_t^2 (T-t)^2 \right] B_t dt - s x_t (T-t) B_t dz_t$$

4 试证明当标的资产支付连续复利红利率为q的红利时，相应的偏微分方程形式为：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (r - q) S_t \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r f_t$$

答：由于假设股票价格S遵循几何布朗运动，因此 ΔS_t 为：

$$\Delta S_t = \mu S_t \Delta t + \sigma S_t \Delta z_t \quad (11.23)$$

假设 f_t 是依赖于 S_t 的衍生证券的价格，则 f_t 一定是 S_t 和t的函数， f_t 遵循：

$$df_t = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S_t dz_t$$

在一个小的时间间隔 Δt 中， f_t 的变化值 Δf_t 满足：

$$\Delta f_t = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S_t + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S_t \Delta z_t \quad (11.24)$$

令 Π 代表该投资组合的价值，则：

$$\Pi_t = -f_t + \frac{\partial f}{\partial S} S_t \quad (11.25)$$

在 Δt 时间后，该投资组合的价值变化 $\Delta \Pi_t$ 为：

$$\Delta \Pi_t = -\Delta f_t + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S_t \quad (11.26)$$

将式 (11.23) 和 (11.24) 代入式 (11.26) ，可得：

$$\Delta \Pi_t = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) \Delta t \quad (11.27)$$

在没有套利机会的条件下， $\Delta \Pi_t = (r - q) \Pi_t \Delta t$ 。

把式 (11.25) 和 (11.27) 代入上式，可知

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S_t^2 \right) \Delta t = (r - q) \left(f_t - \frac{\partial f}{\partial S} S_t \right) \Delta t$$

化简为：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (r - q)S_t \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf_t$$

5 请在充分理解BS期权定价公式推导的基础上完成以下练习：

(a) 证明 $N(d_1) = \frac{\partial c}{\partial S}$ ；

(b) 证明在风险中性测度下，欧式看涨期权被执行的概率是 $N(d_2)$ ；

(c) 一只或有现金期权满足：若到期时标的资产价格大于行权价格则回报100美元，反之则没有回报。试为该或有现金期权定价。

答：(a) 由欧式看涨期权定价公式可得：

$$c = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2)$$

对S求导得：

$$\frac{\partial c}{\partial S} = N(d_1) + S \frac{\partial N(d_1)}{\partial S} - Xe^{-r(T-t)} \frac{\partial N(d_2)}{\partial S}$$

又因为

$$\frac{\partial d_1}{\partial S} = \frac{\partial d_2}{\partial S} = \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$\frac{\partial N(d_1)}{\partial d_1} = \frac{\partial N(d_2)}{\partial d_2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

可得：

$$\frac{\partial N(d_1)}{\partial S} = \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}}$$

$$\frac{\partial N(d_2)}{\partial S} = \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_2^2}{2}}$$

将其代入上式可得：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial c}{\partial S} &= N(d_1) + S \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} - Xe^{-r(T-t)} \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_2^2}{2}} \\
&= N(d_1) + \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[Se^{-\frac{d_1^2}{2}} - Xe^{-r(T-t)} e^{-\frac{(d_1 - \sigma\sqrt{T-t})^2}{2}} \right] \\
&= N(d_1) + \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[Se^{-\frac{d_1^2}{2}} - Xe^{-r(T-t)} e^{-\frac{(d_1)^2 - 2d_1\sigma\sqrt{T-t} + \sigma^2(T-t)}{2}} \right] \\
&= N(d_1) + \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[Se^{-\frac{d_1^2}{2}} - Xe^{-r(T-t)} e^{-\frac{d_1^2}{2}} e^{d_1\sigma\sqrt{T-t} - \frac{\sigma^2(T-t)}{2}} \right]
\end{aligned}$$

由

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

可以整理得：

$$\frac{S}{X} = e^{d_1\sigma\sqrt{T-t} - \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}$$

将其代入上式可得：

$$\frac{\partial c}{\partial S} = N(d_1) + \frac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[Se^{-\frac{d_1^2}{2}} - Xe^{-\frac{d_1^2}{2}} \frac{S}{X} \right] = N(d_1)$$

(b) 在风险中性世界中，股票价格服从对数正态分布，即：

$$\ln S_T \sim \varphi \left[\ln S_t + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{T-t} \right]$$

这样欧式看涨期权被执行的概率即 S_T 大于 X 的概率，也就是 $\ln S_T > \ln X$ 的概率：

$$P(S_T > X) = 1 - N \left\{ \frac{\ln X - \left[\ln S_t + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) (T-t) \right]}{\sigma(T-t)} \right\}$$

$$= N \left\{ \frac{\ln \frac{S_t}{X} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) (T-t)}{\sigma(T-t)} \right\} = N(d_2)$$

(c) 由题意可知, 当 $S_T > X$ 时, 期权到期回报为 100, 当 $S_T < X$ 时, 期权到期回报为 0。由 (b) 可知, 在风险中性世界中, $S_T > X$ 的概率为 $N(d_2)$, 则该期权的期望收益为 $100 \times N(d_2) + 0 \times [1 - N(d_2)] = 100N(d_2)$, 设无风险利率为 r , 则该或有现金期权的定价应为: $100N(d_2) e^{-r(T-t)}$

6 假设某种不支付红利股票的市价为 50 元, 风险利率为 10%, 该股票的年波动率为 30%, 求该股票行权价格为 50 元、期限 3 个月的欧式看跌期权价格。

答: 由题意可知, $S = 50$, $X = 50$, $r = 0.1$, $\sigma = 0.3$, $T = 0.25$ 。

(1) 根据公式可以计算 d_1 、 d_2 分别为:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{\ln\left(\frac{50}{50}\right) + \left(0.1 + \frac{0.3^2}{2}\right) \times 0.25}{0.3\sqrt{0.25}} = 0.2417$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} = 0.2417 - 0.3\sqrt{0.25} = 0.0917$$

(2) 计算 $N(d_1)$ 和 $N(d_2)$ 分别为:

$$N(d_1) = N(0.2417) = 0.5955$$

$$N(d_2) = N(0.0917) = 0.5366$$

(3) 根据布莱克-舒尔斯期权定价公式, 无收益资产欧式看跌期权价格为:

$$p = Xe^{-r(T-t)} [1 - N(d_2)] - S[1 - N(d_1)]$$

将已知条件带入, 可得: $p = 50e^{-10\% \times 3/12} \times (1 - 0.5366) - 50 \times (1 - 0.5955) \approx 2.373$ (元)。

所以, 3 个月的欧式看跌期权的价格为 2.373 元。

7 某股票市价为 70 元, 年波动率为 32%, 该股票预计 3 个月和 6 个月后将分别支付 1 元股息, 市场无风险利率为 10%。现考虑该股票的美式看涨期权, 其行权价格为 65 元, 有效期为 8 个月。请证明在上述两个除息日提前执行该期权都不是最优的, 并请计算该期权价格。

答: (1) 由题目已知: $D_1 = D_2 = 1$, $t_1 = 0.25$, $t_2 = 0.5$, $T = 8/12 \approx 0.6667$, $r = 0.1$, $X = 65$ 。

美式看涨期权不能提前执行的条件是 $D_i \leq X[1 - e^{-r(t_{i+1} - t_i)}]$, $D_n \leq X[1 - e^{-r(T - t_n)}]$ 。

将已知条件代入公式可得：

$$X[1 - e^{-r(t_2 - t_1)}] = 65 \times (1 - e^{-10\% \times 3/12}) \approx 1.60 \geq D_1$$

$$X[1 - e^{-r(T - t_2)}] = 65 \times (1 - e^{-10\% \times 2/12}) \approx 1.07 \geq D_2$$

所以，在两个除息日执行该期权都不是最优的。

(2) 由于该美式看涨期权不能提前执行，因此，可用8个月期的欧式看涨期权定价公式定价：

红利的现值为： $1 \times e^{-10\% \times 3/12} + 1 \times e^{-10\% \times 6/12} \approx 1.9265$ (元)。

$S - I = 70 - 1.9265 = 68.0735$, $X = 65$, $T = 0.6667$, $r = 0.1$, $\sigma = 0.32$, 则：

$$d_1 = \frac{\ln(68.0735 / 65) + (0.1 + 0.32^2 / 2) \times 0.6667}{0.32 \times \sqrt{0.6667}} \approx 0.5626$$

$$d_2 = d_1 - 0.32 \times \sqrt{0.6667} \approx 0.3013$$

$$N(d_1) = 0.7132, N(d_2) = 0.6184$$

因此，看涨期权价格为：

$$C = 68.0735 \times 0.7132 - 65 \times e^{-0.1 \times 0.6667} \times 0.6184 \approx 10.95 \text{ (元)}。$$

8 某股票目前价格为40元，假设该股票1个月后的价格要么为42元、要么为38元。连续复利无风险年利率为8%。请问1个月期的行权价格等于39元的欧式看涨期权价格等于多少？

答：欧式期权的价值取决于1个月后该股票的市价。若1个月后，该股票的价格为42元，则该期权价值为3元，若1个月后该股票的价格为38元，则期权价值为0。

构建一个由一单位看涨期权空头和 Δ 单位该股票组成的组合。如果股票价格升到42元，该组合价值就是 $42\Delta - 3$ 。如果股票价格跌到38元，该组合价值就等于 38Δ 。

$$\text{令： } 42\Delta - 3 = 38\Delta$$

$$\text{得： } \Delta = 0.75$$

将 $\Delta = 0.75$ 代入，可以解得1月后，无论股票价格如何变动，该资产组合的价值恒等于 $42\Delta - 3 = 28.5$ (元)。

进一步计算可得，该组合的现值等于： $28.5e^{-0.08 \times 1/12} \approx 28.31$ (元)。

由于该组合由1单位看涨期权空头和0.75单位该股票组成，所以其现值应当为 $-c + 40\Delta = 28.31$ ，解得 $c = 40 \times 0.75 - 28.31 = 1.69$ (元)。

1个月期的协议价格等于39元的欧式看涨期权价格为1.69元。

9 为什么以下说法是错误的？

- (1) 股票价格的波动率可由股票价格的标准差计算得到；
- (2) 股票价格的波动率可由股票价格百分比收益率的标准差计算得到；
- (3) 股票价格的波动率可由股票价格年化对数收益率的标准差计算得到；
- (4) 几何布朗运动意味着股票价格百分比收益率服从正态分布；
- (5) 只要为衍生品定价，就可直接适用风险中性定价原理。

答：(1) 股票价格的波动率应由股票历史数据的价格对数收益率的年化标准差计算得到，而不是股票价格的标准差。

(2) 同(1)，不可用股票价格百分比收益率的标准差计算。

(3) 波动率指的是收益率的年化标准差，而非年化收益率的标准差，即应先计算收益率（如日收益率、周收益率等）的标准差再年化，而不是先将收益率年化再算标准差。

(4) 几何布朗运动意味着股票价格对数收益率服从正态分布，百分比收益率只是瞬间服从。

(5) 风险中性定价运用是有条件的，它仅适合于衍生证券，属于相对定价法。只有市场是“无套利”和“可复制”的，风险中性定价原理才成立。

10 为什么说风险中性定价原理意味着在无套利和可复制的前提下，在为期权定价时，我们并不需要了解真实测度下股票未来价格的概率和期望值，也不需要了解真实的预期收益率是多少？

答：从金融的角度来看，不同的风险厌恶态度对应着不同的预期收益率和不同的未来股票价格预期值；而从数学的角度而言，不同的股票价格预期值对应着不同的概率。因此，用数学语言阐述，风险中性定价意味着我们从“现实概率测度”切换至“风险中性概率测度”；由于可能发生的事件并没有改变，概率为0和1的事件在所有测度下都是一样的，这两个测度被称为“等价测度”。切换测度，改变了事件发生的概率和未来股票价格的预期值，相应地，定价时的贴现率也随之调整了。

因此，在给期权定价时，我们并不关心在现实世界中股票未来价格的概率和期望值，而只用到了风险中性下的概率，这就是风险中性定价。

11 试总结平价期权具有哪些特性。

答：(1) 平价期权执行价格与标的资产市价相同或非常接近，因此平价期权的内在价值为0。

(2) 一般来说，平值期权时间价值最大，交易通常也最活跃，此时，期权向实值还是虚值转化，方向难以确定，转为实值则买方盈利，转为虚值则卖方盈利，故投机性最强，具有最大的时间价值。

(3) 对于平价期权，期权价值与标的资产价格之比只与波动率和期限有关，与利率无关。

12 什么是波动率微笑、波动率期限结构和波动率曲面？

答：波动率微笑是指描述期权隐含波动率与执行价格函数关系的图形；隐含波动率也会随着期权到期时间的不同而变化，呈现一定的“波动率期限结构”；波动率曲面是将波动率期限结构与波动率微笑结合在一起产生的表格，可用于对不同执行价格与不同期限的期权进行定价。

11.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

B-S模型[上海交通大学1999年研]

答：B-S模型即布莱克-舒尔斯模型，是由美国著名学者费雪·布莱克和梅隆·舒尔斯于1973年共同建立的一种期权定价模型，其基本假设是：①不存在无风险套利机会；②允许卖空标的证券；③没有交易费用和税收；④证券交易是连续的，价格变动也是连续的；⑤所有证券都完全可分；⑥股票价格遵循几何布朗运动；⑦在衍生证券有效期内，无风险连续复利利率 r 为常数；⑧在衍生证券有效期内标的证券无现金收益。

其基本表达式为：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS_t \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf_t$$

该模型中各符号的意义为： S_t 表示基础股票的当前市价； f_t 是依赖于 S_t 的衍生证券的价格； r 表示市场无风险利率； t 表示期权的剩余期限； σ 表示基础股票市价的年波动率。

该模型实际上适用于其价格取决于标的证券价格 S （ S 必须服从几何布朗运动）的所有衍生证券的定价，股票期权仅是其中的一个特例。

二、简答题

1 布莱克-舒尔斯-默顿股票期权定价模型中对于1年后股票价格概率分布的假设是什么？对于1年内连续复利收益率的假设是什么？

答：布莱克-舒尔斯-默顿股票期权定价模型中假设一年后（或任意某一未来时段）股票价格服从对数正态分布，并假设股票在一年内按连续复利计的股票收益率服从正态分布。

2 解释风险中性定价原理。

答：当期权和其他衍生工具的价格以标的股票的价格为基础表示时，这些衍生工具的价格独立于风险偏好。因此，真实世界中的期权和风险中性世界中的期权有着相同的价值。为了给期权定价，现做出风险中性世界的假定，从而简化了分析。在风险中性世界里，所有证券的期望收益率都等于无风险利率。此外，在风险中性世界里，无风险利率也是用于折现预期未来现金流的合适折现率。

3 一位组合经理声称自己在过去10年中平均每年的收益率为20%，这种说法在什么方面会引起误解？

答：这种说法容易让人混淆不同收益率的概念：题中所给每年实现的收益率的平均值通常高于这10年中的年化收益率（年计复利）。第一个收益率为算术平均收益率，第二个收益率为几何平均收益率。而判断10年期投资的指标应该是年化收益率，对于一定金额的资金，比如说是1000美元，在这个组合上投资10年时，将会获得每年低于20%的年化收益率（年计复利）。组合经理的说法夸大了该组合的收益率水平。

三、计算题

1 假定股票的期望收益率为每年16%，波动率为每年30%。当股票价格在某一天末的价格为50美元时，计算：

- (1) 在下一天股票价格的期望值。
- (2) 在下一天股票价格的标准差。
- (3) 在下一天股票价格的95%置信区间。

答：按照一般形式：

$$\frac{\Delta S}{S} \sim \phi(\mu \Delta t, \sigma^2 \Delta t)$$

本题中 $S = 50$ ， $\mu = 0.16$ ， $\sigma = 0.30$ 和 $\Delta t = 1/365 \approx 0.00274$ 。因此：

$$\frac{\Delta S}{50} \sim \phi(0.16 \times 0.00274, 0.09 \times 0.00274) = \phi(0.00044, 0.000247)$$

即：

$$\Delta S \sim \phi(50 \times 0.00044, 50^2 \times 0.000247)$$

即：

$$\Delta S \sim \phi(0.022, 0.6164)$$

- (1) 因此第二天末股票价格的期望值为50.022美元。
- (2) 第二天末股票价格的标准差为 $\sqrt{0.6164} \approx 0.785$
- (3) 第二天末股票价格95%的置信区间为： $50.022 - 1.96 \times 0.785 \sim 0.022 + 1.96 \times 0.785$ ，也就是48.48 ~ 51.56。

注意，如果考虑的是交易日而不是日历日，就会得到 $\Delta t = 1/252 \approx 0.00397$ 。在此情况下的答案为 (1) 50.032、(2) 0.945、(3) 48.18 ~ 51.88。

2 假定股票的当前价格为50美元，其期望收益率和波动率分别为每年12%和每年30%。股票价格在2年后高于80美元的概率为多少？（提示：当 $\ln S_T > \ln 80$ 时， $S_T > 80$ 。）

答：变量 $\ln S_T$ 服从正态分布，期望为 $\ln S_0 + (\mu - \sigma^2/2) T$ ，标准差为 $\sigma \sqrt{T}$

在本题中， $S_0 = 50$ 、 $\mu = 0.12$ 、 $T = 2$ 和 $\sigma = 0.30$ ，因此 $\ln S_T$ 的期望和标准差分别为 $\ln 50 + (0.12 - 0.3^2/2) 2 \approx 4.062$ 和 $0.3 \times 2^{1/2} \approx 0.424$ 。

同理可得， $\ln 80 \approx 4.382$ 。 $S_T > 80$ 的概率与 $\ln S_T > 4.382$ 的概率相同。

即：

$$1 - N[(4.382 - 4.062) / 0.424] \approx 1 - N(0.754)$$

其中 $N(x)$ 表示服从标准正态分布（期望为0、标准差为1）的变量小于 x 的累积概率。从表中可以查出 $N(0.754) = 0.775$ ，因此所求的概率为0.225。

3 股票价格的波动率为每年30%，在一个交易日内价格百分比变化的标准差是多少？

答：在时间 Δt 内价格变动百分比的标准差是 $\sigma\sqrt{\Delta t}$ ，其中 σ 是波动率。

在本题中， $\sigma = 0.3$ ，假设一年中有252个交易日：

$$\Delta t = 1/252 \approx 0.004$$

因此：

$$\sigma\sqrt{\Delta t} = 0.3\sqrt{0.004} \approx 0.019$$

即标准差为1.9%。

4 计算一个3个月期的无股息股票欧式看跌期权的价格，期权执行价格为50美元，股票的当前价格为50美元，无风险利率为每年10%，波动率为每年30%。

答：本题中， $S_0 = 50$ ， $K = 50$ ， $r = 0.1$ ， $\sigma = 0.3$ ， $T = 0.25$

$$d_1 = \frac{\ln(50/50) + (0.1 + 0.09/2)0.25}{0.3\sqrt{0.25}} \approx 0.2417$$

$$d_2 = d_1 - 0.3\sqrt{0.25} \approx 0.0917$$

欧式看跌期权价格为：

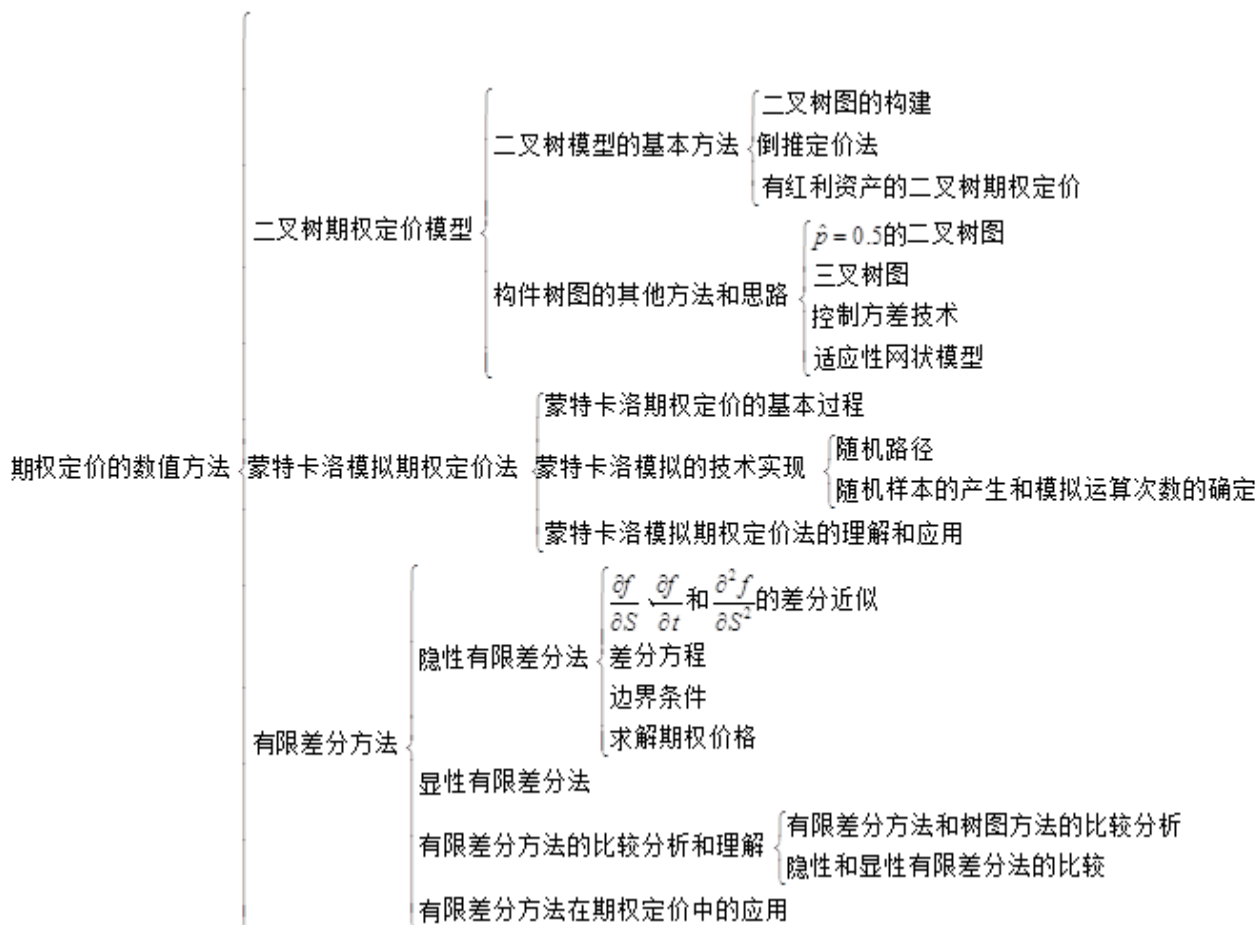
$$50N(-0.0917)e^{-0.1 \times 0.25} - 50N(-0.2417) = 50 \times 0.4634e^{-0.1 \times 0.25} - 50 \times 0.4045 \approx 2.37 \text{ (美元)}$$

即看跌期权价格为2.37美元。

第十二章 期权定价的数值方法

12.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、二叉树期权定价模型

1 二叉树模型的基本方法

二叉树模型的基本思路为：假设股票价格的未来分布服从随机游走（在树形上的每一步，股票价格以某种相同的概率向上移动一定的比率，同时以某种概率向下移动一定的比率）。

(1) 二叉树图的构建

① 为构建二叉树图，作出如下约定：假设期权到期日为 T ，剩余期限被划分为多个时间间隔 Δt ；标的资产的当前价格为 S ；标的资产在剩余期限内无红利，且其价格遵循几何布朗运动。在风险中性测度下，连续随机过程用下式描述：

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dz_t$$

② 证券价格的树形结构

假设资产价格在期权剩余日期内的二叉树图中，每个节点只有上升和下降两种可能，且每一步上升后都为原来的 u ($u > 1$) 倍，每一步下降都为原来的 d ($d < 1$) 倍，则使用多个离散的小幅度二值运动来描述连续的几何布朗运动。

为方便数学处理，我们往往假定二叉树的节点重合，（即 $u \times d = 1$ ）。图12-1就是节点重合的多部二叉树图。

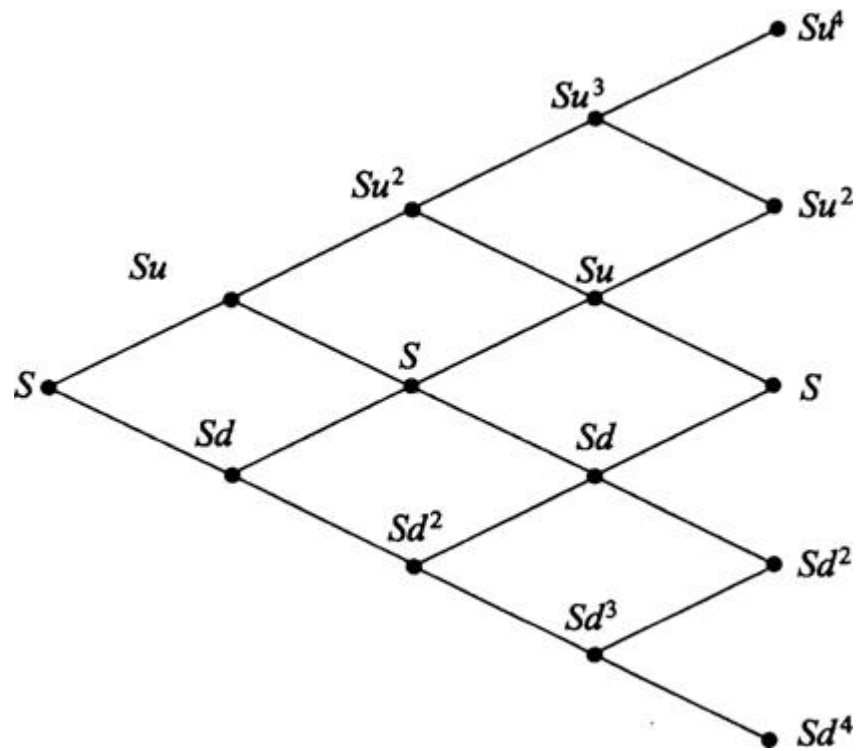


图12-1 资产价格的树型结构

如图12-1，当时间为0时，证券价格为 S ；

时间为 Δt 时，证券价格有两种可能，上涨到 S_u ，或下降到 S_d ；

时间为 $2\Delta t$ 时，证券价格就有三种可能， S_u^2 、 S_{ud} （等于 S ）和 S_d^2 ；

以此类推，在 $i\Delta t$ 时刻，证券价格有 $i + 1$ 种可能：

$$S_u^j d^{i-j}, j=0, 1, \dots, i$$

③ 参数的确定

由于标的资产在未来的变化都服从同一个随机过程 ($dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dz_t$)，因此在整个 T 时间范围内，二叉树模型中出现的待估参数始终只有三个： u 、 d 、风险中性上涨概率 \hat{p} 。

在CRR二叉树图中，为求得三个待估参数，采用如下联立方程：

$$\begin{cases} S_t e^{r\Delta t} = \hat{p} S_t u + (1 - \hat{p}) S_t d \\ S_t^2 \sigma^2 \Delta t = \hat{p} S_t^2 u^2 + (1 - \hat{p}) S_t^2 d^2 - S_t [\hat{p} u + (1 - \hat{p}) d]^2 \\ u = \frac{1}{d} \end{cases}$$

令 Δt 无穷小，得到如下解：

$$\hat{p} = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (12.1)$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (12.2)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (12.3)$$

(2) 倒推定价法

从树型结构图的末端T时刻往回倒推为期权定价。

首先，在到期时刻T，标的资产的价格已知，因此各种状态下的期权价格也可以求得，为0和行权带来的现金流之中的较大值；往前倒推一期，在T - Δt时刻，用连接着的T时刻的两个节点、风险中性概率和无风险利率折现得到此时的价值，（如果是美式期权，再与此时提前行权的现金流做对比，选出较大者）作为T - Δt时刻的期权价值；然后不断往前倒推，就可以求出0时刻的期权价值。

下面以无收益证券的美式看跌期权为例，描述二叉树方法的一般定价过程。

首先将该期权有效期划分成N个长度为Δt的小区间，令 f_{ij} ($0 \leq i \leq N$, $0 \leq j \leq i$) 表示在iΔt时刻第j个节点处的美式看跌期权的价值，将 f_{ij} 称为节点(i, j)的期权价值；然后用 $Su^j d^{i-j}$ 表示节点(i, j)处的证券价格。有：

$$f_{N,j} = \max(X - Su^j d^{N-j}, 0), \quad j = 0, 1, \dots, N$$

在节点(i, j)的期权价值为：

$$f_{ij} = e^{-r\Delta t} \left[\hat{p} f_{i+1,j+1} + (1 - \hat{p}) f_{i+1,j} \right]$$

式中这样求出的 f_{ij} 必须与该节点提前执行期权的收益($X - Su^j d^{i-j}$)进行比较，并取两者中的较大者。因此：

$$f_{i,j} = \max \left\{ X - Su^j d^{i-j}, e^{-r\Delta t} \left[\hat{p} f_{i+1,j+1} + (1 - \hat{p}) f_{i+1,j} \right] \right\}$$

时间划分越细，也就是Δt越小，算出的期权价格就越准确（一般将T分为30个时间间隔时，可以获得较为理想的结果）。

(3) 有红利资产期权的定价

① 支付连续红利率资产的期权定价

标的资产支付连续复利率为q的红利时，标的资产相应的价格漂移率可以转化为r - q，相应终值和风险中性概率变为：

$$S_t e^{(r-q)\Delta t} = \hat{p} S_t u + (1 - \hat{p}) S_t d$$

和

$$\hat{p} = \frac{e^{(r-q)\Delta t} - d}{u - d}$$

② 支付已知红利率资产的期权定价

若标的资产在未来某一确定时间将支付已知红利率 δ ，当时刻 $i\Delta t$ 在除权日之前时，节点处证券价格仍为：

$$S u^j d^{i-j} \quad (j=0, 1, \dots, i)$$

当时刻 $i\Delta t$ 在除权日之后时，节点处证券价格相应调整为：

$$S (1 - \delta) u^j d^{i-j} \quad (j=0, 1, \dots, i)$$

在期权有效期内有多于一个已知红利率的情况下，处理方法相同。若 δ_k ($k=1, 2, 3, \dots, K$) 为0时刻到 $i\Delta t$ 时刻之间第 k 个除权日的红利率支付率，则 $i\Delta t$ 时刻节点的相应的证券价格为：

$$S \prod_{k=1}^K (1 - \delta_k) u^j d^{i-j}$$

③ 支付已知数额红利资产的期权定价

如果标的资产支付的不是连续的红利而是有限次数的离散红利，二叉树将分支，见图12-2。

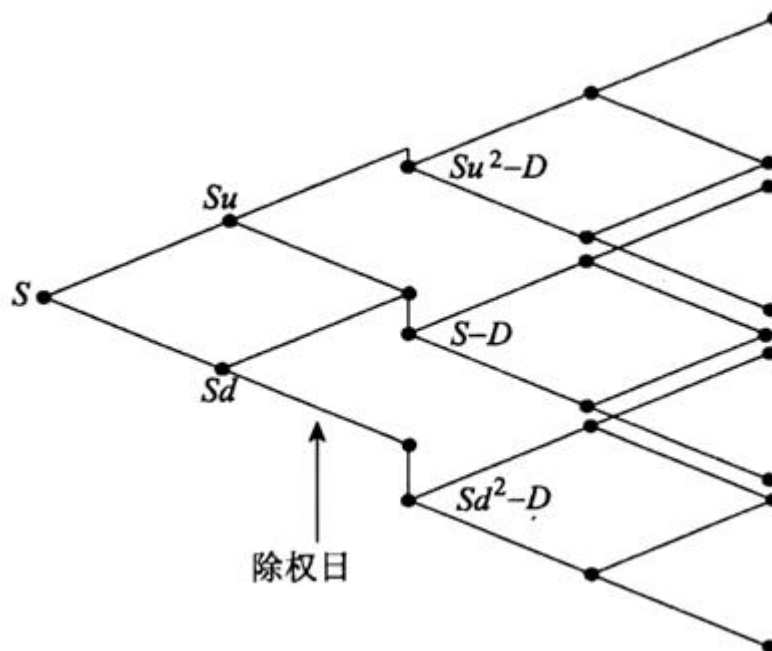


图12-2 假设红利数额已知且波动率为常数时的二叉树图

证券价格分为两部分，一部分不确定，另一部分是期权有效期内所有未来红利的现值。假设在期权有效期内只有一次红利，现值为 D ，除息日 τ 在 $k\Delta t$ 到 $(k+1)\Delta t$ 之间，则 $i\Delta t$ 时刻不确定部分的价值 S^* 为：

$$\begin{cases} S_{i\Delta t}^* = S_{i\Delta t} & \text{当 } i\Delta t > \tau \text{ 时} \\ S_{i\Delta t}^* = S_{i\Delta t} - D e^{-r(\tau - i\Delta t)} & \text{当 } i\Delta t \leq \tau \text{ 时} \end{cases}$$

用 S^* 的标准差 σ^* 代替式 (12.1) 到 (12.3) 中的 σ 可计算出参数 \hat{p} 、 \hat{u} 和 \hat{d} ，进而构造出 S^* 的二叉树；再把未来收益的现值加回到每个节点上，就转化为 S 的二叉树。假设零时刻 S^* 的值为 S_0^* ，则在 $i\Delta t$ 时刻：

当 $i\Delta t \leq \tau$ 时，这个树上每个节点对应的证券价格为：

$$S_0^* u^j d^{i-j} + D e^{-r(\tau - i\Delta t)} \quad (j=0, 1, \dots, i)$$

当 $i\Delta t > \tau$ 时，这个树上每个节点对应的证券价格为：

$$S_0^* u^j d^{i-j} \quad (j=0, 1, \dots, i)$$

2 构造树图的其他方法和思路

(1) $\hat{p} = 0.5$ 的二叉树图

上升率和下降率的关系是人为假设的，其实可以直接假定风险中性概率 $\hat{p} = 0.5$ ，并忽略 Δt 的高阶无穷小，此时可以得到：

$$\begin{cases} u = e^{\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}} \\ d = e^{\left(r-q-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t - \sigma\sqrt{\Delta t}} \end{cases}$$

这种方法的优点是，概率不受 σ 和 Δt 变化的影响；缺点是，二叉树图中的中心线上标的资产价格不会再和初始中心值 S 相等。

(2) 三叉树图

在每一个时间间隔 Δt 内证券价格有三种运动的可能：从开始的 S 上升到原先的 u 倍，即到达 Su ；保持不变，仍为 S ；下降到原先的 d 倍，即 Sd 。

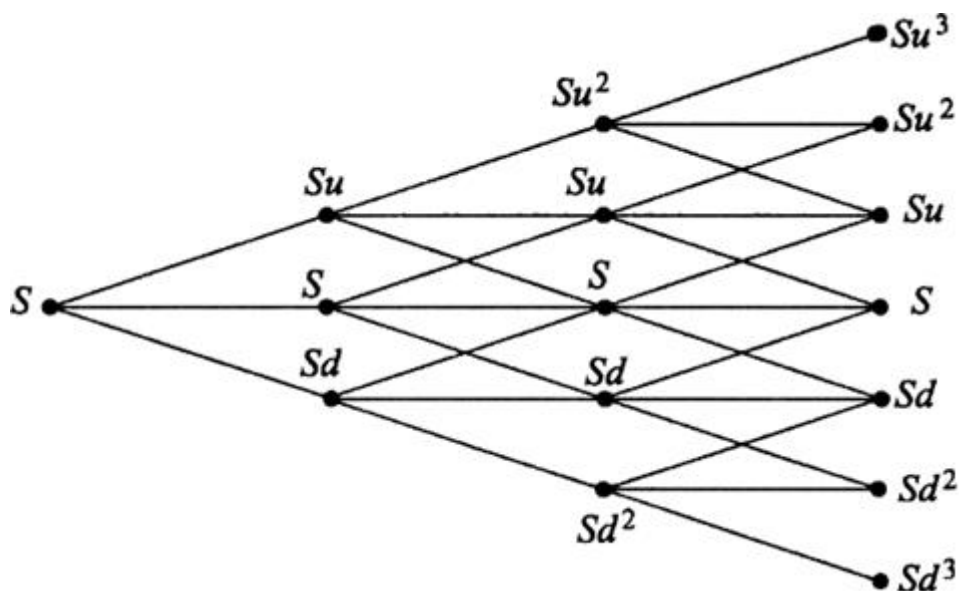


图12-3 资产价格的三叉树图

忽略 Δt 的高阶无穷小，满足资产价格变化均值和方差的参数分别为：

$$u = e^{\sigma\sqrt{3\Delta t}}$$

$$d = \frac{1}{u}$$

$$\hat{p}_d = -\sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}} \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{1}{6}$$

$$\hat{p}_u = \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2}} \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{1}{6}$$

$$\hat{p}_m = \frac{2}{3}$$

三叉树图的计算过程与二叉树图的计算过程相似，并且与显性有限差分方法一致。

(3) 控制方差技术

① 基本原理

两种性质相似的期权，可以得到期权B的解析定价公式，而A只能用数值方法求解，此时就可以用B的解析解来纠正A的数值定价误差。

② 具体过程

用 f_B 表示期权B的真实价值（解析解），用 f_A 表示关于期权A的较优估计值，用 \hat{f}_A 和 \hat{f}_B 表示用同一个二叉树、相同的蒙特卡罗模拟或同样的有限差分过程得到的估计值。这时，假设用数值方法计算出的期权B的误差，等于用数值方法计算出的期权A的误差：

$$f_B - \hat{f}_B = f_A - \hat{f}_A$$

变形后得到期权A的更优估计值为：

$$\hat{f}_A = \hat{f}_A + f_B - \hat{f}_B$$

(4) 适应性网状模型

在使用三叉树图为美式期权定价时，随着时间接近到期，资产价格接近执行价格，改用时间段划分更密的三叉树：例如将一个时间步长 Δt 进一步细分，如分为 $\Delta t/4$ ，每个小步长仍然采用相同的三叉树定价过程，这样使得树图更好地反映了实际情形，从而在关键时刻提高了定价效率和精确度。

考点二、蒙特卡罗模拟

1 蒙特卡罗模拟的基本过程

(1) 蒙特卡罗模拟的定价原理

此时我们仍使用风险中性定价，在风险中性世界中，期权价值等于到期回报现金流贴现，因此我们模拟资产价格的多条运动路径，计算资产价格和对应的期权价值，往前折现就得到期权的现值。多次模拟求期望，就得到了精确的期权价格。

(2) 蒙特卡罗模拟基本方法

以一个只有两个状态变量资产价格 S_t 和时间 t ，且利率为常数的简单欧式期权 $f(S_t, t)$ 为例，说明蒙特卡罗模拟的基本方法：

- ① 从初识时刻开始，到到期位置，为标的资产价格 S_t 选取一条在风险中性世界中跨越整个有效期的随机路径；
- ② 计算出这条路径下期权的回报；
- ③ 重复第一步和第二步，得到许多样本结果，即风险中性世界中期权回报的大量可能取值；
- ④ 计算这些样本回报的均值，得到风险中性世界中预期的期权回报值；
- ⑤ 用无风险利率贴现，得到这个期权的估计价值。

2 蒙特卡罗模拟的技术实现

(1) 随机路径

假设在风险中性世界里的标的市场变量服从以下过程：

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

在该式中， μ 表示标的变量在风险中性世界中的期望收益率，有红利的标的资产满足 $\mu = r - q$ ，则：

$$dS_t = (r - q) S_t dt + \sigma S_t dz_t \quad (12.4)$$

也可以写作：

$$d \ln S_t = \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz_t \quad (12.5)$$

为了模拟 S_t 的路径，把期权的有效期分为 N 个长度为 Δt 的时间段，则式(12.4)和(12.5)的近似方程分别为：

$$S_{t+\Delta t} - S_t = (r - q) S_t \Delta t + \sigma S_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

$$\ln S_{t+\Delta t} - \ln S_t = \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \quad (12.6)$$

式(12.6)还可写为：

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left[\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \right]$$

其中 S_t 代表 t 时刻 S 的价值， ε_t 是从标准正态分布中抽取的一个随机样本。

通过 N 个正态分布的随机取样可以构建出一条蒙特卡罗资产价格路径，并能在期末得到期权的回报。重复多条路径，算出每一条路径下期权的现值，最后对多条路径求平均得到估计的期权价格。

在以上两种模拟路径中，用 $\ln S_t$ 比用 S_t 本身更准确。

(2) 随机样本的产生和模拟运算次数的确定

① ε_t 的产生

ε_t 是服从标准正态分布的一个随机数, R_{it} ($1 \leq i \leq 12$) 是相互独立的0到1均匀分布的随机数。

当只有一个单变量时:

$$\varepsilon_t = \sum_{i=1}^{12} R_{it} - 6$$

当从二元标准正态分布中抽取样本时:

$$\varepsilon_1 = x_1$$

$$\varepsilon_2 = \rho x_1 + x_2 \sqrt{1 - \rho^2}$$

其中, x_1 和 x_2 是从单变量标准正态分布中抽取的独立样本, ρ 是相关系数。

当从n元标准正态分布中取样时:

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^{k=i} \alpha_{ik} x_k$$

其中 x_i ($1 \leq i \leq n$) 是从单变量标准正态分布中抽取的独立样本, 并为了使 ε_i 有正确的方差、 ε_i 与 ε_j 之间有正确的相关系数 ρ_{ij} ($1 \leq j < i$), 必须满足:

$$\sum_k^i \alpha_{ik}^2 = 1$$

$$\sum_k^j \alpha_{ik} \alpha_{jk} = \rho_{i,j}$$

令第一个样本 $\varepsilon_1 = x_1$, 就可以解出这些 α 的方程, 通过 x_1 和 x_2 计算出 ε_2 , 再通过 x_1 、 x_2 和 x_3 计算出 ε_3 , 以此类推。

② 模拟运算次数的确定

蒙特卡罗模拟是用随机数序列实现有限次数的模拟, 模拟运算的次数取决于所要求的精度。假设进行的运算次数用M来表示, μ 是均值, σ 为标准差。如果要求95%的置信水平, 则期权价格t的置信区间为:

$$\left(\mu - \frac{1.96\sigma}{\sqrt{M}}, \mu + \frac{1.96\sigma}{\sqrt{M}} \right)$$

3 蒙特卡罗模拟的理解和应用

蒙特卡罗方法的实质是模拟标的资产价格的随机运动, 预测期权的平均回报, 并由此得到期权价格的一个概率解。

(1) 蒙特卡罗模拟的主要优点是:

① 蒙特卡罗方法不需要高深的数学知识，也不需要到期权定价模型了解透彻。为了提高准确度，只需要增加模拟的次数即可；

② 蒙特卡罗模拟的适用情形相当广泛，无论汇报的计算仅依赖于标的资产最终价格还是依赖于路径，也无论有多少个参数需要模拟，模拟法都适用并能计算出估计值的标准误。

(2) 蒙特卡罗模拟的缺点主要是：

① 不适用于处理提前行权的情形，如对美式期权处理较为困难；

② 为提高精确度，往往需要进行大量的模拟运算，从而产生的大量计算耗时。

考点三、有限差分方法

主要思想是：应用有限差分方法将衍生证券所满足的偏微分方程转化为一组近似的差分方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (r - q)S_t \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r f_t$$

即用离散算子逼近 $\frac{\partial f}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial f}{\partial S}$ 和 $\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$ 各项，之后用迭代法求解，得到期权价值。有限差分方法用格点来标示期权价格，如图12-4所示。

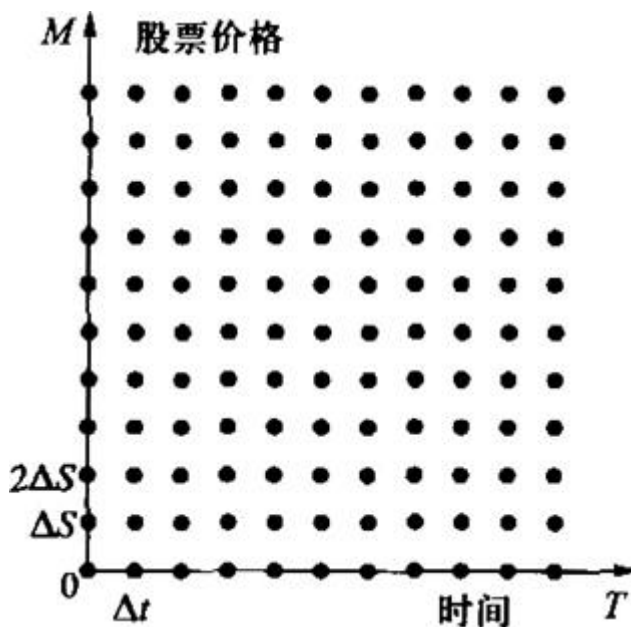


图12-4 有限差分方法的格点图

从实质上来说，有限差分方法就是用有限的离散区域替代连续的时间和资产价格。

首先，把资产剩余期限T的时间分为有限个等间隔的小时间段，设 $\Delta t = T/N$ ，就有 $N + 1$ 个时间段。

其次，把资产价格的变化从0到最大值 S_{\max} 也分成 M 个等间隔的价格段，定义 $\Delta S = S_{\max}/M$ ，就得到 $M + 1$ 个资产价格 $(0, \Delta S, 2\Delta S, \dots, S_{\max})$ 。由于资产价格与时间变化相互独立， Δt 和 ΔS 是相互独立的。

这样，就构造了一个共有 $(M + 1)(N + 1)$ 个格点的图，时间、资产价格和期权价值都仅仅在相应的格点处离散计算。利用格点之间的关系和边界条件，将无法求解的偏微分方程转化为可以求解的差分方程。

使用这些格点逼近微分，以求出期权价值。典型的方法有隐性有限差分法 (implicit finite difference method)、显性有限差分法 (explicit finite difference method) 和其他的一些方法。以下以无红利股票的美式看跌期权为例。

1 隐性有限差分法

(1) $\frac{\partial f}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial f}{\partial S}$ 和 $\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$ 的差分近似 (见表12-1)

表12-1 隐性有限差分法偏导数近似

偏导数	近似方法	近似公式
$\frac{\partial f}{\partial S}$	向上差分近似、 向下差分近似、 中心差分近似	$\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta S}$ 、 $\frac{f_{i,j} - f_{i,j-1}}{\Delta S}$ 、 $\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta S}$
$\frac{\partial f}{\partial t}$	向右差分近似	$\frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{\Delta t}$
$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$	中心差分 (二阶 差分)	$\frac{\frac{f_{i,j+1} - f_{i,j}}{\Delta S} - \frac{f_{i,j} - f_{i,j-1}}{\Delta S}}{\Delta S} = \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}}{\Delta S^2}$

(2) 差分方程

把以上三个近似代入B-S-M偏微分方程, 整理得到:

$$a_j f_{i,j-1} + b_j f_{i,j} + c_j f_{i,j+1} = f_{i+1,j} \quad (12.7)$$

其中:

$$a_j = \frac{1}{2}(r-q)j\Delta t - \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t$$

$$b_j = 1 + \sigma^2 j^2 \Delta t + r\Delta t$$

$$c_j = -\frac{1}{2}(r-q)j\Delta t - \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t$$

$$i=0, 1, \dots, N-1, j=0, 1, \dots, M-1$$

隐性有限差分法的思路是从网格内部往外推, 如图12-5:

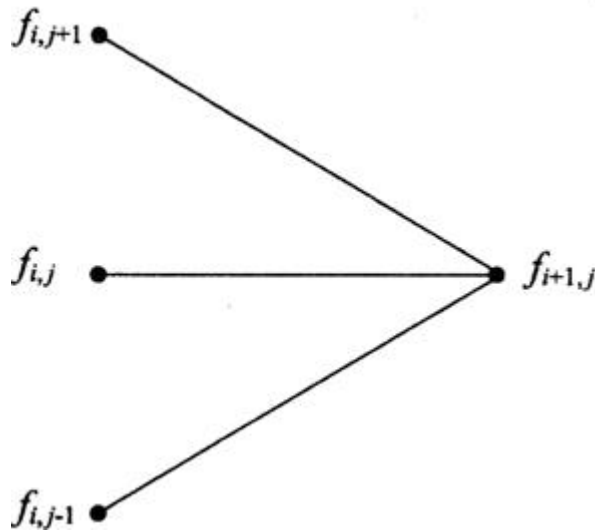


图12-5 隐性有限差分方法

从 $i\Delta t$ 时刻的三个相邻格点的期权价值（其对应的资产价格分别为 $(j+1)\Delta S$ 、 $j\Delta S$ 和 $(j-1)\Delta S$ ）求出 $(i+1)\Delta t$ 时刻资产价格为 $j\Delta S$ 时的期权价值。

(3) 边界条件

① 从到期时刻的期权回报率可以得到边界 $t = T$ 上所有格点的期权价值。 T 时刻看跌期权的价值为：

$$f_{N,j} = \max(X - S_T, 0)$$

其中 $S_T = j\Delta S$, $j = 0, 1, \dots, M$ 。

② 当股票价格为零时，看跌期权的价值为 X ，由此可以得到下方边界 $S = 0$ 上所有格点的期权价值：

$$f_{i,0} = X, \quad i = 0, 1, 2 \dots N$$

③ 当股票价格趋于无穷时，看跌期权的价值趋于零。可近似认为上方边界 $S = S_{\max}$ 上：

$$f_{i,M} = 0, \quad i = 0, 1, 2 \dots N$$

(4) 求解期权价值

已知差分方程 (12.7) 和三个边界条件之后，利用方程 (12.7) 和边界条件，可以写出 $(N-1)\Delta t$ 时刻的 $M-1$ 个联立方程：

$$a_j f_{N-1,j-1} + b_j f_{N-1,j} + c_j f_{N-1,j+1} = f_{N,j}, \quad j = 1, \dots, M-1$$

和

$$j = 0 \text{ 时, } f_{N-1,0} = X$$

$$j = M \text{ 时, } f_{N-1,M} = 0$$

由此，可解出每个 $f_{N-1,j}$ 的期权价值，将这个价值与期权在每个格点的内在价值比较以判别是否提前执行并得到对应的期权价值。经过递推可以得到当 $j\Delta S$ 等于资产初始价格时的期权价值。

2 显性有限差分法

对隐性有限差分法略加修改，假设 (i, j) 点的 $\frac{\partial f}{\partial S}$ 和 $\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$ 与 $(i+1, j)$ 的对应值相等，即：

$$\frac{\partial f}{\partial S} = \frac{f_{i+1,j+1} - f_{i+1,j-1}}{2\Delta S}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \frac{f_{i+1,j+1} + f_{i+1,j-1} - 2f_{i+1,j}}{\Delta S^2}$$

相应的差分方程修改为：

$$f_{i,j} = a^* f_{i+1,j-1} + b^* f_{i+1,j} + c^* f_{i+1,j+1} \quad (12.8)$$

其中：

$$a^* = \frac{1}{1+r\Delta t} \left[-\frac{1}{2}(r-q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right]$$

$$b^* = \frac{1}{1+r\Delta t} (1 - \sigma^2 j^2 \Delta t)$$

$$c^* = \frac{1}{1+r\Delta t} \left[\frac{1}{2}(r-q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right]$$

从公式 (12.8) 可以看出：

$$a_j^* + b_j^* + c_j^* = 1 / (1 + r\Delta t)$$

$i\Delta t$ 时刻的期权价值等于下一个时刻相邻三个节点的期权价值风险中性期望值的现值。

很明显，显性差分法与隐性差分法步骤相反，从格点外部往内推，如图12-6所示：

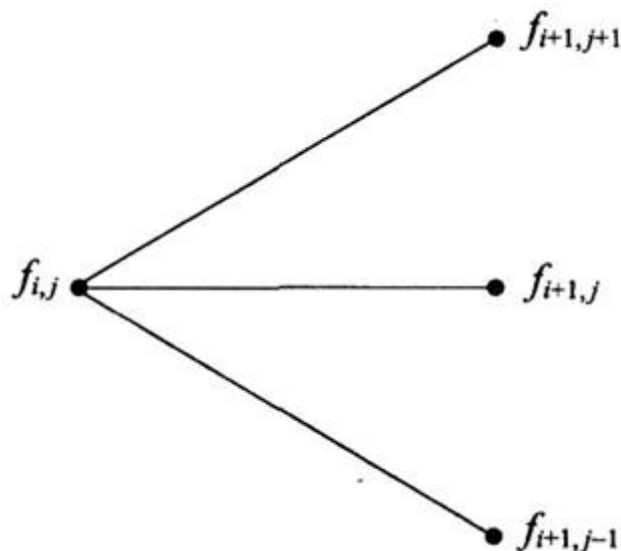


图12-6 显性有限差分方法

3 有限差分方法的比较分析和理解

(1) 有限差分方法和树图方法的比较分析

树图方法就是解出一个偏微分方程的一种数值方法，而有限差分方法其实是这个概念的一个扩展和一般化。这两种方法都用离散的模型模拟资产价格的连续运动，主要差异在于树图方法中包含了资产价格的扩散和波动率情形，而有限差分方法中的格点则是固定均匀的，只是参数进行了相应的变化，以反映改变了的扩散情形。

有限差分方法在期权定价中的地位正在不断上升，其优势主要在于：

当格点有规律、很均匀时，把一个偏微分方程化成差分方程是相对比较简单。而且，在数学和数值分析文献中存在大量帮助改进有限差分方法的技术，使其运算更加迅速准确。树图模型就没有这么灵活。

具体来看，可以把 a_j^* 、 b_j^* 、 c_j^* 中的以下各项分别看作相应的概率。

① Δt 时间内股票价格从 $j\Delta S$ 下降到 $(j-1)\Delta S$ 的概率：

$$\frac{1}{1-r\Delta t} \left(-\frac{1}{2}(r-q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

② Δt 时间内股票价格在 $j\Delta S$ 上保持不变的概率：

$$1 - \frac{1}{1-r\Delta t} \sigma^2 j^2 \Delta t$$

③ Δt 时间内股票价格从 $j\Delta S$ 上升到 $(j+1)\Delta S$ 的概率：

$$\frac{1}{1-r\Delta t} \left(\frac{1}{2}(r-q)j\Delta t + \frac{1}{2}\sigma^2 j^2 \Delta t \right)$$

这三个概率相加为1。正好和三叉树模型类似。

(2) 隐性和显性有限差分方法的比较

隐性和显性有限差分是有限差分的两种基本方法，各有优劣。

隐性有限差分方法需要求解大量的联立方程，工作量大，但是求解出来的三个概率值往往能够收敛于偏微分方程的解，保持有效性。

显性有限差分方法计算比较直接方便，工作量小，易于应用。但是求解出来的三个概率值可能小于零，导致方法本身不稳定，难以保证其有效性。

4 有限差分方法的应用

(1) 适用：

① 解决同类型的衍生证券定价问题，尤其是美式期权；

② 标的变量小于三个（高效）；

③ 单变量情况下，可推广到多个标的标量。

(2) 不适用：

① 识别标的变量历史路径;

② 标的变量超过三个 (计算效率低, 不如蒙特卡罗)。

12.2 课后习题详解

1 二叉树数值定价方法的基本原理是什么？

答：二叉树图模型的基本出发点在于：假设资产价格的运动是由大量的小幅度二值运动构成，用离散的随机漫步模型模拟资产价格的连续运动可能遵循的路径。同时二叉树模型与风险中性定价原理相一致，即模型中的收益率和贴现率均为无风险收益率，资产价格向上运动和向下运动的实际概率并没有进入二叉树模型，模型中隐含导出的概率 \hat{P} 是风险中性世界中的概率，从而为期权定价。实际上，当二叉树模型相继两步之间的时间长度趋于零的时候，该模型将会收敛到连续的对数正态分布模型，即布莱克-舒尔斯偏微分方程。

2 一个3个月期美式看跌期权的执行价格为20元。股票价格为20元，年无风险利率为3%（连续复利），波动率为25%。预计1.5个月之后有红利2元。请利用3步的二叉树图计算期权价格（需画出树图）。

答：（1）由题意，二叉树模型各参数可计算为表12-2：

表12-2 二叉树模型参数计算表

$\Delta t = \frac{1}{12}$	$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ $= e^{0.25\sqrt{0.0833}}$	$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ $= e^{-0.25\sqrt{0.0833}}$	$\hat{P} = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$	$1 - \hat{P}$
0.0833	1.07483674	0.93037385	0.49929279	0.5007072

(2) 1.5个月后支付的红利的现值 $= 2 \times e^{-3\% \times 1.5/12} \approx 1.9925$ (元)。

① 首先计算各个结点股票的价格：

a. 根据二叉树定价公式 $S_u^i d^{i-j}$ ，剔除了红利后各个结点股票的价格为：

$P_A = 20 - 1.9925 = 18.0075$ (元)； $P_B = 18.0075 \times u^1 d^0 \approx 19.3551$ (元)； $P_C = 18.0075 \times u^0 d^1 \approx 16.7537$ (元)； $P_D = 18.0075 \times u^2 d^0 \approx 20.8036$ (元)； $P_E = 18.0075 \times u^1 d^1 \approx 18.0075$ (元)； $P_F = 18.0075 \times u^0 d^2 \approx 15.5872$ (元)； $P_G = 18.0075 \times u^3 d^0 \approx 22.3605$ (元)； $P_H = 18.0075 \times u^2 d^1 \approx 19.3551$ (元)； $P_I = 18.0075 \times u^1 d^2 \approx 16.7537$ (元)； $P_J = 18.0075 \times u^0 d^3 \approx 14.5019$ (元)。

b. 保留红利的影响后，部分节点的股票价格变为：

$P_A = 20$ 元； $P_B = 19.3551 + 1.9925 \times e^{3\% \times 1/12} \approx 21.3526$ (元)； $P_C = 16.7537 + 1.9925 \times e^{3\% \times 1/12} \approx 18.7512$ (元)。

② 根据股票价格计算期权价格：

a. $i = 3$ 处期权的价值分别为：

$f_G = \text{Max}(X - S, 0) = \text{Max}(20 - 22.3605, 0) = 0$ (元)； $f_H = \text{Max}(X - S, 0) = \text{Max}(20 - 19.3551, 0) = 0.6449$ (元)； $f_I = \text{Max}(X - S, 0) = \text{Max}(20 - 16.7537, 0) = 3.2463$ (元)； $f_J = \text{Max}(X - S, 0) = \text{Max}(20 - 14.5019, 0) = 5.4981$ (元)。

b. 倒推出 $i = 2$ 时各节点期权的价值分别为：

D点处： $f_D = (f_G \times 0.49929279 + f_H \times 0.5007072) \times e^{-3\% \times 1/12} \approx 0.3221$ (元)。

E点处：若提前行权， $f_E = 20 - 18.0075 = 1.9925$ (元)；若不提前行权，则 $f_E = (f_H \times 0.49929279 + f_I \times 0.5007072) \times e^{-3\% \times 1/12} \approx 1.9426$ (元)，因此E点处应提前行权， $f_E = 1.9925$ (元)。

F点处：若提前行权， $f_F = 20 - 15.5872 = 4.4128$ (元)；若不提前行权，则 $f_E = (f_I \times 0.49929279 + f_J \times 0.5007072) \times e^{-3\% \times 1/12} \approx 4.3629$ (元)，因此F点处应提前行权， $f_F = 4.4128$ (元)。

c. $i = 1$ 时各节点期权的价值分别为：

B点处： $f_B = (f_D \times 0.49929279 + f_E \times 0.5007072) \times e^{-3\% \times 1/12} \approx 1.1556$ (元)。

C点处：若提前行权， $f_C = 20 - 18.7512 = 1.2488$ (元)；若不提前行权，则 $f_C = (f_E \times 0.49929279 + f_F \times 0.5007072) \times e^{-3\% \times 1/12} \approx 3.1963$ (元)，因此C点处不应提前行权， $f_C = 3.1963$ (元)。

计算结果也展现在图12-7中。

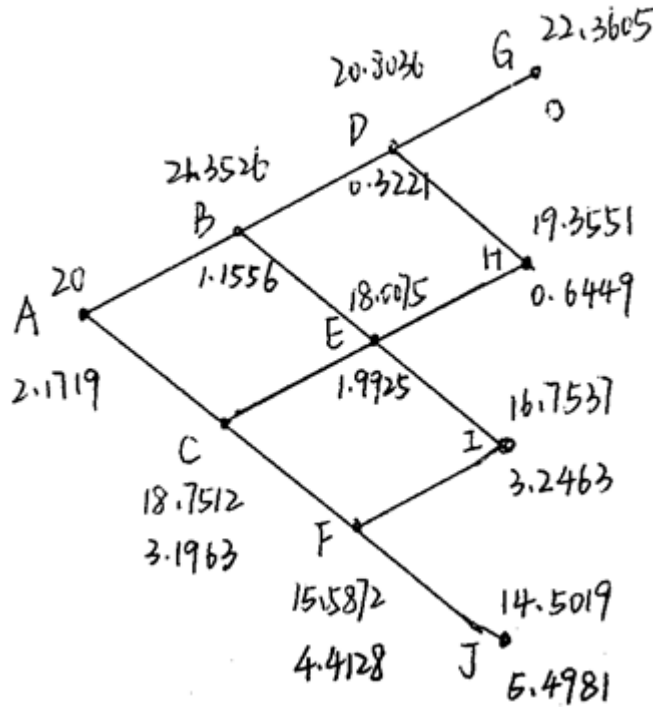


图12-7 二叉树

因此，A点处期权价格应为： $(f_B \times 0.49929279 + f_C \times 0.5007072) \times e^{-3\% \times 1/12} \approx 2.1719$ (元)。

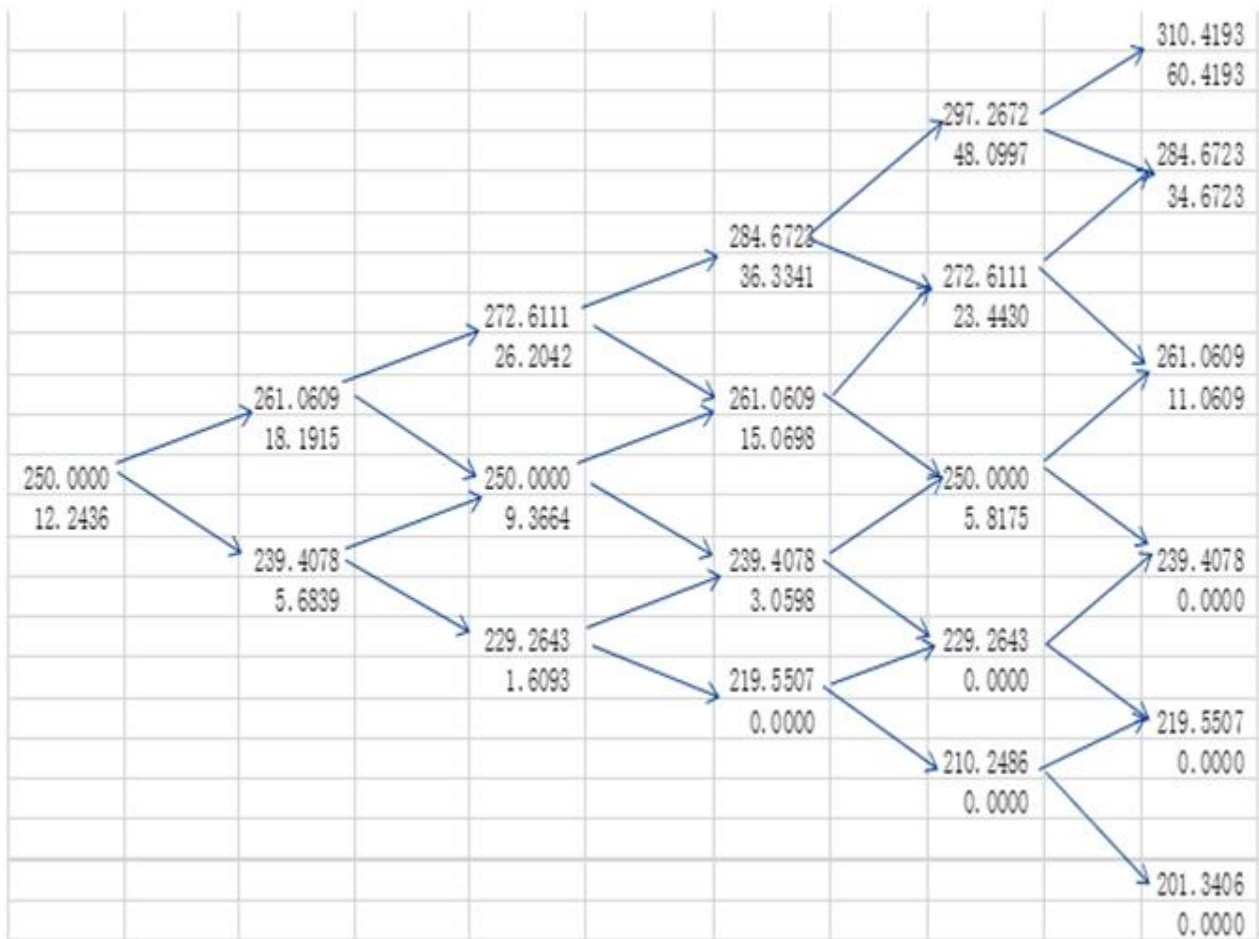
3 假设当前黄金期货合约的价格是250元/克，黄金期货的波动率是每年15%，无风险连续复利率是4%，基于该黄金期货的某看涨期权剩余期限为6个月，多头有权在4个月之后到最后交易日之间行权，期权的行权价为250元/克。请用二叉树方法为该百慕大式黄金期货看涨期权进行定价。

答：(1) 由题意，二叉树模型各参数可计算为表12-3：

表12-3 二叉树模型参数计算表

$\Delta t = \frac{1}{12}$	$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ $= e^{0.15\sqrt{0.0833}}$	$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$ $= e^{-0.15\sqrt{0.0833}}$	$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$	$1 - p$
0.0833	1.0442	0.9576	0.5277	0.4723

(2) 该百慕大式期权可以被视作欧式期权与美式期权的结合，由于美式看涨期权在到期日之前行权是不明智的，所以可将该期权简化为欧式看涨期权进行处理。



因此，该期权的价值为12.2436元。

4 考虑一个无股息股票5个月期限的美式看跌期权，股票的当前价格为50美元，执行价格为50美元，无风险利率为每年5%（连续复利），波动率为每年40%。请用5步二叉树的控制变量技术为该期权定价（需画出树图）。

答：非常抱歉，此题暂不提供答案。

5 如何理解蒙特卡罗模拟方法？其主要优缺点是什么？蒙特卡罗模拟方法是否可以用来为美式期权、亚式期权和回溯期权定价？为什么？（亚式期权、回溯期权定义可参考教材第十六章）

答：（1）蒙特卡罗方法的实质

模拟标的资产价格的随机运动，预测期权的平均回报，并由此得到期权价格的一个概率解。

（2）蒙特卡罗模拟的主要优点

① 在大多数情况下，人们可以很直接地应用蒙特卡罗模拟方法，而无需对期权定价模型有深刻的理解，所用的数学知识也很基本；为了获得更精确的答案，只需要进行更多的模拟；无需太多工作就可以转换模型。以上这些优点使得蒙特卡罗方法成为一个相当广泛和强大的期权定价技术。

② 蒙特卡罗模拟的适用情形相当广泛，其中包括：

a. 期权的回报仅仅取决于标的变量的最终价值的情况。

b. 期权的回报依赖于标的变量所遵循的路径，即路径依赖的情形。

c. 期权的回报取决于多个标的变量的情况，尤其当随机变量的数量增加时，蒙特卡罗模拟的运算时间近似为线性增长而不像其他方法那样以指数增长，因此该方法对依赖三种以上风险资产的多变量期权模型很有竞争力。因此，蒙特卡罗模

拟可以适用于复杂随机过程和复杂终值的计算，同时，在运算过程中蒙特卡罗模拟还能给出估计值的标准误，这也是该方法的优点之一。

(3) 蒙特卡罗模拟的主要缺点

① 难以处理提前执行的情形，因此难以为美式期权定价。但尝试使用蒙特卡罗模拟技巧来为美式期权定价，已成为近年来这个领域的发展方向之一。2001年，舒尔茨（Schwartz）和龙诗迪（Longstaff）发展了“Least Squares Approach”，在一定程度上解决了这个问题。

② 为了达到一定的精确度，一般需要大量的模拟运算。尤其在处理三个以下的变量时，蒙特卡罗模拟相对于其他方法来说偏慢。

(4) 蒙特卡罗方法的普适性，使得其不仅能为标准期权（欧式、美式）定价，还能对奇异期权定价。美式期权本身就是香草期权，当然能用蒙特卡罗模拟定价；亚式期权的执行价格不确定，可以是固定的行权价或者是浮动行权价，行权价的确定取决于股价变动的路径；回望期权区别于标准齐全之处也仅是汇报的计算。这两种奇异期权的定价所需要的现金流都蕴含在股价变动路径之中，蒙特卡罗自然可以给出解答。

6 假设无红利股票价格运动服从对数正态分布，股票当前价格为100元，执行价格为105元，波动率为20%，年无风险利率为5%（连续复利），1年后到期。时间步长选择为0.01，运用Excel软件计算出股票价格的一条模拟路径。

答：根据蒙特卡罗模拟法，当无红利股票价格运动服从对数正态分布时，有：

$$\begin{aligned} S_{t+\Delta t} &= S_t \exp \left[\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \right] \\ &= S_t \exp \left[\left(5\% - \frac{0.2^2}{2} \right) \times 0.01 + 0.2 \varepsilon_t \sqrt{0.01} \right] \\ &= S_t e^{0.0003 + 0.02 \varepsilon_t} \end{aligned}$$

其中， ε_t 可以通过下式获得： $\varepsilon_t = \sum_{i=1}^{12} R_{it} - 6$ 。式中， R_{it} ($1 \leq i \leq 12$) 是相互独立的0到1均匀分布的随机数（可利用

Excel中的Rand函数抽得）。计算结果如表12-4所示。

表12-4 $r=5\%$, $\sigma=0.2$, $\Delta t=0.01$ 时的股票价格模拟

每步开始时的股票价格 $S(t)$	ε 的随机抽样值	该时间步长中的股票价值变化 $\Delta S = S(t + \Delta t) - S(t)$
20	0.65	0.2678
20.2678	-0.76	-0.2998
19.9680	0.88	0.3606
20.3287	2.35	0.9846
21.3133	0.32	0.1433
21.4566	2.03	0.8958
22.3524	0.06	0.0336
22.3859	0.13	0.0650
22.4509	0.73	0.3370
22.7880	1.82	0.8519
23.6398	0.28	0.1399

注意：由于每一次抽取的随机数不同，因而模拟的路径也不同，表12-4中的路径只是其中一条。

7 有限差分方法的主要特点是什么？用隐性差分方法为美式看涨期权定价时的边界条件是什么？

答：（1）有限差分方法的主要优点是：

① 相对于树图方法，有限差分方法的主要优势是：当格点有规律很均匀时，把一个偏微分方程化成差分方程是相对比较简单。而且，在数学和数值分析文献中存在大量帮助改进有限差分方法的技术，使其运算速度能够更加迅速，运算途径更为准确。树图模型就没有这么灵活。

② 有限差分方法中的显性方法计算比较直接方便，无需求解大量的联立方程，工作量小，易于应用。

③ 有限差分方法中的隐性方法不存在3个“概率”小于零的问题，该方法始终是有效的。

④ 在使用有限差分方法时，人们常常把标的变量 S 替换为 $Z = \ln S$ 。置换变量方法具有 a_j 、 β_j 、 γ_j 和 a_j^* 、 β_j^* 、 γ_j^* 独立于 j 的特点。

（2）有限差分方法的主要缺点是：

① 有限差分方法的显性方法中3个“概率”可能小于零，这导致了这种方法的不稳定，它的解有可能不收敛于偏微分方程的解。

② 有限差分方法的隐性方法需要求解大量的方程组，计算工作量较大。

（3）隐形差分方法为美式看涨期权定价时的边界条件是：

① 从到期时刻的期权回报值可以得到边界 $t = T$ 上所有格点的期权价值。 T 时刻看跌期权的价值为：

$$f_{N,j} = \max(X - S_T, 0)$$

其中 $S_T = j\Delta S$, $j = 0, 1, \dots, M$ 。

② 当股票价格为零时，看跌期权的价值为 X ，由此可以得到下方边界上所有格点的期权价值：

$$f_{i, 0} = X, \quad i = 0, 1, 2 \dots N$$

③ 当股票价格趋于无穷时，看跌期权的价值趋于零。可近似认为在 $S = S_{\max}$ 上：

$$f_{i, M} = 0, \quad i = 0, 1, 2 \dots N$$

8 一个无红利股票的美式看涨期权还有4个月到期，执行价格为21元，股票现价为20元，无风险利率为5%，波动率为30%。运用显性有限差分法为该期权定价。股票价格区间为4美元，时间区间为1个月。

答：非常抱歉，此题暂不提供答案。

9 假设当前股票价格为100元，利率期限结构是平的，无风险年化利率均为5%，股票价格波动率为20%。有一个衍生产品合约有效期为1年，合约规定，如果 $S_T \geq 100$ ，该产品持有者将获得1元，反之则不用亏损。试用解析解、二叉树、蒙特卡罗模拟（至少1000次）和有限差分法为该产品定价，并讨论比较这些定价方法。

答：（1）运用解析方法

这个期权本质上是一个欧式看涨期权，但是是二元期权，或者说对应于期权执行与否的两种情况具有分别的固定收益。只需要将欧式看涨期权公式中的现金流替换即可得到此期权的价值。

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma(T-t)} = \frac{\ln\left(\frac{100}{100}\right) + (0.05 + 0.2^2 / 2) \times 1}{0.2 \times 1} = 0.35$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} = 0.35 - 0.2\sqrt{1} = 0.15$$

$N(d_2)$ 表示的是风险中性世界中 S_T 超过 $X = 100$ 的概率，因此

$$c_0 = 1 \times e^{-r(T-t)} \times N(d_2) = 1 \times e^{-5\% \times 1} \times N(0.15) = 0.5323 \text{ (元)}$$

（2）运用二叉树模型，划分为五个时间段，计算参数和价格如表12-5所示：

表12-5 运用二叉树求解

参数计算						
时间间隔 Δt	0.2					
上升率 u	1.09356					
下降率 d	0.91444	$d=1/u$				
风险中性上升 概率 p	0.53376					
折现因子	0.99005					
步数	0	1	2	3	4	5
时间	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
股票价格	100	109.3565	119.6	130.77762	143.0137905	156.3948316
		91.44406	100	109.35647	119.5883734	130.7776226
			83.62	91.444064	100	109.3564691
				76.465681	83.62016907	91.44406436
					69.92332675	76.46568122
						63.94073192
期权价格	0.53565	0.707486	0.872	0.9801987	0.990049834	1
		0.350468	0.534	0.7671247	0.990049834	1
			0.148	0.2792599	0.528450502	1
				0	0	0
					0	0
						0

(3) 运用蒙特卡罗模拟和有限差分方法

说明：非常抱歉，此小问暂不提供答案。

12.3 考研真题与典型题详解

一、选择题

1 若某股票看涨期权的套期保值率为0.6, 则对于有相同到期日和到期价格的看跌期权的套期保值率为()。[北京航空航天大学2012年研]

- A. 0.60
- B. 0.40
- C. - 0.60
- D. - 0.40
- E. - 0.17

【答案】C

【解析】期权的套期保值率等于套期保值证券价格波动除以期权合约价格波动, 对于具有相同到期日和到期价格的看涨期权和看跌期权, 期权合约价格波动正好相反, 而套期保值股票价格波动相同, 因此, 对于具有相同到期日和到期价格的看涨和看跌期权的套期保值率互为相反数, 即看跌期权的套期保值率为 - 0.6。

2 到期日之前, 看涨期权的时间价值等于()。[北京航空航天大学2012年研]

- A. 实际的看涨期权价格减去期权的内在价值
- B. 零
- C. 看涨期权的内在价值
- D. 实际的看涨期权价格加上期权的内在价值

【答案】A

【解析】期权的价格等于期权的内在价值加时间价值, 所以, 到期日之前, 看涨期权的时间价值等于实际的看涨期权价格减去期权的内在价值。

二、简答题

1 “对于支付股息的股票, 股价的树形不重合; 但从股价中减去股息的贴现值后, 其树形重合。”解释这一论点。

答: 假设在某一时间间隔中发生的股利支付为 D 。如果 S 是时间间隔初的股价, 那么在时间间隔末的股价将为 $S_u - D$ 或 $S_d - D$ 。在下一个时间间隔末, 股价将是 $(S_u - D)u$ 、 $(S_u - D)d$ 、 $(S_d - D)u$ 或 $(S_d - D)d$ 。由于 $(S_u - D)d$ 不等于 $(S_d - D)u$, 即树形不重合。如果 S 等于减去未来股息的贴现值的股价, 这个问题就不存在了, 即树形就会重合。

2 说明为什么蒙特卡罗模拟法不能很容易地用来对美式衍生产品定价。

答: 在蒙特卡罗模拟中, 风险中性条件中衍生产品的样本值是通过模拟标的变量的路径得到的。在每一次模拟中, 在时刻 Δt 得到第一个标的变量值, 在时刻 $2\Delta t$ 得到第二个值, 依此类推。经过时间 $i\Delta t$ ($i=0, 1, 2, \dots$) 时, 此后的变量的路

径范围无法确定，因而无法确定提前执行是否最优。简言之，蒙特卡罗模拟适用于从时间t到T（t在T之前）的情形，而其他一些考虑提前执行的数量方法则适用于从T到t的倒推的情形。

三、计算题

1 已知某看涨期权的执行价格为100美元，期限为一年，在此期间标的股票不支付红利，当前价格为100美元。若投资者认为股票价格涨至120美元或跌至80美元的可能性均为50%，无风险利率为10%。请用二项式期权定价模型计算该看涨期权的价值。[北京航空航天大学2012年研]

答：构造一个无风险套期保值组合：以100美元买入1份股票，同时卖出m份以该股票为标的物的看涨期权。r为无风险利率，C为看涨期权的价值；S为股票当前价格。

当股票价格上涨时，期权价值 $C_u = 120 - 100 = 20$ （美元）；当股票价格下降时，期权价值 $C_d = 0$ 。股票价格上涨幅度 $u = 120/100 = 1.2$ ，股票价格下降幅度 $d = 80/100 = 0.8$ 。

该无风险套期保值组合在每种状态下的支付相等，有 $u \times S - m \times C_u = d \times S - m \times C_d$ ；

即 $120 - m \times 20 = 80 - m \times 0$ ，解得 $m = 2$ 。

又因为，该无风险套期保值组合期初的价格等于期末支付的现值，即 $(u \times S - m \times C_u) / (1 + r) = S - m \times C$ ，将相应数据代入解得， $C = 13.64$ （美元）。

2 黄铜的即期价格为每磅0.60美元。假定期货价格（每磅的美元数量）如下所示。

3 个月	0.59
6 个月	0.57
9 个月	0.54
12 个月	0.50

黄铜价格的年化波动率为40%，无风险利率为每年6%。采用二叉树对执行价格为0.60美元，期限为1年的美式看涨期权定价。在计算过程中将期限分成4个长度为3个月的时间区间。

答：在本题中， $\Delta t = 0.25$ 和 $\sigma = 0.4$ ，从而有：

$$u = e^{0.4\sqrt{0.25}} \approx 1.2214$$

$$d = 1/u \approx 0.8187$$

在风险中性的世界里，黄铜的增长率可用期货价格来估计。在头3个月的年增长率（连续复利）为：

$$4 \ln (0.59/0.60) \approx -6.72\%$$

因此，头3个月的参数p为：

$$(e^{-0.0672 \times 0.25} - 0.8187) / (1.2214 - 0.8187) \approx 0.4088$$

同理可得，随后三个季度里黄铜的增长率分别为 -13.79%、-21.63%和 -30.78%。

对第二个季度而言，参数p为：

$$(e^{-0.1379 \times 0.25} - 0.8187) / (1.2214 - 0.8187) \approx 0.3660$$

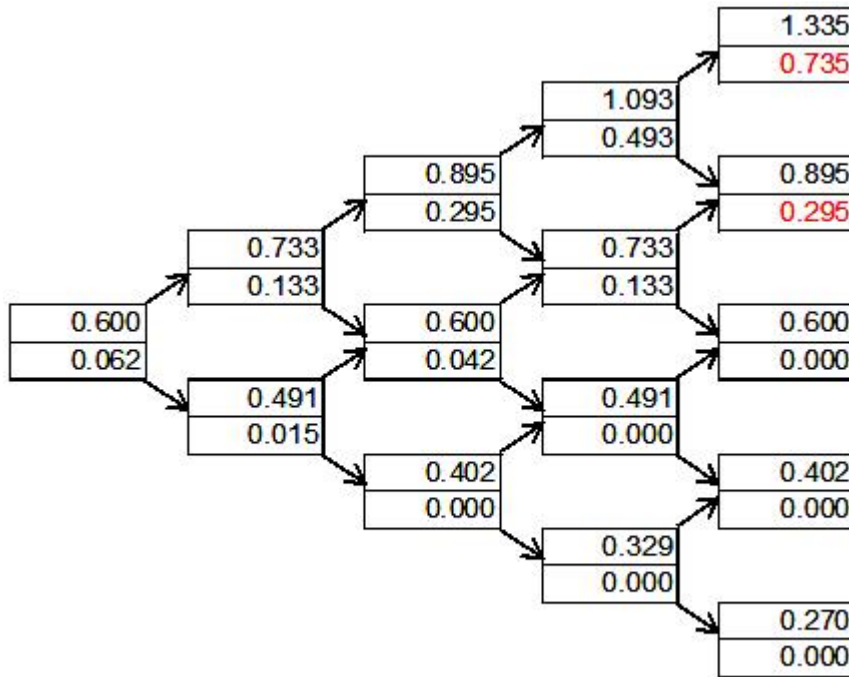
对第三个季度而言，参数p为：

$$(e^{-0.2163 \times 0.25} - 0.8187) / (1.2214 - 0.8187) \approx 0.3195$$

对第四个季度而言，参数p为：

$$(e^{-0.3078 \times 0.25} - 0.8187) / (1.2214 - 0.8187) \approx 0.2663$$

在风险中性世界里，黄铜价格变动的二叉树如图12-8所示，从图中可以看出期权的价格为0.062美元。



注：在每个节点上，上面的数字为铜价，下面数字为期权价格

图12-8 期权定价的二叉树

3 假定样本i和样本j之间的相关系数为 $\rho_{i, j}$ ，提供由标准正态分布抽取3个随机样本的公式。

答：假设 x_1, x_2 和 x_3 是从三个独立的正态分布中取出的随机样本。满足相关性结构的随机样本 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 和 ε_3 满足：

$$\varepsilon_1 = x_1$$

$$\varepsilon_2 = \rho_{12}x_1 + x_2\sqrt{1-\rho_{12}^2}$$

$$\varepsilon_3 = \alpha_1x_1 + \alpha_2x_2 + \alpha_3x_3$$

其中：

$$\alpha_1 = \rho_{13}$$

$$\alpha_1\rho_{12} + \alpha_2\sqrt{1-\rho_{12}^2} = \rho_{23}$$

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$$

即：

$$\alpha_1 = \rho_{13}$$

$$\alpha_2 = \frac{\rho_{23} - \rho_{13}\rho_{12}}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}}$$

$$\alpha_3 = \sqrt{1 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2}$$

4 白银期货上1年期的美式看涨期权执行价格为9美元。期货的当前价格为8.50美元，年化无风险利率为12%，期货价格的年化波动率为25%。使用DerivaGem软件，并以步长为3个月的4步二叉树对期权定价。显示树形结果并验证最后一步与倒数第2步结点上期权价格的正确性。采用DerivaGem对相应的欧式期权定价，并采用控制变量技巧改善美式期权价格的精度。

答：本题中， $F_0 = 8.5$ ， $K = 9$ ， $r = 0.12$ ， $T = 1$ ， $\sigma = 0.25$ ， $\Delta t = 0.25$ ，参数为：

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{0.25\sqrt{0.25}} \approx 1.1331$$

$$d = 1/u \approx 0.8825$$

$$a = 1$$

$$p = (a - d) / (u - d) = (1 - 0.8825) / (1.1331 - 0.8825) \approx 0.469$$

每步的贴现因子=0.9704
 时间步长, $dt=0.2500$ 年, 即91.25天
 每步的增长因子, $a=1.0000$
 价格上涨概率, $p=0.4688$
 价格上涨幅度, $u=1.1331$
 价格下跌幅度, $d=0.8825$

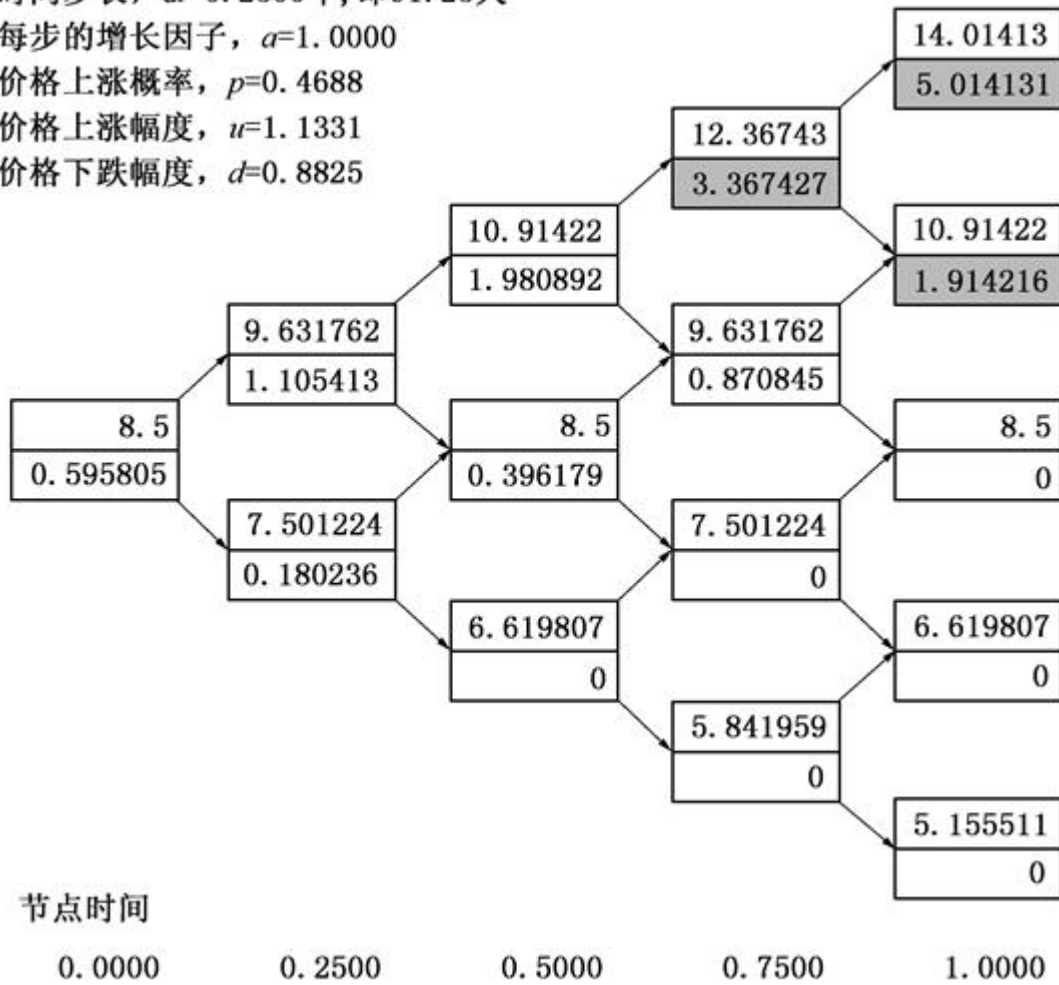


图12-9 美式期权定价的二叉树

每步的贴现因子=0.9704
 时间步长, $dt=0.2500$ 年, 即91.25天
 每步的增长因子, $a=1.0000$
 价格上涨概率, $p=0.4688$
 价格上涨幅度, $u=1.1331$
 价格下跌幅度, $d=0.8825$

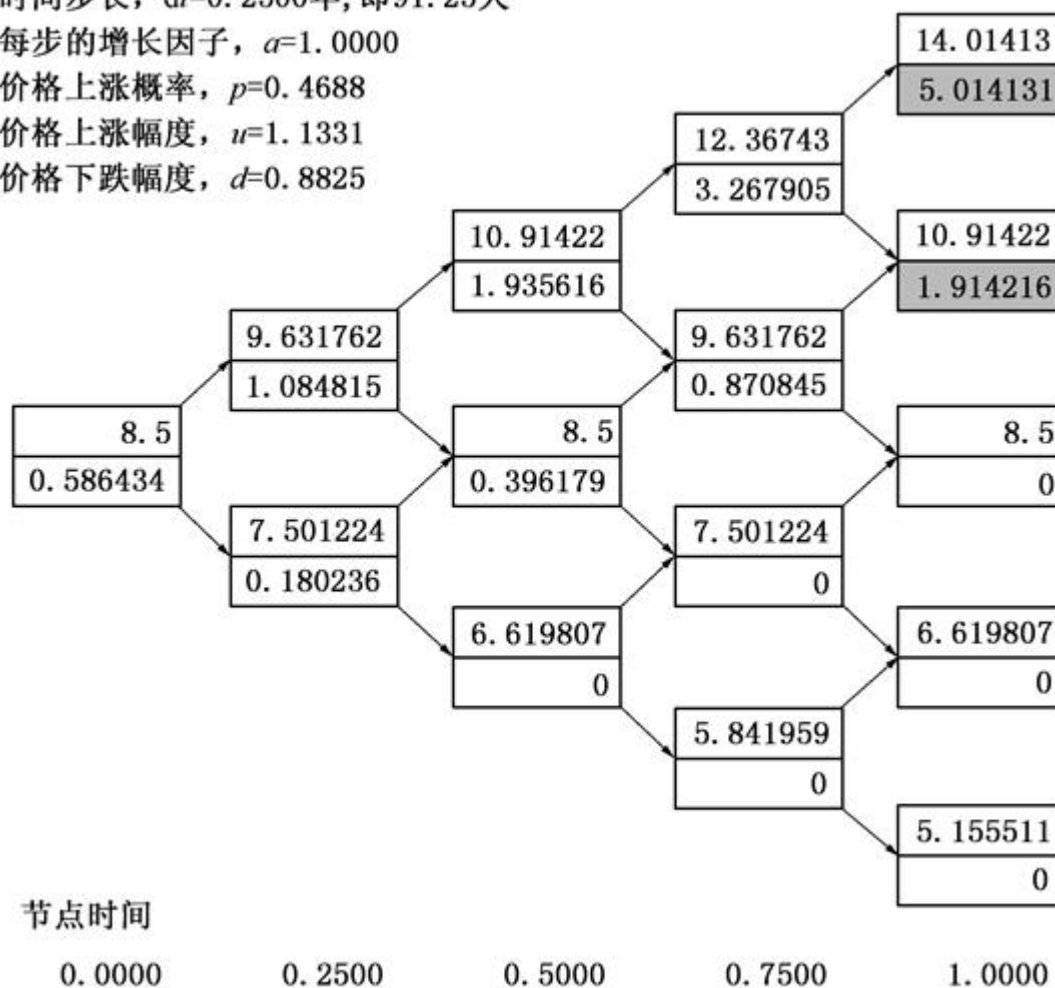


图12-10 欧式期权定价的二叉树

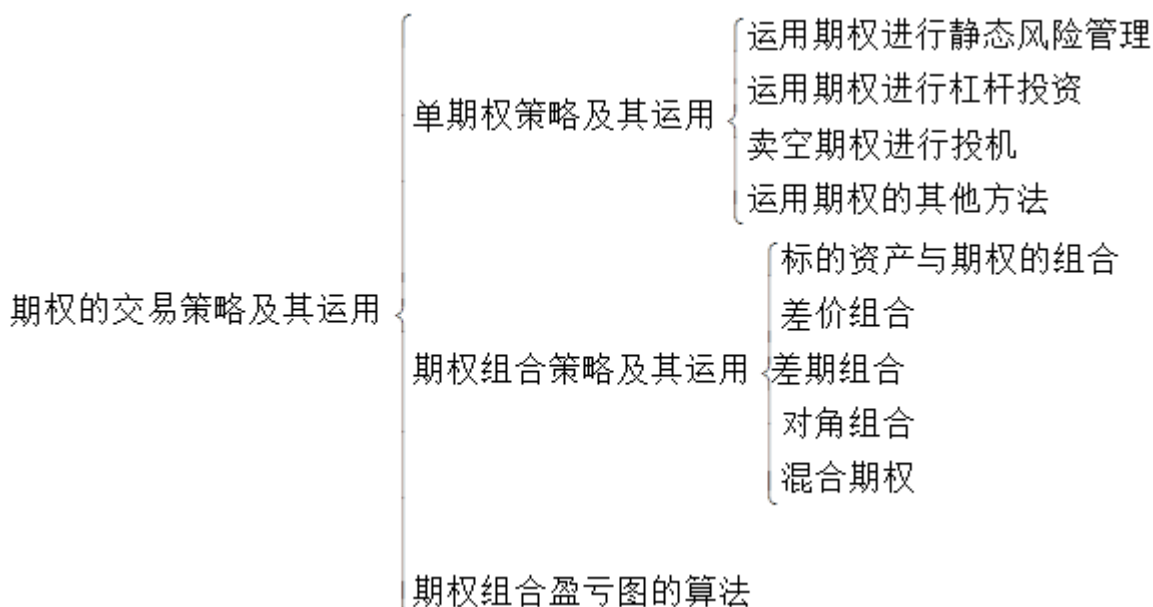
DerivaGem输出的对于美式期权的二叉树如图12-9所示。每一个节点上, 上方数值代表标的资产价格, 下方数值代表期权价格, 阴影部分表示期权已被行使, 其执行价格为9美元。因此, 期权的价值估计为0.596美元。DerivaGem为欧式期权做出的二叉树如图12-10所示, 类似地, 每一个节点上, 上方数值代表标的资产价格, 下方数值代表期权价格, 阴影部分表示期权已被行使, 其执行价格为9美元。期权的价值估计为0.586美元, Black-Scholes估计的期权价格为0.570美元。

因此, 用控制变量技术估计的美式期权价值为: $0.596 + 0.570 - 0.586 = 0.580$ (美元)。

第十三章 期权的交易策略及其运用

13.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、单期权策略及其运用

1 运用期权进行静态风险管理

(1) 四种基本期权头寸：看涨期权多头、看涨期权空头、看跌期权多头、看跌期权空头。其中，多头为期权的权利方，空头为期权的义务方。投资者根据自己对未来标的资产现货价格的预期（看涨或看跌）和风险偏好选择适合的头寸。

(2) 静态风险管理：在投资起初，针对需要被保值的组合，确定运用的套期工具以及份数、头寸，在整个投资期都不做调整。看涨期权可以保护资产价格上涨的风险，看跌期权可以保护资产价格下跌的风险。

2 运用期权进行杠杆投资

期权具有杠杆效应。在价格走势和投资者预期一致的情况下，一个小比例的价格变化可以通过期权获取放大后的收益；反之，则会放大损失。

3 卖空期权进行投机

期权价格不但取决于标的资产价格，还会受标的资产波动率的影响。因此，投机者可以运用期权获取标的资产波动带来的收益，既可以赌价格的涨跌，也可以赌波动率的升降，如图13-1所示。

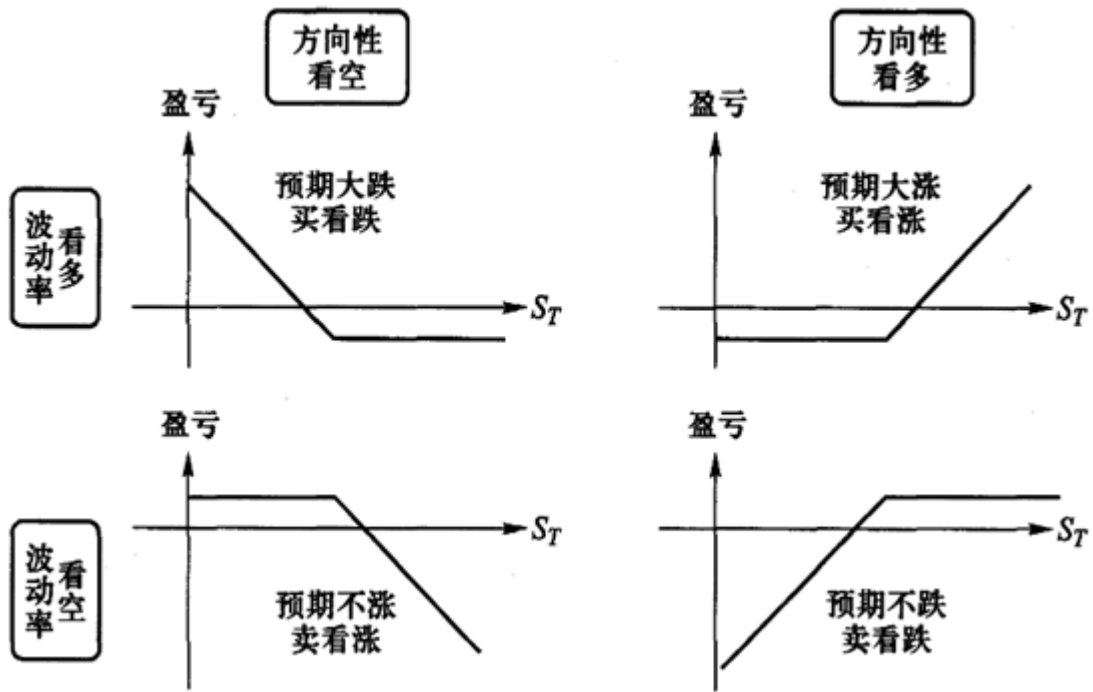


图13-1 运用期权进行投机

4 运用期权的其他方法

投资者还可以运用期权赚取短线收益、避税、提供金融解决方案、设计结构性理财产品等。

考点二、期权组合策略及其运用

1 标的资产与期权的组合

(1) 标的资产[多头] + 看涨期权[空头] (有担保的看涨期权, covered call)

盈亏情况如图13-2 (a) 所示。价格上升, 收益有限; 价格下降, 亏损增加。

(2) 标的资产[空头] + 看涨期权[多头]

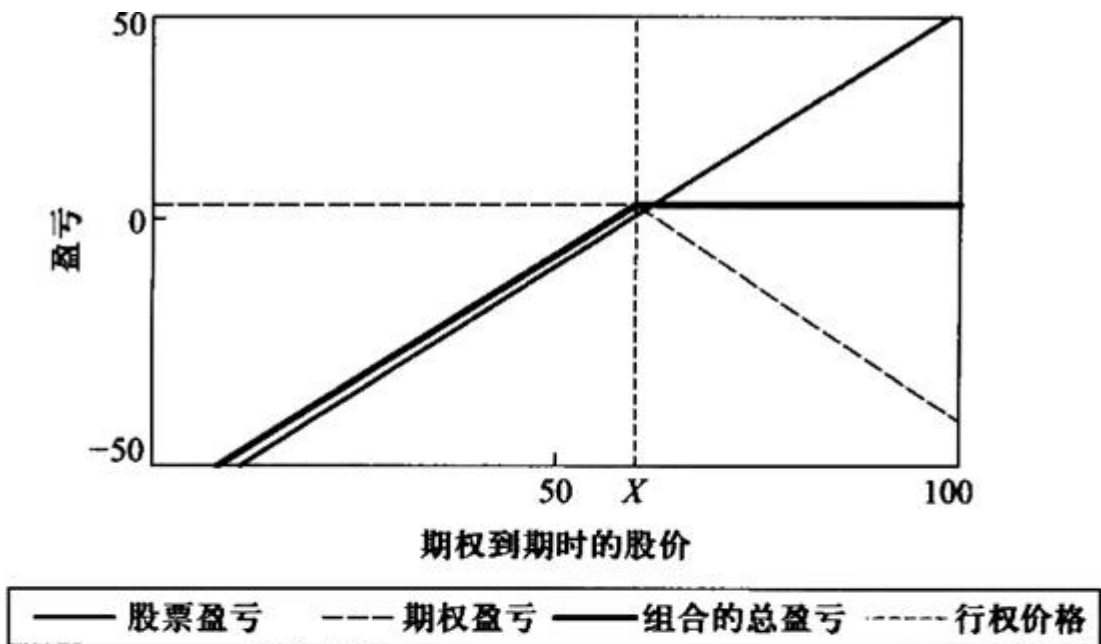
盈亏情况与图13-2 (a) 正好相反。价格上升, 亏损有限; 价格下降, 收益增加。

(3) 标的资产[多头] + 看跌期权[多头]

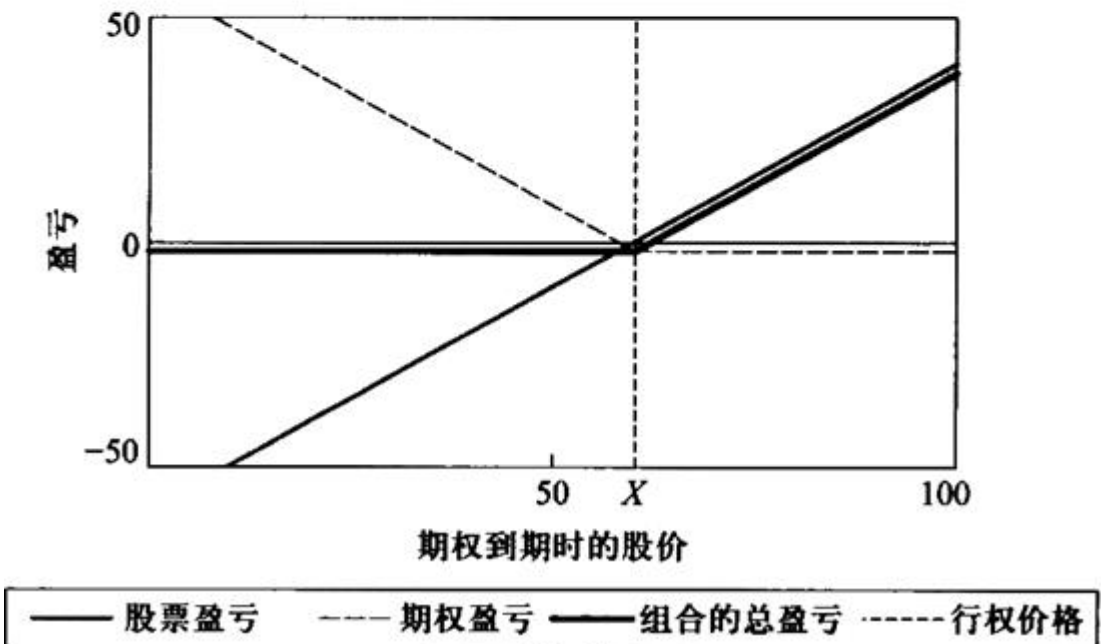
盈亏情况如图13-2 (b) 所示。价格上升, 收益上升; 价格下降, 亏损有限。

(4) 标的资产[空头] + 看跌期权[空头]

盈亏情况与图13-2 (b) 正好相反。价格上升, 亏损增加; 价格下降, 收益有限。



(a) 标的资产多头与看涨期权空头的组合



(b) 标的资产多头与看跌期权多头的组合

图13-2 标的资产与期权组合的盈亏分布图

2 差价组合

差价组合 (spreads)，指持有期限相同，但执行价格不同的两个或多个同种（即同为看涨或同为看跌）期权的组合。主要有以下类型：

(1) 牛市差价组合 (bull spreads)

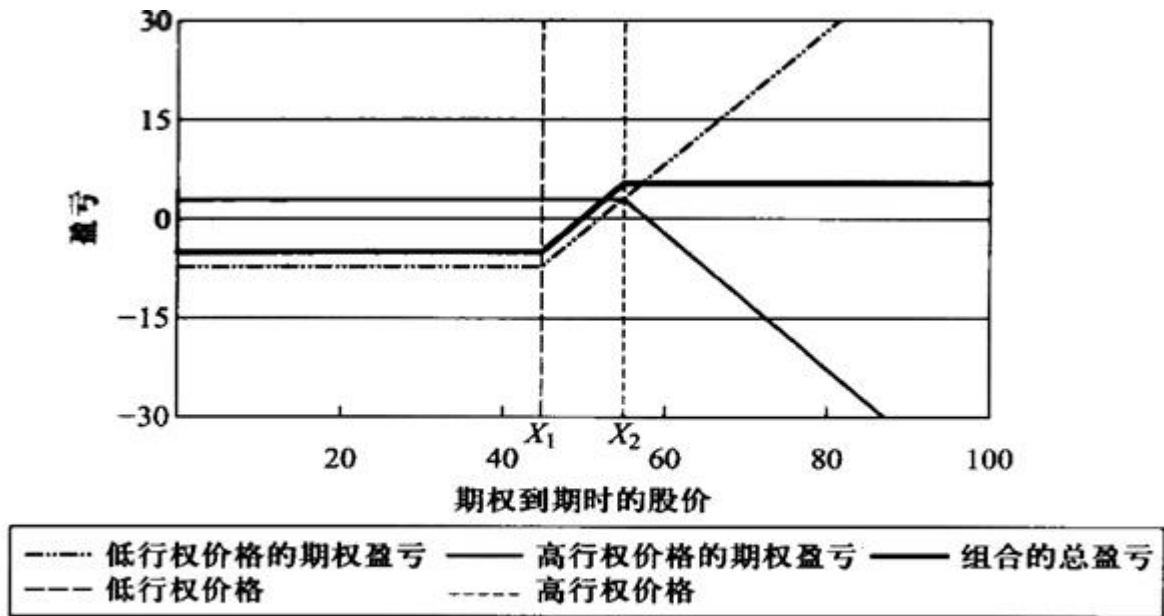
① 构成：一份看涨期权多头 + 一份同期限、执行价格更高的看涨期权空头；或者一份看跌期权多头 + 一份相同期限、执行价格更高的看跌期权空头。

② 应对市场情形：

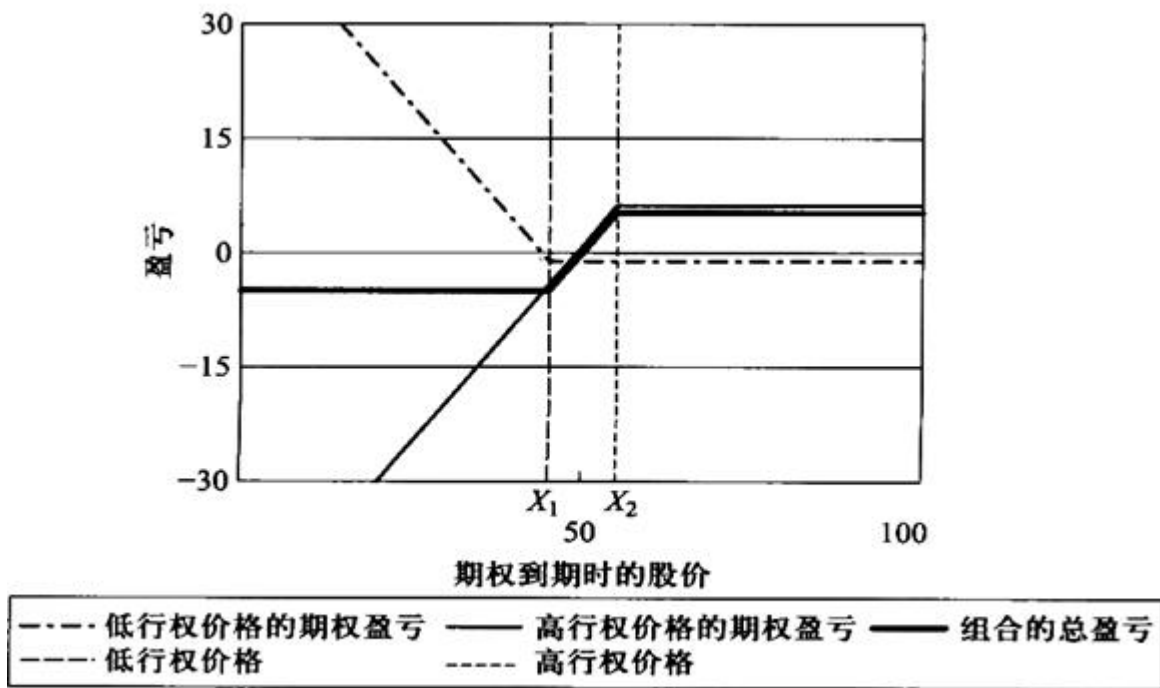
a. 期权相对价格不合理，即投资者可以同时卖出价格被相对高估的期权，买入价格被相对低估的期权；

- b. 投资者预计标的资产价格上升但是幅度不会太大，牛市差价组合比直接购买看涨期权成本低；
- c. 针对现持有的期权进行风险管理。

③ 盈亏 (见图13-3)



(a) 看涨期权构造的牛市差价组合



(b) 看跌期权构造的牛市差价组合

图13-3 牛市差价组合

(2) 熊市差价组合 (bear spreads)

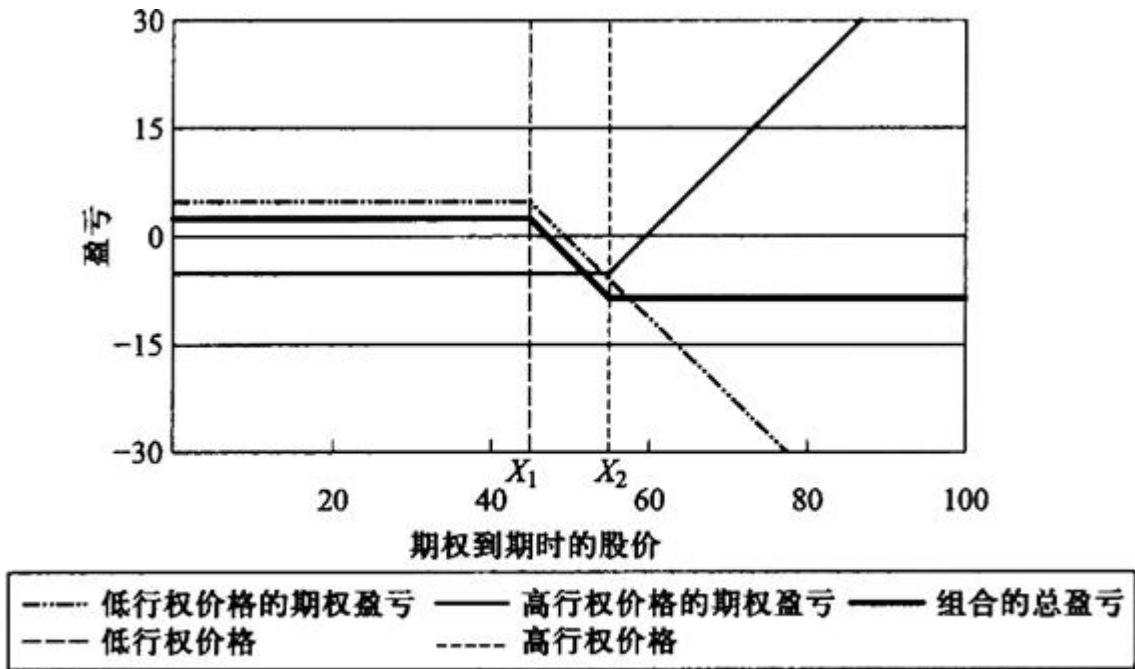
① 构成：一份看涨期权多头 + 一份同期限、执行价格更低的看涨期权空头；或者一份看跌期权多头 + 一份相同期限、执行价格更低的看跌期权空头。

② 应对市场情形：

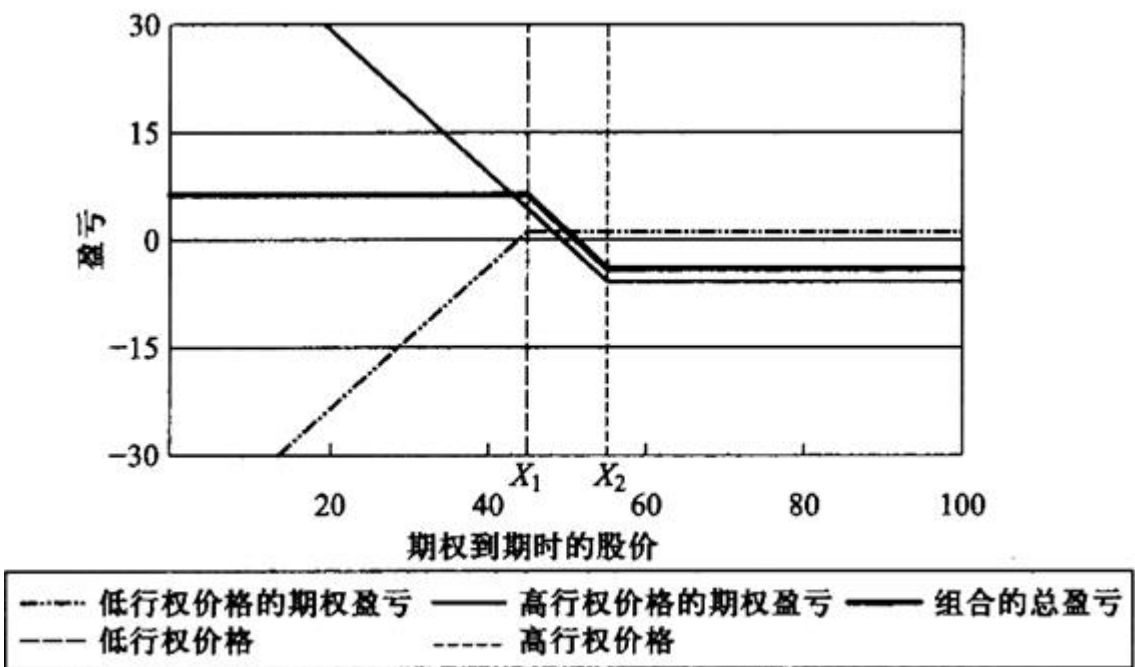
- a. 期权相对价格不合理，即投资者可以同时卖出价格被相对高估的期权，买入价格被相对低估的期权；
- b. 投资者预计标的资产价格下跌但是幅度不会太大，熊市差价组合比直接购买看跌期权成本低；

c. 针对现持有的期权进行风险管理。

③ 盈亏 (见图13-4)



(a) 看涨期权构造的熊市差价组合



(b) 看跌期权构造的熊市差价组合

图13-4 熊市差价组合

(3) 蝶式差价组合 (butterfly spreads)

① 构成: 四份具有相同期限, 不同执行价格的同种期权。

② 分类与盈亏:

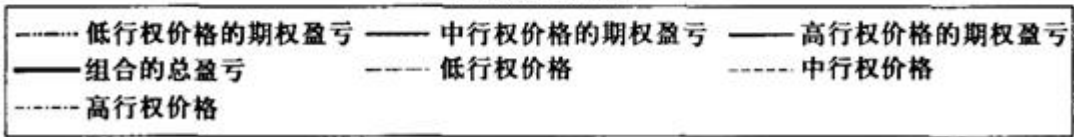
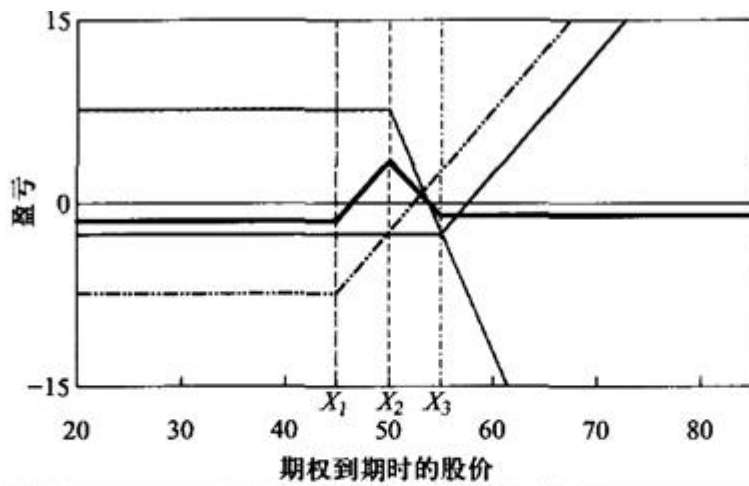
假设有三种不同的执行价格 X_1 、 X_2 、 X_3 , 满足: $X_1 < X_2 < X_3$ 且 $X_2 = (X_1 + X_3) / 2$ 。

a. 看涨期权的正向蝶式差价组合: X_1 和 X_3 的看涨期权多头 + 两份 X_2 看涨期权空头。

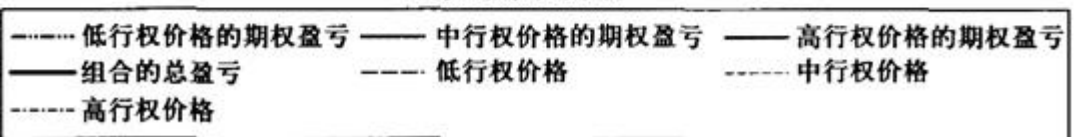
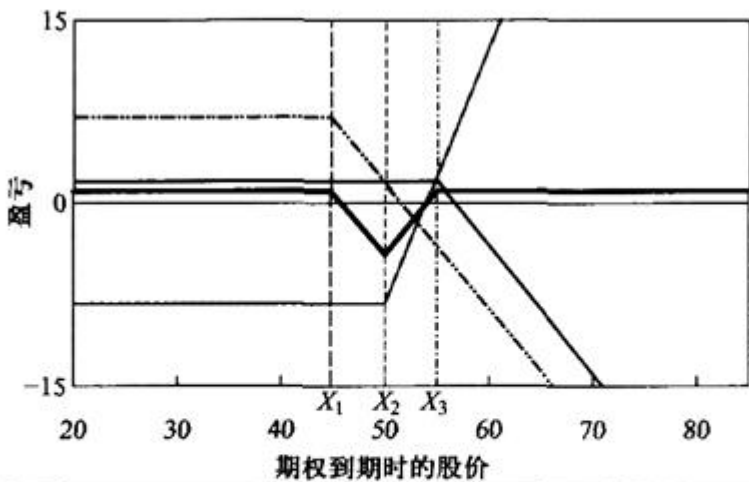
盈亏如表13-1和图13-5 (a) 所示。

表13-1 看涨期权构造的正向蝶式差价组合盈亏分布

S_T 的范围	c_1 盈亏	两份 c_2 盈亏	c_3 盈亏	总盈亏
$S_T \leq X_1$	$-c_1$	$2c_2$	$-c_3$	$2c_2 - c_1 - c_3$
$X_1 < S_T \leq X_2$	$S_T - X_1 - c_1$			$S_T - X_1 - c_1 - c_3 + 2c_2$
$X_2 < S_T \leq X_3$		$X_3 - S_T + 2c_2 - c_1 - c_3$		
$S_T > X_3$		$2X_2 - 2S_T + 2c_2$	$S_T - X_3$	$2c_2 - c_1 - c_3$



(a) 看涨期权正向蝶式差价组合



(b) 看涨期权反向蝶式差价组合

图13-5 蝶式差价组合

- b. 看涨期权的反向蝶式差价组合： X_1 和 X_3 的看涨期权空头 + 两份 X_2 看涨期权多头。盈亏图由图13-5 (b) 所示。
- c. 看跌期权的正向蝶式差价组合： X_1 和 X_3 的看跌期权多头 + 两份 X_2 看跌期权空头。盈亏图类似图13-5 (a) 。

d. 看跌期权的反向蝶式差价组合： X_1 和 X_3 的看跌期权空头 + 两份 X_2 看跌期权多头。盈亏图类似图13-5 (b)。

③ 应对市场情形：正向蝶式差价组合在市场波动较小时才有盈利的可能，反向蝶式差价组合在市场波动较大时才有盈利的可能。

3 差期组合

差期组合 (calendar spreads)，指持有两份执行价格相同、期限不同的同种期权、不同头寸的期权组合。主要有以下类型：

- (1) 看涨期权的正向差期组合：看涨期权 T^* 多头 + 看涨期权 T 空头；
- (2) 看涨期权的反向差期组合：看涨期权 T 多头 + 看涨期权 T^* 空头；
- (3) 看跌期权的正向差期组合：看跌期权 T^* 多头 + 看跌期权 T 空头；
- (4) 看跌期权的反向差期组合：看跌期权 T 多头 + 看跌期权 T^* 空头。

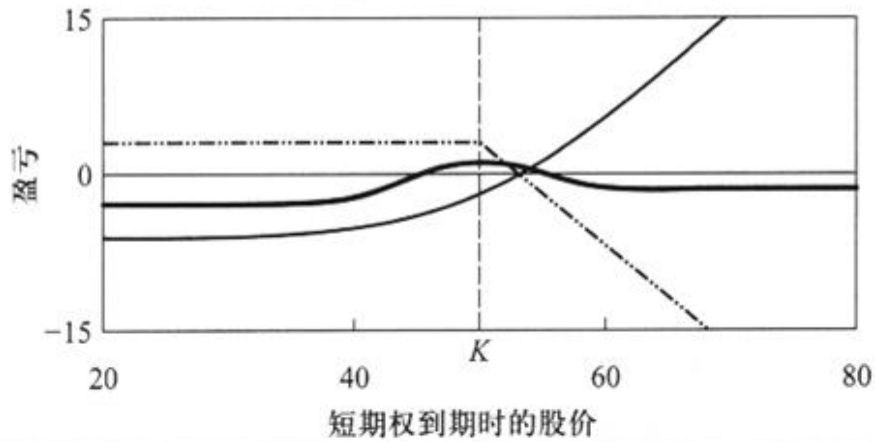
看涨期权的正向差期组合的盈亏分布如表13-2所示：

表13-2 看涨期权的正向差期组合的盈亏分布

S_T 的范围	看涨期权多头盈亏	看涨期权空头盈亏	总盈亏
$S_T \rightarrow \infty$	趋近 $S_T - Xe^{-r(T^*-T)} - c_1$	$X - S_T + c_2$	趋近 $X - Xe^{-r(T^*-T)} + c_2 - c_1$
$S_T = X$	$X - Xe^{-r(T^*-T)} + c_{1T} - c_1$	c_2	$X - Xe^{-r(T^*-T)} + c_2 - c_1 + c_{1T}$
$S_T \rightarrow 0$	趋近 $-c_1$	c_2	趋近 $c_2 - c_1$

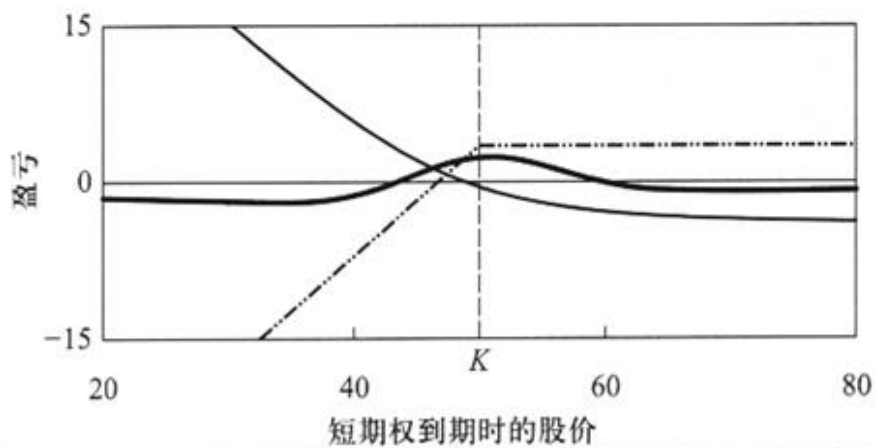
其中， c_1 和 c_2 分别表示期限较长和较短的看涨期权初始价格， c_{1T} 和 c_{2T} 则表示在 T 时刻的价格。

根据表13-2，可以得到看涨期权正向差期组合盈亏图，如图13-6 (a) 所示；看涨期权反向差期组合的盈亏图与之相反。图13-6 (b) 表示看跌期权正向差期组合盈亏图；看跌期权反向差期组合的盈亏与之相反。



----- 期限短的期权盈亏 —— 期限长的期权盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

(a) 看涨期权的正向差期组合



----- 期限短的期权盈亏 —— 期限长的期权盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

(b) 看跌期权的正向差期组合

图13-6 差期组合

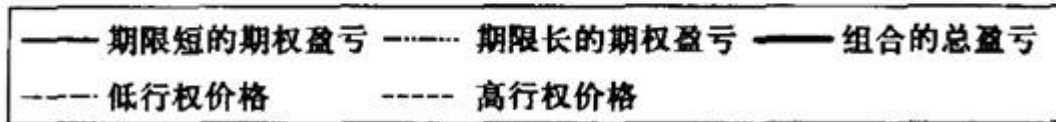
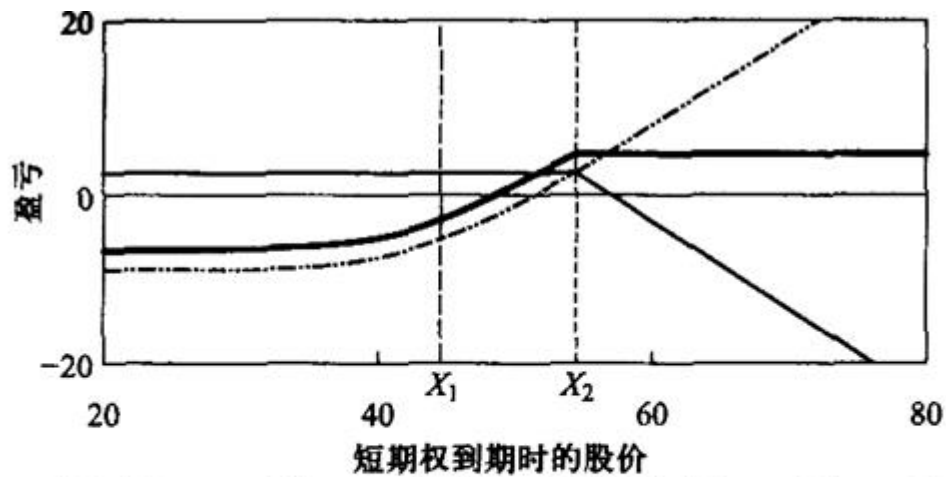
4 对角组合

对角组合 (diagonal spreads), 指持有两份执行价格不同 ($X_1 < X_2$)、期限也不同 ($T < T^*$) 的同种期权、不同头寸组合。主要有以下类型:

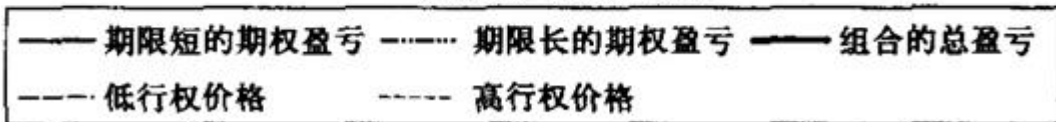
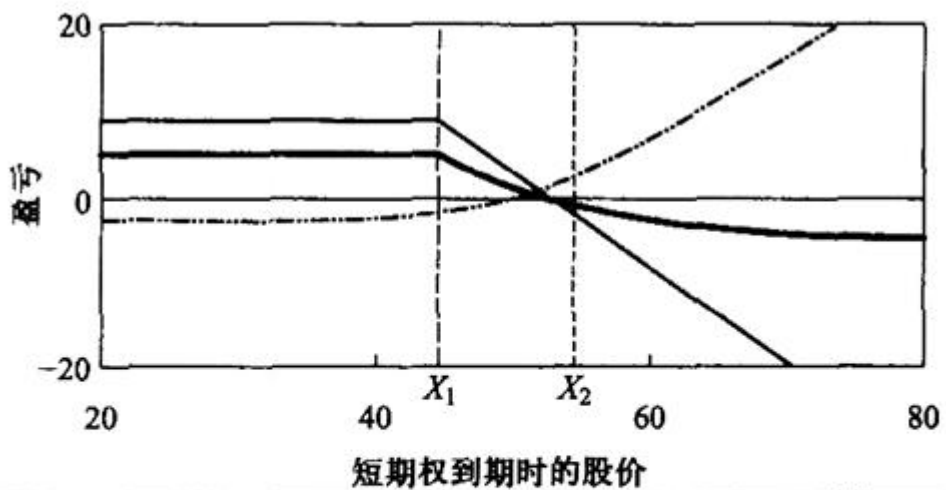
- (1) 看涨期权的牛市正向对角组合: (X_1, T^*) 多头 + (X_2, T) 空头。盈亏状况如表13-3和图13-7 (a) 所示。
- (2) 看涨期权的熊市反向对角组合: (X_1, T^*) 空头 + (X_2, T) 多头。盈亏图与图13-7 (a) 相反。
- (3) 看涨期权的熊市正向对角组合: (X_2, T^*) 多头 + (X_1, T) 多头。盈亏图如图13-7 (b) 所示。
- (4) 看涨期权的牛市反向对角组合: (X_2, T^*) 空头 + (X_1, T) 多头。盈亏图与图13-7 (b) 相反。
- (5) 看跌期权的牛市正向对角组合: (X_1, T^*) 多头 + (X_2, T) 空头。盈亏图如图13-7 (c) 所示。
- (6) 看跌期权的熊市反向对角组合: (X_1, T^*) 空头 + (X_2, T) 多头。盈亏图与图13-7 (c) 相反。
- (7) 看跌期权的熊市正向对角组合: (X_2, T^*) 多头 + (X_1, T) 空头。盈亏图如图13-7 (d) 所示。
- (8) 看跌期权的牛市反向对角组合: (X_2, T^*) 空头 + (X_1, T) 多头。盈亏图与图13-7 (d) 相反。

表13-3 看涨期权的牛市正向对角组合的盈亏状况

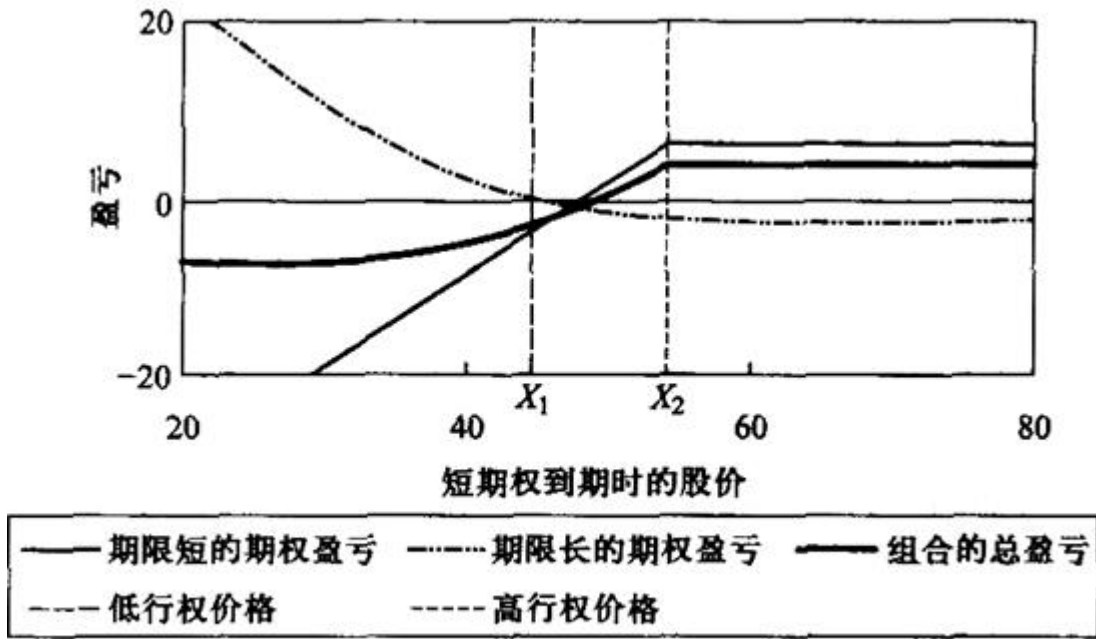
S_T 的范围	(X_1, T^*) 多头的盈亏	(X_2, T) 空头的盈亏	总盈亏
$S_T \rightarrow \infty$	趋近 $S_T - X_1 e^{-r(T^*-T)}$	$X_2 - S_T + c_2$	趋近 $X_2 - X_1 e^{-r(T^*-T)} + c_2 - c_1$
$S_T = X_2$	$X_2 - X_1 e^{-r(T^*-T)} + c_{1T} - c_1$	c_2	$X_2 - X_1 e^{-r(T^*-T)} + c_2 - c_1 + c_{1T}$
$S_T \rightarrow 0$	趋近 $-c_1$	c_2	趋近 $c_2 - c_1$



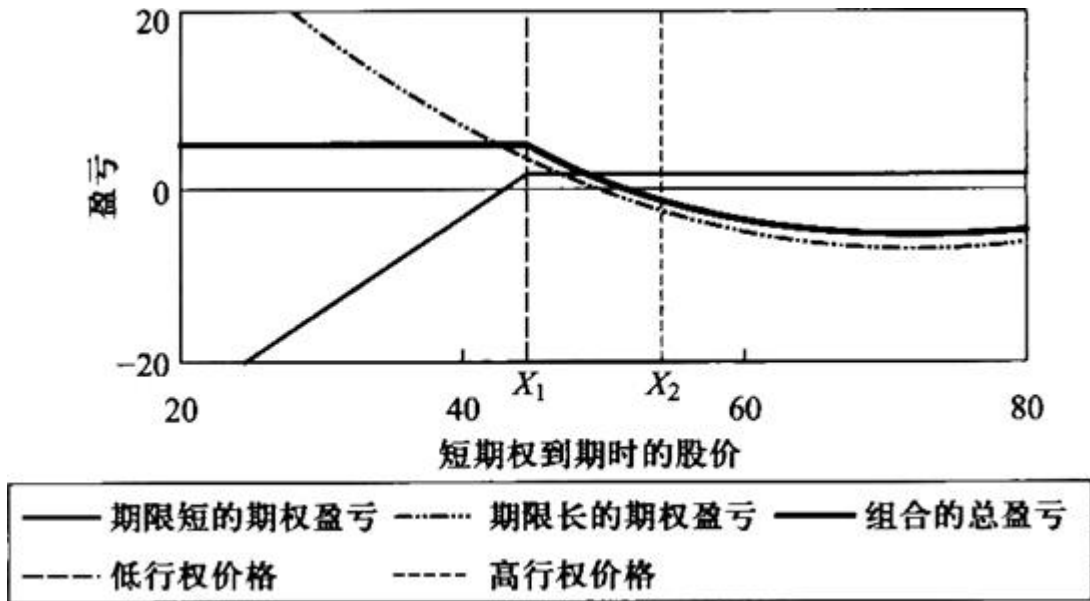
(a) 看涨期权的牛市正向对角组合



(b) 看涨期权的熊市正向对角组合



(c) 看跌期权的牛市正向对角组合



(d) 看跌期权的熊市正向对角组合

图13-7 对角组合

5 混合期权

混合期权，指由看涨期权和看跌期权构成的组合。主要有以下类型：

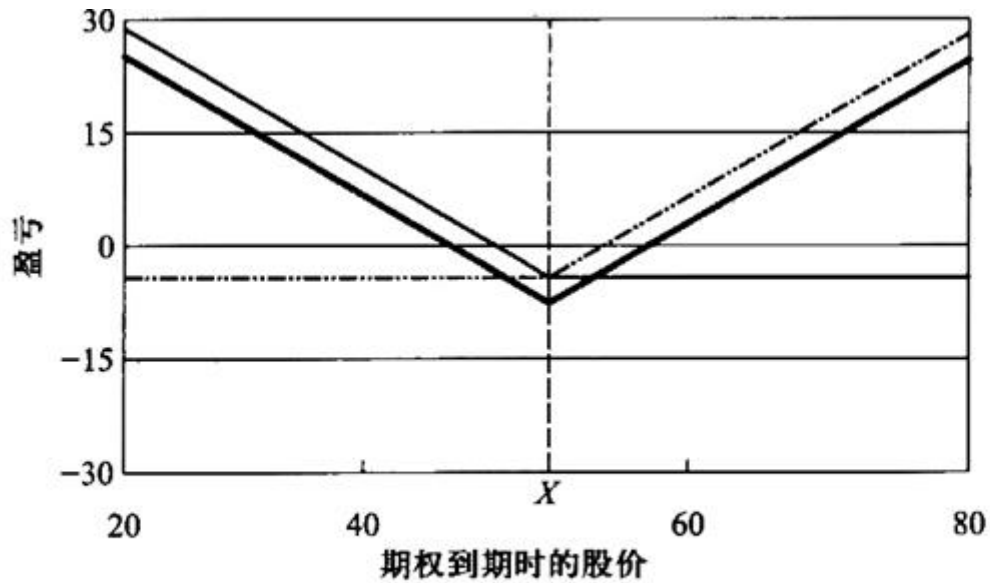
(1) 跨式组合 (straddle)

① 构成：由相同执行价格、相同期限的一份看涨期权和一份看跌期权组成。

② 分类与盈亏：

a. 底部跨式组合：两份都是多头，看多波动率 (long volatility) 策略，盈亏如图13-8所示；

b. 顶部跨式组合：两份都是空头，看空波动率 (short volatility) 策略，盈亏与图13-8相反。



----- 看涨期权的盈亏 —— 看跌期权的盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

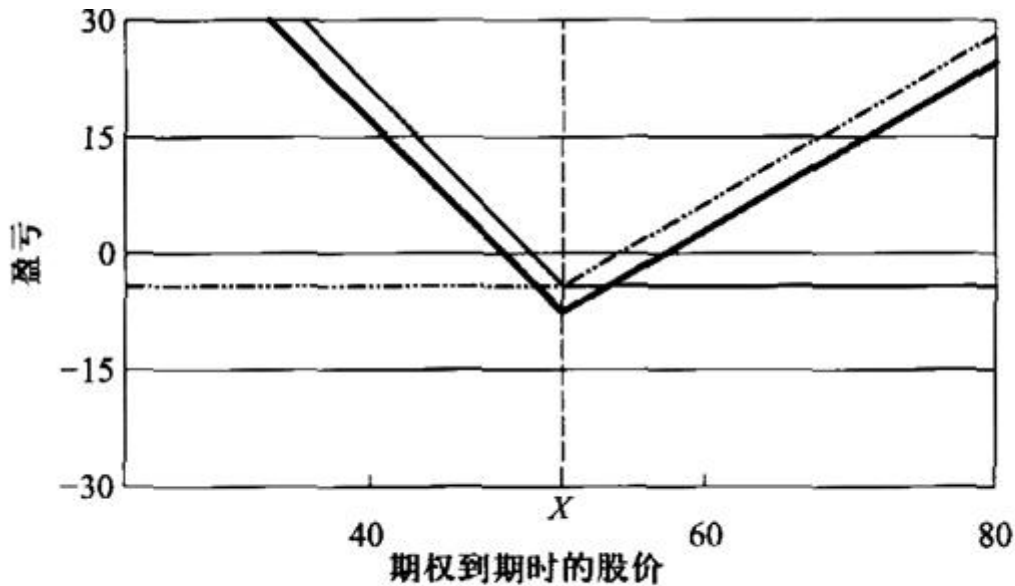
图13-8 底部跨式组合

(2) 条式组合和带式组合

① 条式组合 (strip)

由相同执行价格、相同期限的一份看涨期权和两份看跌期权组成。

- a. 底部条式组合：都是多头，盈亏如图13-9所示。
- b. 顶部条式组合：都是空头，盈亏与图13-9相反。



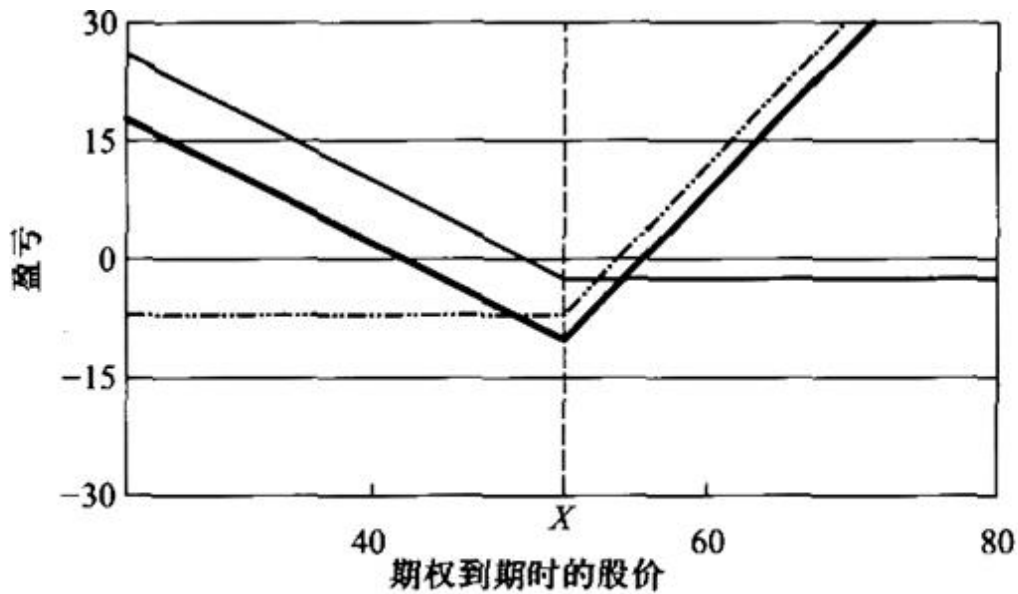
----- 看涨期权的盈亏 —— 看跌期权的盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

图13-9 底部条式组合

② 带式组合 (strap)

由相同执行价格、相同期限的两份看涨期权和一份看跌期权组成。

- a. 底部带式组合：都是多头，盈亏如图13-10所示。
- b. 顶部带式组合：都是空头，盈亏与图13-10相反。



..... 看涨期权的盈亏 —— 看跌期权的盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

图13-10 底部带式组合

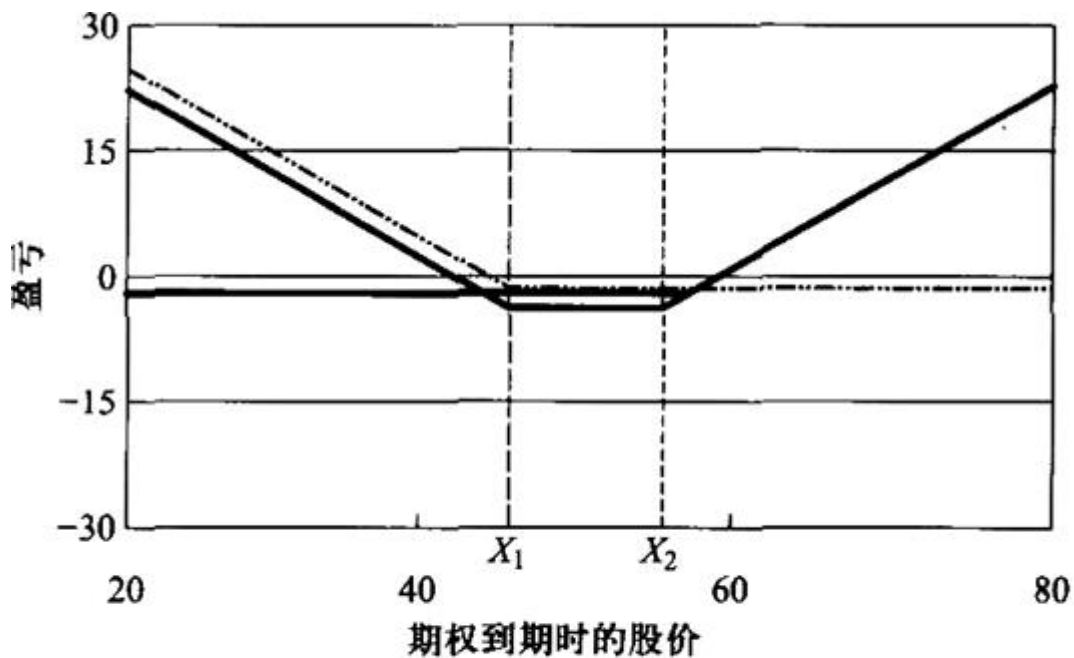
(3) 勒式组合 (strangle)

① 构成：由相同到期日、执行价格不同的一份看涨期权（执行价格高）和一份看跌期权（执行价格低）组成，适用于资产价格有大幅度变化的情况。

② 分类与盈亏：

a. 底部勒式组合：由多头构成，盈亏如图13-11所示。

b. 顶部勒式组合：由空头构成，盈亏与图13-11相反。



..... 看跌期权盈亏 —— 看涨期权盈亏 —— 组合的总盈亏
 ---- 低行权价格 ---- 高行权价格

图13-11 底部勒式组合

考点三、期权组合盈亏图的算法

若用 (+1) 表示正斜率, 用 (-1) 表示负斜率, 用 (0) 表示水平, 用逗号表示分隔点, 则基本头寸如下:

- (1) 看涨多头: (0, +1)
- (2) 看涨空头: (0, -1)
- (3) 看跌多头: (-1, 0)
- (4) 看跌空头: (+1, 0)
- (5) 标的资产多头: (+1, +1)
- (6) 标的资产空头: (-1, -1)

基本头寸可以两两之间进行组合, 例如 $(0, +1) = (-1, 0) + (+1, +1)$, 即看涨多头 = 看跌多头 + 标的资产多头, 如图13-12所示:

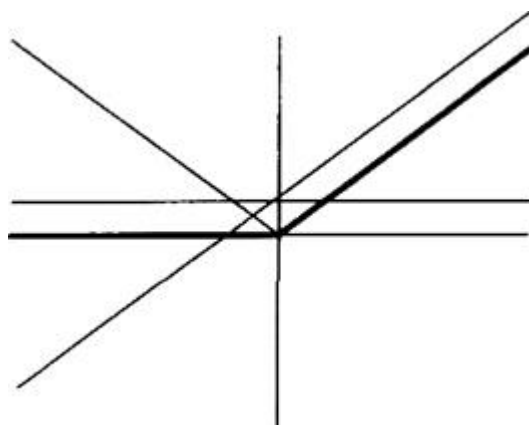


图13-12 看涨多头的分解

13.2 课后习题详解

1 请用看涨期权、看跌期权平价证明用欧式看跌期权构造蝶式差价组合的成本等于用欧式看涨期权构造蝶式差价组合的成本。

答：以正向蝶式差价组合为例。

假设有三种不同的执行价格 X_1 、 X_2 、 X_3 ，满足： $X_1 < X_2 < X_3$ 且 $X_2 = (X_1 + X_3) / 2$ 。看涨期权的正向蝶式差价组合由行权价格分别为 X_1 和 X_3 的看涨期权多头和两份行权价格为 X_2 的看涨期权空头组成；看跌期权的正向蝶式差价组合由行权价格分别为 X_1 和 X_3 的看跌期权多头和两份行权价格为 X_2 的看跌期权空头组成。

看涨期权构造的蝶式差价组合初始投资为 $2c_2 - c_1 - c_3$ ，看跌期权构造的蝶式差价组合的初始投资为 $2p_2 - p_1 - p_3$ ，因此，两者初始投资之差等于 $2(c_2 - p_2) - (c_1 - p_1) - (c_3 - p_3)$ 。

由看跌看涨期权平价公式可知， $c_i - p_i = S - X_i e^{-r(T-t)}$ ， $i = 1, 2, 3$ ，而 $X_2 = (X_1 + X_3) / 2$ ，因此两者初始投资是相等的。两者的最终收益差距如表13-4所示：

表13-4 看涨期权和看跌期权构造的蝶式差价组合的盈亏分析

S_T 的范围	看涨期权构造的蝶式 差价组合	看跌期权构造的蝶式 差价组合	收益差异
$S_T \leq X_1$	$2c_2 - c_1 - c_3$	$2p_2 - p_1 - p_3$	$2c_2 - c_1 - c_3 - (2p_2 - p_1 - p_3)$ $= 2(c_2 - p_2) - (c_1 - p_1 + c_3 - p_3) = 2(X_2 e^{-rt} - S) - (X_1 e^{-rt} - S + X_3 e^{-rt} - S)$ $= e^{-rt} (2X_2 - X_1 - X_3)$
$X_1 < S_T \leq X_2$	$S_T - X_1 + 2c_2 - c_1 - c_3$	$S_T - X_1 + 2p_2 - p_1 - p_3$	同上
$X_2 < S_T \leq X_3$	$X_3 - S_T + 2c_2 - c_1 - c_3$	$X_3 - S_T + 2p_2 - p_1 - p_3$	同上
$S_T > X_3$	$2c_2 - c_1 - c_3$	$2p_2 - p_1 - p_3$	同上

可见，两者最终收益都相同。

2 箱型差价组合 (Box Spread) 由看涨期权的牛市差价组合和看跌期权的熊市差价组合组成。两个差价组合的行权价格都是 K_1 和 K_2 。所有期权的期限都一样，请分析该箱型组合的结果。

答：设行权价格 $X_2 > X_1$ ，则收益情况如表13-5所示：

表13-5 箱型差价组合的盈亏分析

S_T 的范围	看涨期权牛市价差组合	看跌期权熊市价差组合	收益
$S_T > X_2$	$X_2 - X_1 + c_2 + c_1$	$p_1 - p_2 - X_2$	$X_2 - X_1 + c_2 - c_1 + p_1 - p_2 - X_2 =$ $(c_2 - p_2) - (c_1 - p_1) - X_1 =$ $(S_0 - X_2 e^{-rt}) - (S_0 - X_1 e^{-rt}) - X_1 =$ $-X_1 = X_1 (e^{-rt} - 1) - X_2 < 0$
$X_1 < S_T < X_2$	$S_T - X_2 + c_2 - c_1$	$p_1 - p_2 + X_2$	$S_T + X_2 - X_1 + c_2 - p_2 - (c_1 - p_1) =$ $S_T + X_2 - X_1 + (S_0 - X_2 e^{-rt}) -$ $(S_0 - X_1 e^{-rt}) = S_T + (X_2 - X_1) -$ $(X_2 - X_1) e^{-rt} > X_2 - (X_2 - X_1) e^{-rt} > 0$
$S_T < X_1$	$c_2 - c_1$	$X_1 - X_2 + p_1 - p_2$	$X_1 - X_2 + c_2 - p_2 - (c_1 - p_1) =$ $(S_0 - X_2 e^{-rt}) - (S_0 - X_1 e^{-rt}) +$ $X_1 - X_2 = (X_1 - X_2) (e^{-rt} + 1) < 0$

3 购买行权价格为 K_2 、到期日为 T_2 的看涨期权和出售行权价格为 K_1 、到期日为 T_1 ($T_2 > T_1$) 的看涨期权, 可构造对角价差期权, 画简图分别说明当 $K_2 > K_1$ 和 $K_2 < K_1$ 时的情况。

答: 当 $K_2 > K_1$, 该组合为看涨期权的熊市正向对角组合, 损益图如图13-13所示。

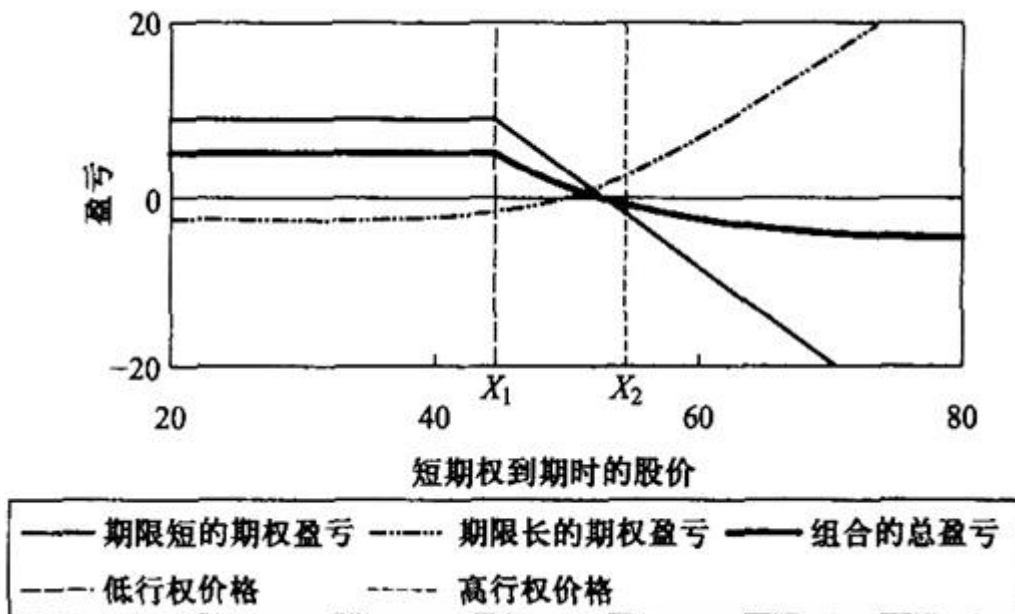
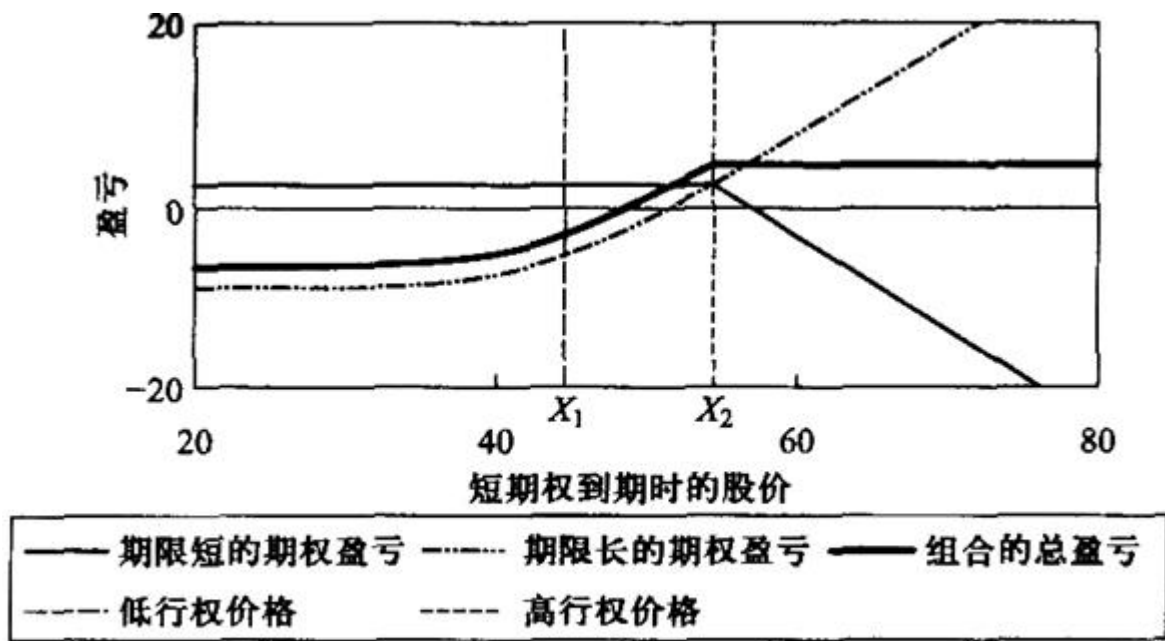


图13-13 看涨期权的熊市正向对角组合

当 $K_2 < K_1$ ，该组合为看涨期权的牛市正向对角组合，损益图如图13-14所示。



(a) 看涨期权的牛市正向对角组合

图13-14 看涨期权的牛市正向对角组合

4 三种同一股票看跌期权有相同的到期日。行权价格为55元、60元和65元，市场价格分别为3元、5元和8元。解释如何构造蝶式差价期权。请用一个表格说明这种策略带来的盈利性。股票价格在什么范围时，蝶式差价期权将导致损失？

答：可构建看跌期权的正向蝶式差价组合和看跌期权的反向蝶式差价组合。前者由行权价格分别为55元和65元的看跌期权多头和两份行权价格为60元的看跌期权空头组成；后者由行权价格分别为55元和65元的看跌期权空头和两份行权价格为60元的看跌期权多头组成。

以正向蝶式差价组合为例，损益情况如表13-6所示。

表13-6 看跌期权的正向蝶式差价组合损益情况

S_T 的范围	看跌期权多头	看跌期权空头	损益
$S_T > 65$	$-p_3 - p_1 = -11$	$2p_2 = 10$	$2p_2 - p_1 - p_3 = -1$
$60 < S_T < 65$	$X_3 - S_T - p_3 - p_1 =$ $54 - S_T$	$2p_2 = 10$	$X_3 - S_T + 2p_2 - p_3 - p_1 =$ $64 - S_T$
$55 < S_T < 60$	$X_3 - S_T - p_3 - p_1 =$ $54 - S_T$	$2p_2 - 2S_T = 10 - 2S_T$	$X_3 - 3S_T + 2p_2 - p_3 - p_1 =$ $64 - 3S_T$
$S_T < 55$	$X_3 + X_1 - 2S_T - p_3$ $- p_1 = 109 - 2S_T$	$2p_2 - 2S_T = 10 - 2S_T$	$X_3 + X_1 - 4S_T + 2p_2 - p_3 -$ $p_1 = 119 - 2S_T$

5 试证明以下说法：对于标的资产、行权价格和剩余期限相同的期权，用看涨期权来构造牛市差价期权，初始现金流为负，但期末回报较大；用看跌期权来构造牛市差价组合，初始现金流为正，但期末回报较小。因此从理论上说两者的期末回报是等价的。

答：(1) 牛市差价组合可以由“一份看涨期权多头 + 一份同期限、执行价格更高的看涨期权空头”或者“一份看跌期权多头 + 一份相同期限、执行价格更高的看跌期权空头”构成。在期权相对价格不合理，即投资者可以同时卖出价格被相对高估的期权，买入价格被相对低估的期权的情况下，若投资者预计标的资产价格上升，构建牛市差价组合比直接购买看涨期权成本低。

(2) 由于行权价格越高，看涨期权价格越低，因此用看涨期权构造的牛市差价组合期初现金流为负，但期末回报较大；而行权价格越高，看跌期权价格越高，因此用看跌期权构造的牛市差价组合期初现金流为正，但期末回报较小。设行权价格为 X_1 和 X_2 ， $X_2 > X_1$ 。则两者的最终收益差距如表13-7所示：

表13-7 看涨期权和看跌期权构造的牛市差价组合的盈亏分析

S_T 的范围	看涨期权牛市 价差组合	看跌期权牛市 价差组合	收益差异
$S_T > X_2$	$X_2 - X_1 + c_2 - c_1$	$p_2 - p_1$	$X_2 - X_1 + c_2 - c_1 - p_2 + p_1 = X_2 - X_1 + (c_2 - p_2) - (c_1 - p_1)$ $= X_2 - X_1 + (S_0 - X_2 e^{-rt}) - (S_0 - X_1 e^{-rt}) = (X_2 - X_1)(1 - e^{-rt}) > 0$
$X_1 < S_T < X_2$	$S_T - X_1 + c_2 - c_1$	$S_T - X_2 + p_2 - p_1$	同上
$S_T < X_1$	$c_2 - c_1$	$X_1 - X_2 + p_2 - p_1$	同上

由上表可知，不论将来资产的价格如何变动，前者的最终收益始终大于后者。

6 运用期权如何构造出具有确定交割价格和交割日期的远期合约？在什么条件下，其他方面完全相同的看涨期权比看跌期权价格贵？

答：(1) 通过持有执行价格相同、到期时间相同的看涨期权多头和看跌期权空头可以构造出具有确定交割价格（即期权执行价）、交割日期的远期合约。

(2) 根据看涨 - 看跌期权平价关系 $c + Ke^{-rt} = S_0 + p$

可得： $c - p = S_0 - Ke^{-rt}$

可以看出，当标的资产当前价格高于期权执行价格按无风险利率进行贴现的现值时，其他方面完全相同的看涨期权比看跌期权价格贵。

7 解释如何用看跌期权构造一个激进的熊市差价组合。

答：利用看跌期权来构造激进性熊市价差组合是指利用两个处于虚值状态（即它们应该具有较低的执行价格）的期权构建熊市价差组合。

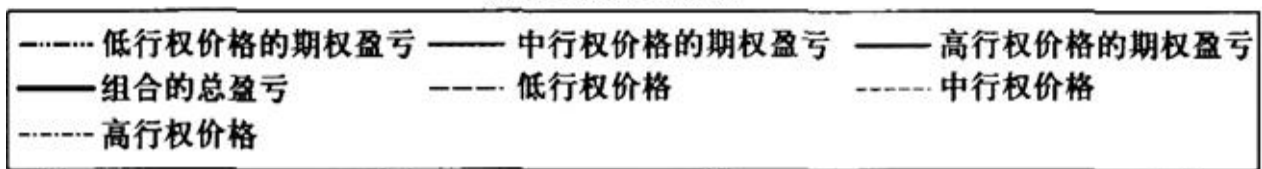
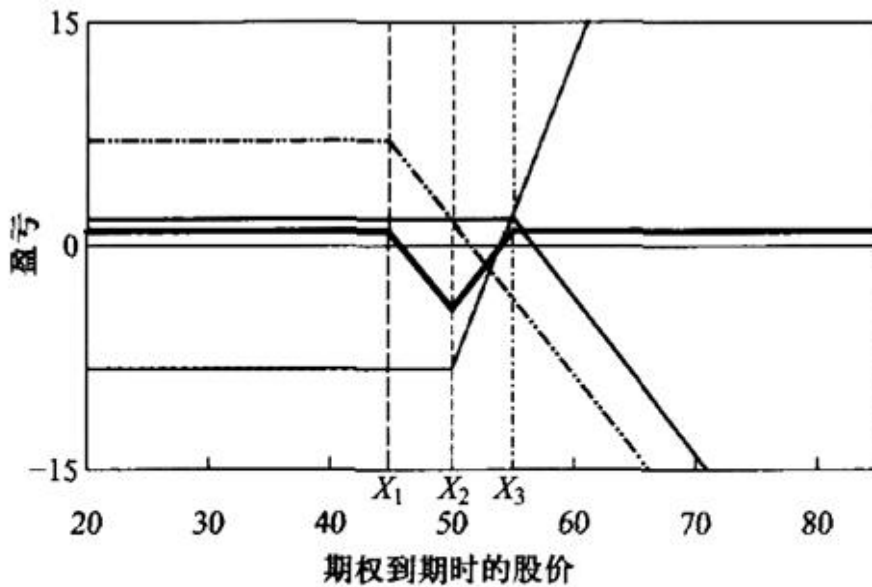
因为两个看跌期权的价值几乎为零因此该熊市价差的构造成本十分低。大多数情况下该熊市价差的收益为零。然而，存在较小的可能性即股票价格迅速下跌以至于在到期日两个期权均处于实值状态。此时该熊市价差的收益等于两个期权执行价格的差额 $K_2 - K_1$ 。

8 某投资者相信股票价格会有大幅度变动，但对变动方向不确定。举出投资者所能采取的6种不同交易策略，并解释这些交易策略的不同之处。

答：（1）反向蝶式差价组合在市场波动较大时有盈利的可能，因此可以构建如下差价组合：

① 看涨期权反向蝶式差价组合

由行权价格分别为 X_1 和 X_3 的看涨期权空头和两份行权价格为 X_2 的看涨期权多头组成，其盈亏分布如下图所示：



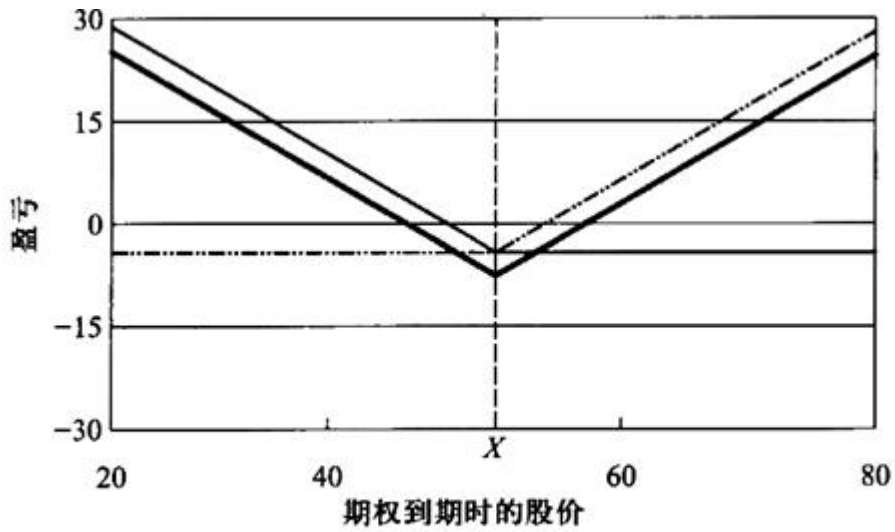
② 看跌期权的反向蝶式差价组合

由行权价格分别为 X_1 和 X_3 的看跌期权空头和两份行权价格为 X_2 的看跌期权多头组成，其最终盈亏与（1）相同。

（2）也可以构建混合期权的底部组合：

① 底部跨式组合

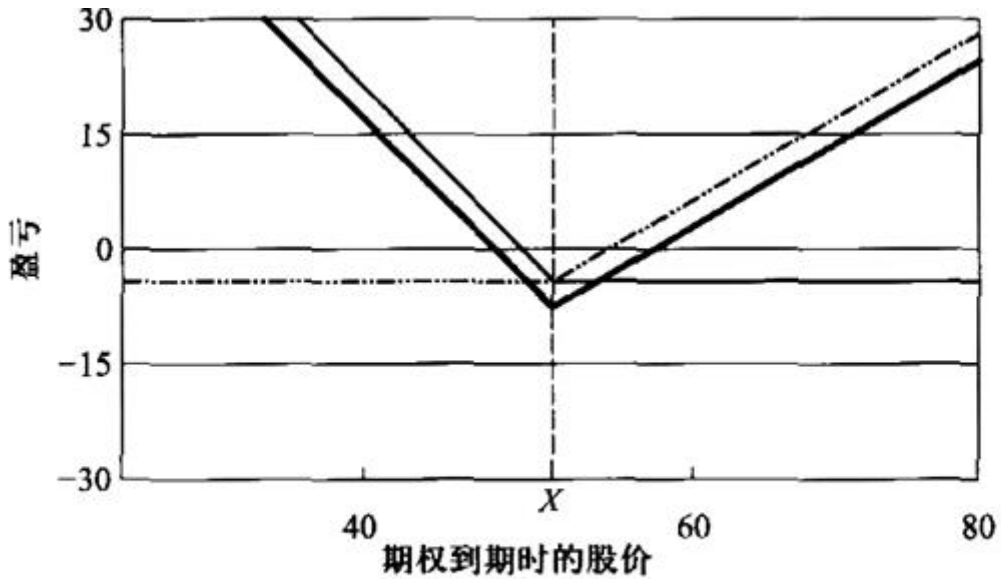
由具有相同行权价格、相同期限的一份看涨期权和一份看跌期权多头组成，其最终盈亏如下图所示：



----- 看涨期权的盈亏 —— 看跌期权的盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

② 底部条式组合

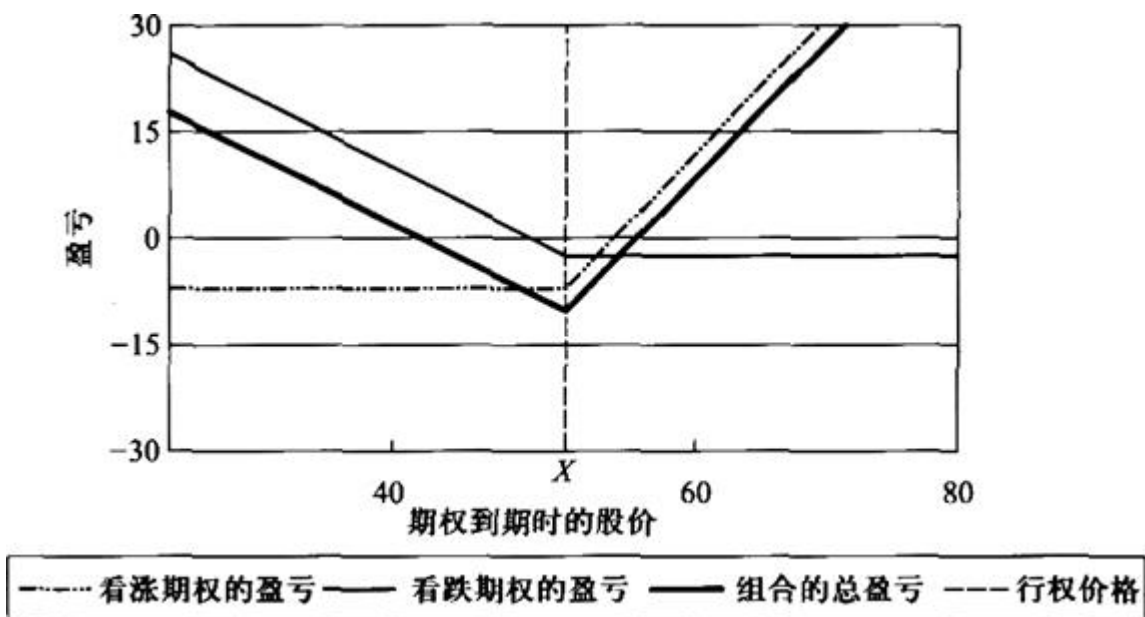
由具有相同行权价格、相同期限的一份看涨期权和两份看跌期权多头组成，其最终盈亏如下图所示：



----- 看涨期权的盈亏 —— 看跌期权的盈亏 —— 组合的总盈亏 ---- 行权价格

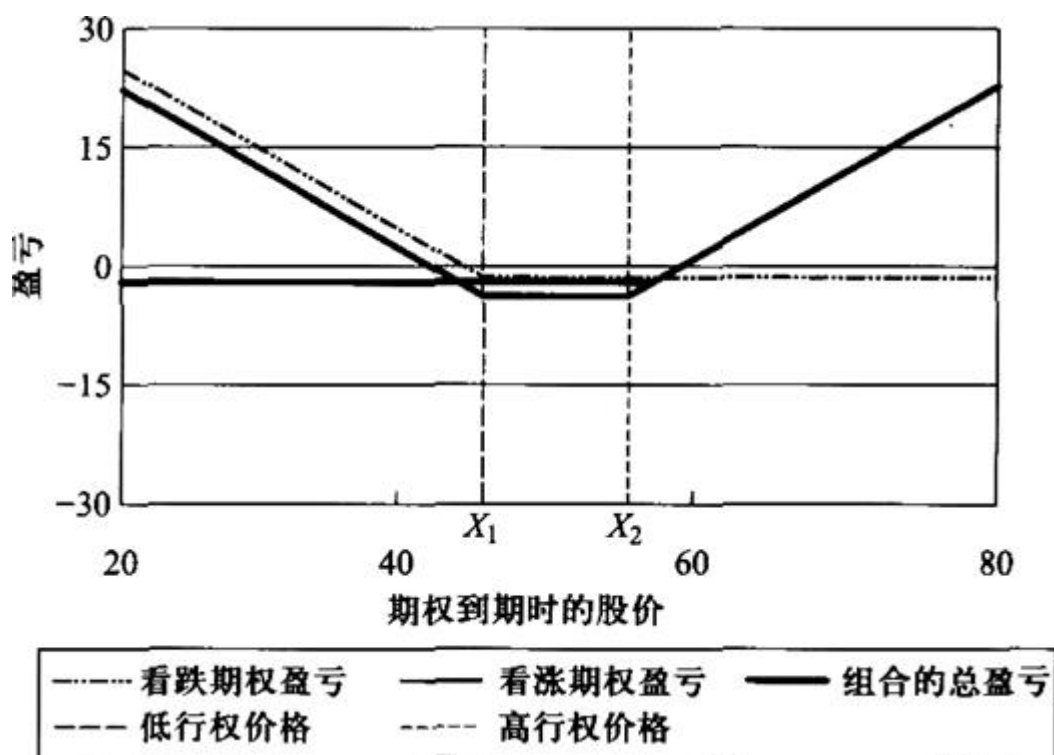
③ 底部带式组合

由具有相同行权价格、相同期限的资产的两份看涨期权和一份看跌期权多头组成，其最终盈亏如下图所示：



④ 底部勒式组合

由相同到期日但行权价格不同的一份看涨期权和一份看跌期权多头组成，其中看涨期权的执行价格高于看跌期权，其最终盈亏如下图所示：



这几类交易策略的不同之处在于：跨式组合是对称的，条式和带式分别适合有一定预期偏好的投资者；相比跨式组合，勒式组合只有在股价有更大幅度波动时才可能获利，但其初始成本也较低，其收益特征取决于两个执行价格的接近程度。

13.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

卖出期权 (put option) [西北大学2019年研; 中国人民大学2018年研]

答: 卖出期权又称“卖方期权”“看跌期权”“空头期权”“敲出”, 是指期权买方在合约到期日或有效期内按照预先敲定的交割价格向期权卖方卖出某种金融资产或商品的权利, 是期权交易的种类之一。购买这种期权以人们预测市场价格将有下跌趋势为前提。投资者在支付一定的期权费取得该种期权后, 在合约到期或到期日之前的有效期内, 若市场价格跌至协定价格减去期权费的水平之下, 则可通过行使期权, 以高于当时市场水平的协定价格, 卖出合约规定的一定数量的金融资产或商品, 从而获利。在市场价格下跌引起期权费上升情况下, 合约持有者也可在合约有效期内以较高的期权费转售该种期权, 从而获利。若市场价格走势与趋势相反, 没有下跌反而上升, 合约持有者可以不执行期权, 任其到期失效。通过购买卖出期权, 投资者可以将损失控制在期权费之内。

二、简答题

1 什么是保护看跌期权? 什么样的看涨期权头寸能等价于保护看跌期权?

答: 保护看跌期权又被称为保险性看跌期权, 当投资者持有或者将要购入标的时, 担心标的价格下跌, 因此买入相应数量的看跌期权。从实质上看, 保护看跌期权由一个看跌期权多头和一个标的资产多头组合而成的。

保护看跌期权等价于一个看涨期权多头加上一定数量的现金。这是由看跌-看涨期权平价关系推出的:

$$p + S_0 = c + Ke^{-rT} + D$$

2 解释熊市差价的两种构造方式。

答: (1) 熊市差价可以由一份看涨期权多头和一份具有相同到期日、执行价格更低的看涨期权空头构成: 投资者出售执行价格较低的欧式看涨期权并买入执行价格较高的欧式看涨期权。

(2) 熊市差价也可以由一份看跌期权多头和一份具有相同到期日、执行价格更低的看跌期权空头构成: 投资者出售执行价格较低的欧式看跌期权并买入执行价格较高的欧式看跌期权。

(3) 总体来说, “买高卖低”为熊市差价的典型策略, 此时的“低”和“高”是指行权价格。因为此时投资者选择构建熊市差价的原因一般为: ① 投资者预估股市下行, 但看跌期权价格整体过高, 构建熊市差价以规避期权绝对价格过高的问题; ② 低行权价期权定价过高, 高行权价期权被低估。

3 利用看跌-看涨平价关系式, 说明由看涨期权生成的牛市差价最初投资与由看跌期权生成的牛市差价最初投资之间的关系。

答: 运用看涨期权的牛市差价与运用看跌期权的牛市差价提供的收益类型相同。定义 p_1 和 c_1 为执行价格为 K_1 的看跌和看涨期权的价格; p_2 和 c_2 为执行价格为 K_2 的看跌和看涨期权的价格。从看跌-看涨平价关系式得出:

$$p_1 + S = c_1 + K_1 e^{-rT}$$

$$p_2 + S = c_2 + K_2 e^{-rT}$$

因此:

$$p_1 - p_2 = c_1 - c_2 - (K_2 - K_1) e^{-rT}$$

这说明：运用看跌期权构建的牛市差价的初始投资小于运用看涨期权构建的牛市差价的初始投资，且差额为 $(K_2 - K_1)e^{-rT}$ 。实际上，运用看跌期权构建的牛市差价的初始投资为负值，而运用看涨期权构建的牛市差价的初始投资为正值。

用看涨期权构建牛市差价产生的利润比用看跌期权构建的要大 $(K_2 - K_1)(1 - e^{-rT})$ 。这说明：相比于运用看跌期权构建牛市差价，运用看涨期权构建差价的策略中多包含一份无风险投资 $(K_2 - K_1)e^{-rT}$ ，其盈利为 $(K_2 - K_1)e^{-rT}(e^{rT} - 1) = (K_2 - K_1)(1 - e^{-rT})$ 。

4 解释如何用看跌期权来构造激进性熊市差价。

答：（1）可以利用看涨期权构建激进性的牛市差价，而且两份期权均具有高的执行价格。

（2）可以利用看跌期权构建激进性的熊市差价，而且两份期权应当均为虚值（即具有相对较低的执行价格）。因为两份看跌期权的价值接近于零，所以差价可以以相当低的成本构建。在大多数情况中，差价的价值为零。尽管如此，仍然存在一个可能性较小的情况：股票价格迅速下降导致两份看跌期权到期时处于实值状态，此时差价的收益等于两个执行价格 K_2 和 K_1 之差，即 $K_2 - K_1$ 。

三、计算题

1 某交易员通过卖出6个月期限执行价格为25美元的看跌期权，同时买入6个月期限执行价格为29美元的看跌期权产生熊市差价，卖出期权的价格为2.15美元，买入期权的价格为4.75美元，交易员最初的投资为多少？当股票为以下价格时，此熊市差价的最终回报为多少（不考虑最初投资）？（1）23美元；（2）28美元；（3）33美元。

答：交易员的最初投资为 $4.75 - 2.15 = 2.6$ （美元）。

（1）若股票价格为23美元，最终回报为 $29 - 23 + (23 - 25) = 4$ 美元；

（2）若股票价格为28美元，最终回报为 $29 - 28 + 0 = 1$ 美元；

（3）若股票价格为33美元，最终回报为0美元。

2 某交易员通过卖出6个月期限、执行价格为50美元的欧式看涨期权，同时卖出6个月期限、执行价格为40美元的欧式看跌期权产生异价跨式差价，执行价格为50美元的期权价格为3美元，执行价格为40美元的期权价格为4美元。在期权到期时，标的资产价格在哪个范围，交易员才会盈利？

答：期初交易员通过卖出期权获得7美元的收益，因此期权到期时，当交易员的总支出小于7美元时将盈利。设期权到期时标的资产价格为 S_T 美元，则：

（1） $S_T \leq 40$ 时，看涨期权空头寸收益为0，看跌期权空头寸损失 $40 - S_T$ 美元，组合整体损失 $40 - S_T$ 美元，当 $40 - S_T < 7$ ，即 $33 < S_T \leq 40$ 时交易员将盈利；

（2） $40 < S_T < 50$ 时，看涨期权与看跌期权空头寸收益均为0，组合整体收益为0，交易员将盈利7美元期权费；

（3） $S_T \geq 50$ 时，看涨期权空头寸损失 $S_T - 50$ 美元，看跌期权空头寸收益为0，组合整体损失为 $S_T - 50$ 美元，当 $S_T - 50 < 7$ ，即 $50 \leq S_T < 57$ 时，交易员将盈利。

综上，交易员的总支出小于7美元时将盈利。当标的资产价格在33美元与57美元之间时，交易员将盈利。

3 3份同一股票上并具有同样期限的看跌期权执行价格分别为55美元、60美元和65美元，市场价格分别为3美元、5美元和8美元。解释如何构造蝶式差价。用表来说明这一策略的盈利形式。股票在什么价位时，这一交易策略会导致亏损？

答：蝶式差价的构造方法为，购买一份执行价格为55美元的看跌期权，购买一份执行价格为65美元的看跌期权，同时卖出两份执行价格为60美元的看跌期权。初始成本为 $3 + 8 - 2 \times 5 = 1$ （美元）。该交易策略的损益情况如表13-8所示。

表13-8 交易策略的损益情况

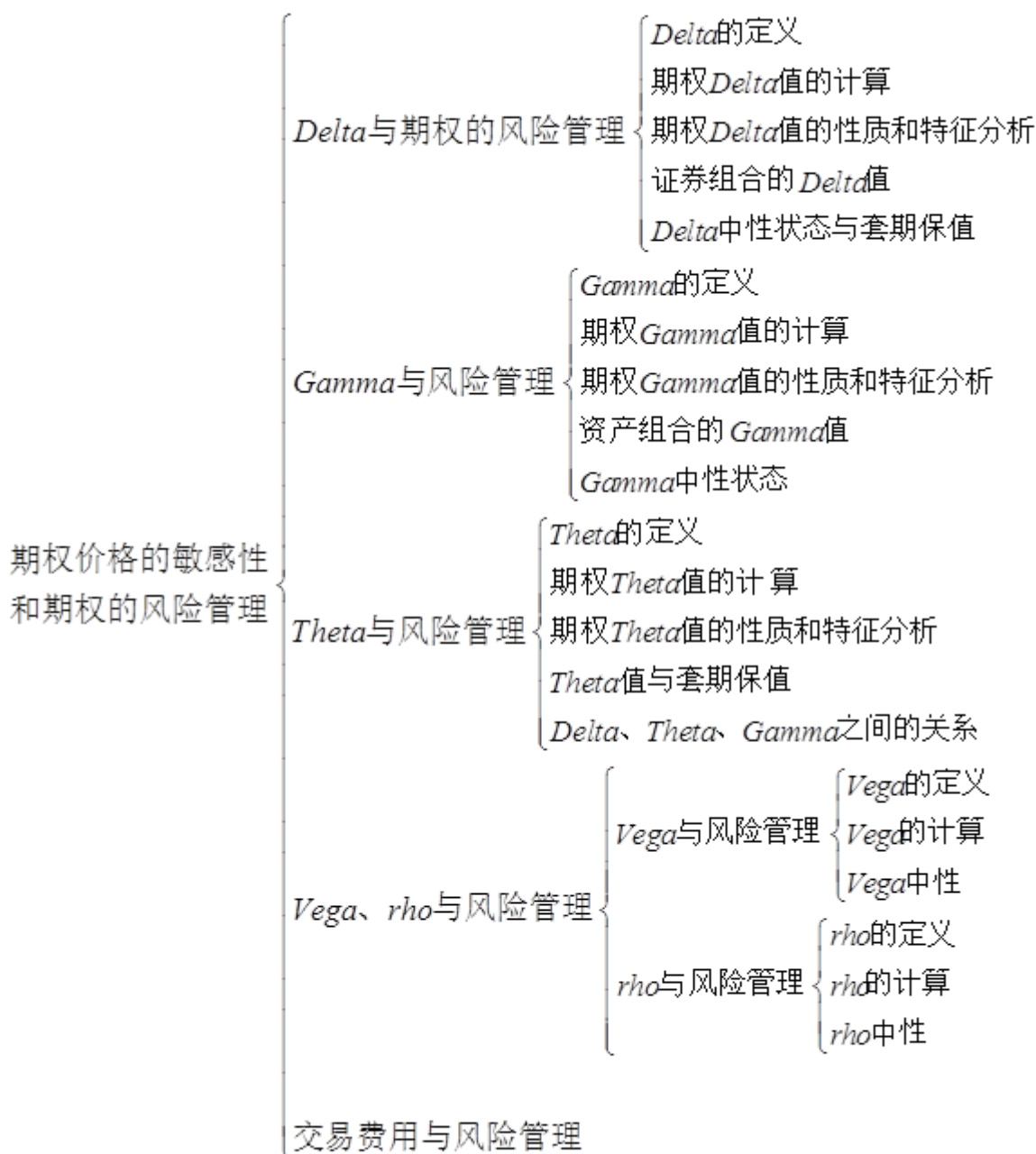
股票价格	收益	盈利
$S_T \geq 65$	0	-1
$60 \leq S_T < 65$	$65 - S_T$	$64 - S_T$
$55 \leq S_T < 60$	$S_T - 55$	$S_T - 56$
$S_T < 55$	0	-1

当最后的股票价格大于64美元或小于56美元时，蝶式差价交易策略会导致损失。

第十四章 期权价格的敏感性和期权的风险管理

14.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、Delta与期权的风险管理

1 Delta的定义

衍生证券的Delta (Δ) 主要用于衡量衍生证券价格对标的资产价格变动的敏感程度, 它等于衍生证券价格变化与标的资产价格变化的比率。换句话说, 衍生债券的Delta等于衍生债券价格对标的资产价格的偏导数, 是衍生证券价格与标的资产价格关系曲线的斜率。

2 期权Delta值的计算

用 f_t 表示期权价格, S_t 表示标的资产价格, Δ_t 表示期权Delta值, 则有:

$$\Delta_t = \frac{\partial f}{\partial S}$$

根据B-S-M无红利资产期权定价公式, 可以得出:

- (1) 无红利资产欧式看涨期权 $\Delta_t = N(d_1)$
- (2) 无红利资产欧式看跌期权 $\Delta_t = -N(-d_1) = N(d_1) - 1$
- (3) 支付已知红利率 q (连续复利) 的欧式看涨期权 $\Delta_t = e^{-q(T-t)} N(d_1)$
- (4) 支付已知红利率 q (连续复利) 的欧式看跌期权 $\Delta_t = e^{-q(T-t)} [N(d_1) - 1]$
- (5) 欧式外汇看涨期权 $\Delta_t = e^{-r_f(T-t)} N(d_1)$
- (6) 欧式外汇看跌期权 $\Delta_t = e^{-r_f(T-t)} [N(d_1) - 1]$
- (7) 根据期货定价公式, 也可以算出各种期货合约的 Δ_t 值:
 - ① 无红利资产和支付已知现金红利资产的期货合约 $\Delta_t = e^{r(T-t)}$
 - ② 支付已知连续收益率 q 资产的期货合约 $\Delta_t = e^{(r-q)(T-t)}$

3 期权Delta值的性质和特征分析

(1) 根据累积标准正态分布函数的性质可知: $0 \leq N(d_1) \leq 1$, 因此:

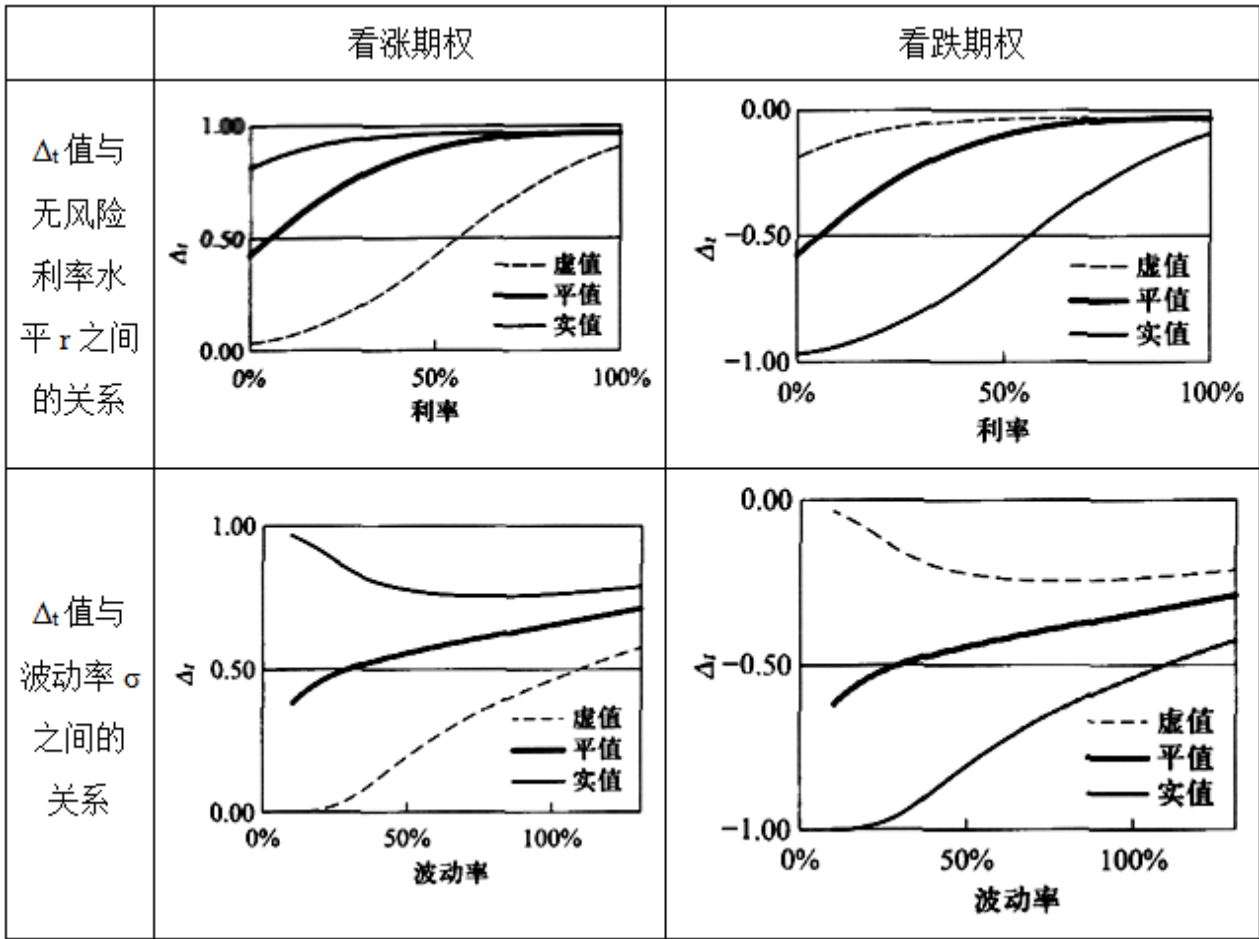
- ① 无红利资产看涨期权多头的 Δ_t 范围在 $0 \sim 1$ 之间, 看涨期权空头的 Δ_t 范围在 $-1 \sim 0$ 之间;
- ② 无红利资产看跌期权多头的 Δ_t 范围在 $-1 \sim 0$ 之间, 看跌期权空头的 Δ_t 范围在 $0 \sim 1$ 之间。

(2) 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权 $\Delta_t = N(d_1)$, 而 d_1 与 S 、 r 、 $T-t$ 、 σ 有关, 表14-1和表14-2反映 Δ_t 与各项要素之间的关系图。

表14-1 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权 Δ_t 值与标的资产价格、期限的关系图示

	看涨期权	看跌期权
Δ_t 值与标的资产价格的关系		
在实值、平值和虚值三种状况下的 Δ_t 值与到期期限之间的关系		
Delta 与标的资产价格和期限的关系		

表14-2 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权 Δ_t 值与风险利率水平、波动率的关系图示



4 证券组合的Delta值

当证券组合中含有标的资产和该标的资产的各种衍生证券时，该证券组合的 Δ_t 值就等于组合中各种衍生证券 Δ_{it} 值的总和，公式表示为：

$$\Delta_t = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_{it}$$

其中， w_i 表示第*i*种证券的数量， Δ_{it} 表示第*i*种证券的 Δ_t 值。

5 Delta中性状态与套期保值

(1) Delta中性状态

标的资产和衍生证券可以选择多头或空头，因此 Δ_t 是一个可正可负的值，若证券组合的标的资产和衍生证券的数量选择得恰当，则整个证券组合的 Δ_t 值有可能为0。当 Δ_t 为0时，称该证券组合处于中性状态。

需要注意的是，除了标的资产本身和远期合约的 Δ_t 值恒等于1，其他衍生证券的 Δ_t 值会随时变化。因此，证券组合处于 Δ_t 中性状态只能维持一个很短的时间。

(2) Delta中性的套期保值

当证券组合处于 Δ_t 中性状态时，该证券组合的价值在短时间内就不受资产价格的影响，从而实现了瞬时套期保值，因此，我们将使证券组合 Δ_t 等于0的套期保值法称为“ Δ_t 中性保值法”。

考点二、Gamma与风险管理

1 Gamma的定义

衍生证券的Gamma (Γ) 用于衡量该证券的Delta值对标的资产价格变化的敏感程度, 它等于衍生证券价格对标的资产价格的二阶偏导数, 也等于衍生证券的Delta对标的资产价格的一阶偏导数。

2 期权Gamma值的计算

根据Gamma值的定义, 可得Gamma的计算公式为:

$$\Gamma_t = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \frac{\partial \Delta}{\partial S}$$

根据B-S-M无红利资产欧式期权定价公式, 可以得出:

(1) 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权的 Γ_t 值为:

$$\Gamma_t = \frac{e^{-0.5d_1^2}}{S_t \sigma \sqrt{2\pi(T-t)}}$$

(2) 支付已知连续收益率 q 的欧式期权的 Γ_t 值为:

$$\Gamma_t = \frac{e^{-0.5d_1^2 - q(T-t)}}{S_t \sigma \sqrt{2\pi(T-t)}}$$

3 期权Gamma值的性质和特征分析

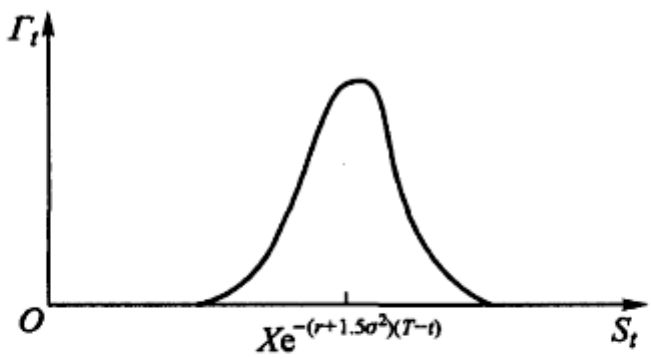
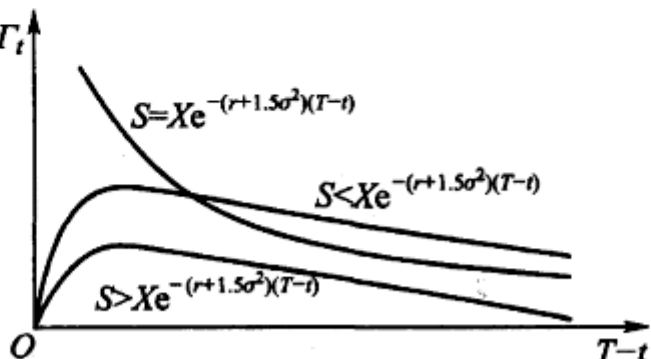
(1) 由于看涨期权与看跌期权的Delta之间只差了一个常数, 因此二者的 Γ_t 值相等。

(2) 无红利资产期权多头的 Γ_t 值为正值, 空头的 Γ_t 值为负值。

(3) 对于标的资产和远期及期货合约来说, Γ_t 值为0。

(4) Γ_t 值会随着其他要素的变化而发生变化, 表14-3反映了 Γ_t 值与这些要素的关系图。

表14-3 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权 Γ_t 值与标的资产价格、有效期之间的关系图示

	无红利资产看涨期权和欧式看涨期权关系图	关系图解释
<p>Γ_t 值与标的资产价格的关系</p>	 <p>图 14-1 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权 Γ_t 值与 S_t 的关系</p>	<p>$S_t = Xe^{-(r+1.5\sigma^2)(T-t)}$ 时, Γ_t 最大, 即 Δ_t 对于标的资产价格最敏感</p>
<p>在实值、虚值、平价三种情况下 Γ_t 值与 $T-t$ 之间的关系</p>	 <p>图 14-2 无红利资产看涨期权和欧式看跌期权 Γ_t 与 $T-t$ 的关系</p>	<p>对于平值期权而言, 期权有效期很短时, Γ_t 值将非常大</p>

4 资产组合的Gamma值

由于标的资产和远期及期货合约来说, Γ_t 值为0, 因此, 资产组合的 Γ 值等于组合内各期权 Γ 值按期权数量加权加总, 公式表示为:

$$\Gamma_t = \sum_{i=1}^n w_{it} \Gamma_{it}$$

其中, w_{it} 表示第*i*种期权的数量, Γ_{it} 表示第*i*种期权的 Γ 值。

5 Gamma中性状态

由Gamma值的性质可知: 期权多头的 Γ_t 值为正值, 空头为负值。因此, 如果期权多头与空头的数量搭配恰当时, 该组合的 Γ_t 值为0, 此时, 我们称该资产组合处于Gamma中性状态。

资产组合的 Γ_t 值可用于衡量 Δ_t 中性保值法的保值误差。这是因为 Δ_t 值表示衍生证券价格变化与标的资产价格变化的比率, 衡量的是当标的资产价格发生微小变动时期权价格的变化量, 但是二者的关系曲线是一条曲线, 所以当标的资产价格的变化量较大时, 用 Δ_t 值估计出的期权价格变化量与实际价格变化量会有较大偏差。Delta对冲的误差如图14-3所示:

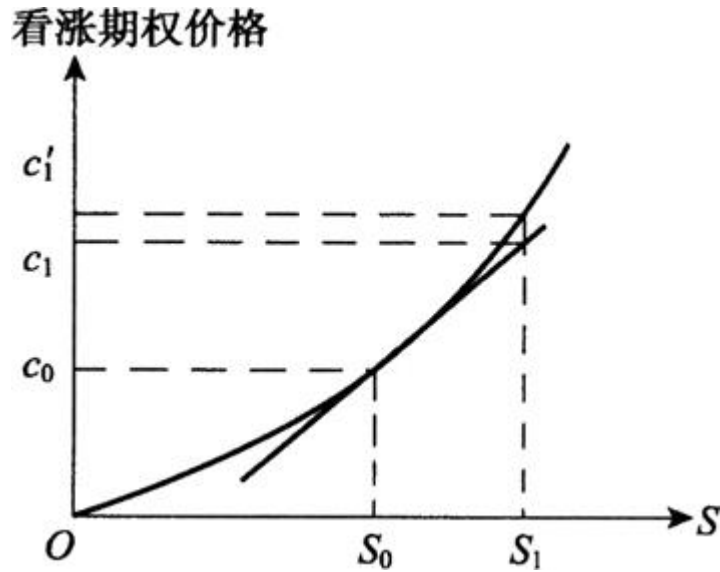


图14-3 Delta对冲的误差

当标的资产价格从 S_0 增加到 S_1 时，通过 Δ_t 值计算的期权价格由 c_0 增加到 c_1 ，但是实际上期权价格是由 c_0 增加到 c_1' ， c_1 与 c_1' 之间的误差则为运用 Δ_t 中性保值法计算所得到的保值误差。误差大小由期权价格与标的资产价格之间的关系曲线的曲率决定。由于资产组合的 Γ_t 值会随时间变化而变化，因此需要不断地调整期权头寸和标的资产或期货头寸，以保证资产组合同时处于 Γ_t 中性和 Δ_t 中性的状态。

考点三、Theta与风险管理

1 Theta的定义

衍生证券的Theta (Θ) 主要用于衡量衍生证券价格对时间变化的敏感程度，它等于衍生证券价格变化与时间变化的比率。换句话说，衍生证券的Theta等于衍生证券价格对时间的偏导数。

2 期权Theta值的计算

根据Theta的定义，可得Theta计算公式为：

$$\Theta_t = \frac{\partial f}{\partial t}$$

根据B-S-M期权定价公式，可以得出：

(1) 无红利资产的欧式和美式看涨期权Theta值为：

$$\Theta_t = -\frac{S_t N(d_1) \sigma}{2\sqrt{T-t}} - rXe^{-r(T-t)} N(d_2)$$

根据累积标准正态分布函数的特性， $N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5x^2}$ ，因此：

$$\Theta_t = -\frac{S_t \sigma e^{-0.5d_1^2}}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} - rXe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

(2) 无红利资产的欧式看跌期权Theta值为：

$$\Theta_t = -\frac{S_t \sigma e^{-0.5d_1^2}}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} + rXe^{-r(T-t)}[1 - N(d_2)]$$

(3) 支付已知收益率q的看涨期权Theta值为：

$$\Theta_t = -\frac{S_t \sigma e^{-0.5d_1^2 - q(T-t)}}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} + qSN(d_1)e^{-q(T-t)} - rXe^{-r(T-t)}N(d_2)$$

(4) 支付已知收益率q的看跌期权Theta值为：

$$\Theta_t = -\frac{S_t \sigma e^{-0.5d_1^2 - q(T-t)}}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} - qS[1 - N(d_1)]e^{-q(T-t)} + rXe^{-r(T-t)}[1 - N(d_2)]$$

3 期权Theta值的性质和特征分析

(1) 到期日临近时，期权的价值会逐步下降，所以期权的 Θ 通常为负值。 Θ 表示随着时间的推移，期权的价值衰减的程度。图14-4展示了当剩余时间缩短时，平值期权的价格下降速度加快的过程。

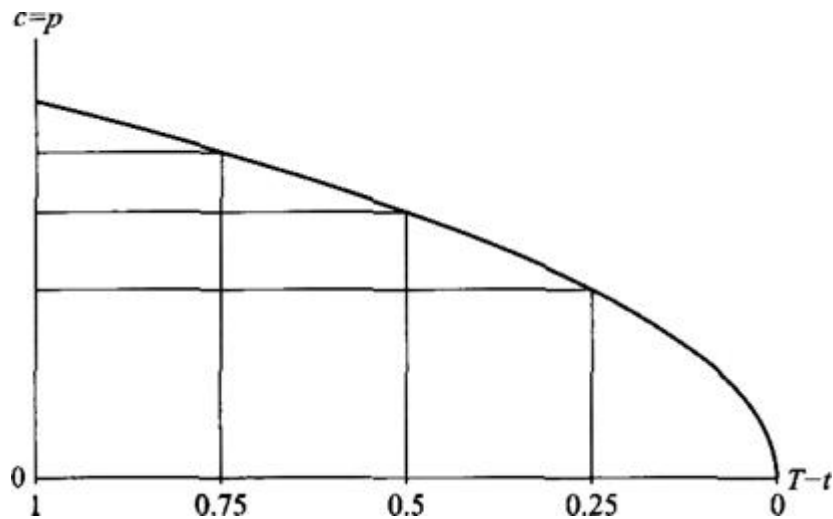


图14-4 平值期权与剩余期限的关系

(2) 无红利资产看涨期权 Θ_t 值还受很多要素的影响，表14-4反映 Θ_t 值与各项要素之间的关系图。

表14-4 无红利资产看涨期权 Θ_t 值与标的资产价格、有效期之间的关系图示

	无红利资产看涨期权关系图	关系图解释
Θ_t 值与标的资产价格的关系	<p>图 14-5 无红利资产看涨期权 Θ_t 值与 S_t 的关系图</p>	<p>① S_t 很小时, Θ_t 近似为 0;</p> <p>② S_t 在 $Xe^{(r+\frac{\sigma^2}{2})(T-t)}$ 附近时, Θ_t 最小;</p> <p>③ S_t 升高时, Θ_t 趋近于 $-rXe^{-r(T-t)}$</p>
在实值、虚值、平价三种情况下 Θ_t 值与 $T-t$ 之间的关系	<p>图 14-6 无红利资产看涨期权 Θ_t 值与有效期之间的关系</p>	<p>① 在虚值期权和实值期权的情况下, Θ_t 先减小后增加;</p> <p>② 在平价期权的情况下, Θ_t 值一直增加, 三种期权随着 $T-t$ 的增加, Θ_t 值均趋于 0</p>

4 Theta值与套期保值

Theta与套期保值没有直接关系, 但是它与Delta值和Gamma值有很大关系, 特别是在差期交易中, Θ_t 是一个能够很好地反映随时间推移期权价值变化的指标, 因此对于套利者、投资者都是一个很重要的指标。

5 Delta、Theta和Gamma之间的关系

无红利资产的衍生证券价格 f_t 应满足B-S-M微分方程:

$$\Theta_t + rS_t\Delta_t + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t = rf_t$$

该公式对无红利资产的单个期权和多个期权组合都适用。

(1) 对于处于 Δ_t 中性状态的组合来说: $\Delta_t = 0$, 则方程可化为:

$$\Theta_t + 0.5\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t = rf_t$$

这表明, 对于 Δ_t 中性组合而言, 若 Θ_t 为负值并且 Θ_t 值很大时, Γ_t 也会为正值并且 Γ_t 值也很大。

(2) 对于处于 Δ_t 中性和 Γ_t 中性状态的组合来说: $\Delta_t = 0$, $\Gamma_t = 0$, 则方程可化为:

$$\Theta_t = rf_t$$

这表明，对于处于 Δ_t 中性和 Γ_t 中性状态的组合，该组合的价值会随着时间以无风险连续复利率的速度增长。

(3) 关于Delta、Theta和Gamma三者的符号关系如表14-5所示。

表14-5 Delta、Theta和Gamma三者之间的符号关系

	Delta	Theta	Gamma
多头看涨期权	+	-	+
多头看跌期权	-	-	+
空头看涨期权	-	+	-
空头看跌期权	+	+	-

从表中可以看出：Theta和Gamma的符号总是相反。

考点四、Vega、rho与风险管理

1 Vega与风险管理

(1) Vega的定义

Vega (V) 用于衡量衍生证券资产价格对标的资产价格波动率的敏感程度，它等于衍生证券价格变化与标的资产价格波动率变化的比率。换句话说，衍生证券的Vega等于衍生证券价格对波动率的偏导数。

$$V_t = \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

(2) Vega的计算

① 资产组合的Vega值就等于组合中各种衍生证券Vega值的总和。

$$V_t = \sum_{i=1}^n w_i V_{it}$$

其中， w_i 表示第*i*种证券的数量， V_{it} 表示第*i*种证券的V_t值。

② 当 σ_t 是随机变量时，B-S-M公式不再成立。此时的看涨期权定价模型是：

$$c_t = \int_0^{\infty} f_t(\theta_0) h(\theta_0 | \sigma_0) d\theta_0$$

其中， $f_t(\cdot)$ 是B-S-M公式，T是期权到期日， $\theta_0 = \int_0^T \sigma_t dt$ ， $h(\cdot)$ 是风险中性概率密度。

对 σ_t 求导可得Vega，Vega值恒为正数：

$$V_t = \frac{\partial c}{\partial \sigma_t} = \int_t^\infty \left[\frac{\partial f(\theta_t)}{\partial \theta_t} \frac{\partial \theta_t}{\partial \sigma_t} h(\theta_t | \sigma_t) + f(\theta_t) \frac{\partial h(\theta_t | \sigma_t)}{\partial \sigma_t} \right] d\theta_t$$

(3) Vega中性

资产组合的Vega值由期权的Vega值决定。若想改变资产组合的Vega值，可以通过持有期权的多头或空头来实现，只要头寸适量，就可以得到Vega值为0的资产组合，此时，我们称该资产组合处于Vega中性状态。

但是值得注意的是，在调整Vega值为0的过程中，新期权头寸也会改变资产组合的Gamma值。因此，若要实现Vega值、Gamma值同时为0，至少需要使用统一标的资产的两种期权。

具体操作过程如下式所示：

$$\begin{cases} \Gamma_{pt} + \Gamma_{1t} w_{1t} + \Gamma_{2t} w_{2t} = 0 \\ V_{pt} + V_{1t} w_{1t} + V_{2t} w_{2t} = 0 \end{cases}$$

其中， Γ_{pt} 和 V_{pt} 分别代表原资产组合的 Γ_t 值和 V_t 值， Γ_{1t} 和 Γ_{2t} 分别代表新资产组合中期权1和期权2的 Γ_t 值， V_{1t} 和 V_{2t} 分别代表新资产组合期权1和期权2的 V_t 值， w_{1t} 和 w_{2t} 分别代表使新资产组合处于 Γ_t 中性和 V_t 中性需要的期权1和期权2的数量。

2 rho与风险管理

(1) rho的定义

ρ_{rt} 用于衡量衍生证券资产价格对利率变化的敏感程度，它等于衍生证券价格变化与利率变化的比率。换句话说，衍生证券的Vega等于衍生证券价格对利率的偏导数。

$$\rho_{rt} = \frac{\partial f}{\partial r}$$

(2) rho的计算

当 r_t 是随机变量时，B-S-M公式不再成立。此时的看涨期权定价模型是：

$$c_t = P(t, T)[F_t N(d_1) - XN(d_2)]$$

$P(t, T)$ 表示到期期限为T的无风险贴现式债券在t时刻的价格。

在计算 ρ_{rt} 时，将 c_t 对 r_t 求偏导即可。

(3) rho中性

期货价格的 ρ_{rt} 值等于 $(T - t) F_t$ ，而标的资产的 ρ_{rt} 值为0。

因此，若想使得资产组合处于 ρ_{rt} 中性状态，可以通过调整期权或期货头寸来实现。

考点五、交易费用与风险管理

为实现套期保值，需要保证资产组合的Delta、Gamma和Vega处于中性状态，需不断对资产组合进行调整，在调整过程中将产生大量的交易费用。因此，在实际操作中，套期保值者通常使用Delta、Gamma、Vega和rho等参数对资产组合的风

险进行评估，并判断是否有调整的必要性：若风险可接受或对投资者有利，就不调整，若风险不可接受或对投资者不利，则调整。

14.2 课后习题详解

1 一个看涨期权的Delta值为0.7意味着什么？若每个期权的Delta值均为0.7，如何使一个1000个看涨期权的空头变成Delta中性？

答：（1）衍生证券的Delta (Δ) 主要用于衡量衍生证券价格对标的资产价格变动的敏感程度，它等于衍生证券价格变化与标的资产价格变化的比率。换句话说，衍生债券的Delta等于衍生债券价格对标的资产价格的偏导数，是衍生证券价格与标的资产价格关系曲线的斜率。

因此，Delta值为0.7意味着当看涨期权的标的资产价格上涨一个单位，则看涨期权的价格上涨0.7个单位。

（2）首先，看涨期权的空头Delta值为负值，需要正的Delta值对冲，因此需要购买标的资产或者进入该标的资产的远期多头。已知每个期权的Delta值为0.7，要使1000个看涨期权空头变为Delta中性，通过计算资产组合的Delta值公式

$\Delta_i = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i$ 可得，需要买入 $1000 \times 0.7 = 700$ 份标的资产或进入标为700份该标的资产的远期多头。

2 无风险年利率为5%，股票价格的年波动率为25%。计算标的为不支付红利的股票、6个月期的平价欧式看涨期权的Delta值。

答：无红利资产欧式看涨期权 $\Delta_i = N(d_1)$ ，因此只需计算出 d_1 即可。因为该期权为平价欧式看涨期权，所以标的资产价格 $S =$ 协议价格 X 。

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \frac{0 + (0.05 + \frac{0.25^2}{2}) \times 0.5}{0.25 \times \sqrt{0.5}} = 0.2298$$

则 $\Delta = N(d_1) = 0.5909$ 。

3 以年计，一个期权头寸的Theta值为 - 0.1意味着什么？若一个交易者认为股票价格的隐含波动率都不会变，那么期权头寸是什么类型？

答：衍生证券的Theta (Θ) 主要用于衡量衍生证券价格对时间变化的敏感程度，它等于衍生证券价格变化与时间变化的比率。换句话说，衍生证券的Theta等于衍生证券价格对时间的偏导数。

因此，以年计，一个期权头寸的Theta值为 - 0.1意味着到期时间每减少一年，该期权价格将减少0.1元。

若股票价格的隐含波动率不变，期权的头寸将可能是任何期权的多头或者是实值状态的无红利资产欧式看跌期权和处于实值状态的附有很高利率的外汇的欧式看涨期权的空头。

4 为什么说对处于实值状态的无红利资产欧式看跌期权和处于实值状态的红利率很高的欧式看涨期权来说，Theta可能为正？

答：无红利资产的欧式看跌期权Theta值为：

$$\Theta_t = -\frac{S\sigma e^{-0.5d_1^2}}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} + rXe^{-r(T-t)}[1 - N(d_2)]$$

上式第一项为负值，第二项为正值，因此当该看跌期权处于实值状态，即：当 $S < X$ 的时候， Θ_t 有可能大于零。

同理，附有很高利率的外汇的欧式看涨期权 Theta 值为：

$$\Theta_t = -\frac{S_t\sigma e^{-0.5d_1^2} e^{-r_f(T-t)}}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} + r_f X e^{-r_f(T-t)} N(d_1) - r_f S_t N(d_2) e^{-r_f(T-t)}$$

由于 r_f 很大，因此当 $S > X$ 的时候 Θ_t 有可能大于零。

5 某金融机构刚出售一些7个月期的日元欧式看涨期权，假设现在日元的汇率为1日元 = 0.80美分，期权的行权价格为0.81美分，美国和日本的无风险利率分别为2.5%和1%，日元的年波动率为8%，请计算该期权的Delta、Gamma、Theta，并解释其含义。

答：非常抱歉，此题暂不提供答案。

6 有三个看涨期权，C、D和E，标的资产相同，价格均为80美元，无风险年利率为5%，年波动率为20%。C的行权价格为70美元，还有90天到期；D的行权价格为75美元，还有90天到期；E的行权价格为80美元，还有120天到期。计算上述期权的价格、Delta值和Gamma值。

答：由题意得， $r = 0.05$ ， $\sigma = 0.2$ 。

对于标的资产C： $S = 80$ ， $X = 70$ ， $T = 1/4$ 。

$$d_1 = \frac{\ln(80/70) + (0.05 + 0.2^2/2) \times \frac{1}{4}}{0.2 \times \sqrt{\frac{1}{4}}} = 1.51031$$

$$d_2 = \frac{\ln(80/70) + (0.05 - 0.2^2/2) \times \frac{1}{4}}{0.2 \times \sqrt{\frac{1}{4}}} = 1.41031$$

$$X = Xe^{-r(T-t)} = 70 \times e^{-0.05/4} = 69.13045$$

$$c = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) = 80 \times N(1.51031) - 69.13045 \times N(1.41031) = 11.11$$

无股息股票上看涨期权的delta：Delta (C) = $N(d_1) = 0.9345$

$$Gamma = \Gamma = \frac{e^{-0.5d_1^2}}{S\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} = \frac{e^{-0.5 \times 1.51031^2}}{80 \times 0.2 \times \sqrt{2\pi \times 1/4}} = 0.01594$$

对于标的资产D： $S = 80$ ， $X = 75$ ， $T = 1/4$ 。

$$d_1 = \frac{\ln(80/75) + (0.05 + 0.2^2/2) \times \frac{1}{4}}{0.2 \times \sqrt{\frac{1}{4}}} = 0.82039$$

$$d_2 = \frac{\ln(80/75) + (0.05 - 0.2^2/2) \times \frac{1}{4}}{0.2 \times \sqrt{\frac{1}{4}}} = 0.72039$$

$$X = Xe^{-r(T-t)} = 75 \times e^{-0.05/4} = 74.06834$$

$$c = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) = 80 \times N(0.82039) - 74.06834 \times N(0.72039) = 6.91$$

无股息股票上看涨期权的delta: $\Delta(D) = N(d_1) = 0.7940$

$$\Gamma = \frac{e^{-0.5d_1^2}}{S\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} = \frac{e^{-0.5 \times 0.82039^2}}{80 \times 0.2 \times \sqrt{2\pi \times 1/4}} = 0.035618$$

对于标的资产E: $S = 80, X = 80, T = 1/3$ 。

$$d_1 = \frac{\ln(80/80) + (0.05 + 0.2^2/2) \times \frac{1}{4}}{0.2 \times \sqrt{\frac{1}{4}}} = 0.175$$

$$d_2 = \frac{\ln(80/80) + (0.05 - 0.2^2/2) \times \frac{1}{4}}{0.2 \times \sqrt{\frac{1}{4}}} = 0.075$$

$$X = Xe^{-r(T-t)} = 80 \times e^{-0.05/3} = 78.67772$$

$$c = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) = 80 \times N(0.175) - 78.67772 \times N(0.075) = 3.87$$

无股息股票上看涨期权的delta: $\Delta(E) = N(d_1) = 0.5695$

$$\Gamma = \frac{e^{-0.5d_1^2}}{S\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} = \frac{e^{-0.5 \times 0.175^2}}{80 \times 0.2 \times \sqrt{2\pi \times 1/3}} = 0.042531$$

7 用第6题的数据计算: 如果已有一份看涨期权C, 如何用C和D构造一个Delta中性组合? 如何用C、D和E构造一个同时达到Delta中性和Gamma中性的组合?

答: 因为资产组合的Delta值计算公式为: $\Delta = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i$

$$\text{所以 } \Delta_p = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i = \alpha \Delta_C + \beta \Delta_D = 0$$

代入第6题数据可得： $0.9345\alpha + 0.7940\beta = 0$ ，所以： $\frac{\alpha}{\beta} = -0.84965$ 。

因此，若要使用C和D构造一个Delta中性组合，在已有一份看涨期权C的情况下，需要卖出1.177（ $1/0.84965$ ）份D期权。

同理，因为资产组合的Delta值、Gamma值计算公式为：

Delta中性：

$$\Delta_p = \sum_{i=1}^n w_i \Delta_i = \alpha \Delta_C + \beta \Delta_D + \theta \Delta_E = 0$$

Gamma中性：

$$\Gamma_p = \sum_{i=1}^n w_i \Gamma_i = \alpha \Gamma_C + \beta \Gamma_D + \theta \Gamma_E = 0$$

代入第6题数据可得： $\alpha : \beta : \theta = 0.317 : (-0.721) : 1 \approx 3 : (-7) : 10$

因此，要使得C、D、E的组合达到Delta和Gamma中性，必须使期权C、D、E之间的比例为3：（-7）：10。

14.3 考研真题与典型题详解

一、简答题

1 解释如何实现对一个卖出的虚值看涨期权按止损策略进行对冲。为什么这种策略的效果并不好？

答：假设期权的执行价格为10.00美元。当期权处于实值状态时，期权的出售方将对其头寸实施完全的保护；当期权处于虚值状态时，出售方对期权头寸不采取任何对冲措施。他试图通过以下方法实现上述策略：当期权标的资产的价格刚刚上涨至10.00美元时，买入该资产；当标的资产价格刚刚下跌至10.00美元时，卖出该资产。该策略的问题是，它假设当资产价格从9.99美元上涨至10.00美元时，接下来价格将会上涨至10.00美元以上。（实际上接下来价格可能会回到9.99美元。）类似地，它假设当资产价格从10.01美元下跌至10.00美元时，接下来价格将会下跌至10.00美元以下。（实际上接下来价格可能会回到10.01美元。）基于上述假设，期权出售方会在10.01美元买入而在9.99美元卖出。然而这并不是一个好的对冲。如果资产价格从未达到10.00美元，该交易策略的成本为零；如果资产价格多次达到10.00美元，交易策略的成本将十分高。一个好的对冲的成本总是十分接近期权的价值。

2 一个看涨期权delta为0.7的含义是什么？当每个期权的delta均为0.7时，如何使1000份期权的空头组合成为delta中性？

答：（1）期权的delta值（ Δ ），是指期权价格的变化与标的资产价格变化之比，衡量的是期权价格对标的资产价格变化的反应程度。看涨期权的delta为0.7意味着当股票价格小幅上升时，期权价格的上升幅度为这一幅度的70%。同样，当股票价格小幅下跌时，期权价格的下跌幅度为这一幅度的70%。

（2）delta中性即delta值为0，即组合的价值不受资产价格变化的影响。所以，由于1000个期权的空头头寸的delta为-700，可以通过购买700股股票使其达到delta中性。期权头寸的收益（或损失）将被股票头寸的损失（或收益）所抵消。

3 当时间以年做单位时，保证一个期权头寸的theta为-0.1的含义是什么？假如交易人认为股票价格与其隐含波动率都不会变动时，什么样的期权头寸比较合适？

答：（1）期权的theta，即 Θ ，是指其他条件保持不变时，期权价值变动与时间变动之间的比率。参数theta = -0.1意味着如果经过 Δt 年，股票的价格与其波动率均没有发生变化，此时期权的价值下降 $0.1\Delta t$ 。

（2）如果一名交易员判断股票的价格和隐含波动率均不会发生变化，他应当出售一份theta参数为负且绝对值尽可能高的期权，原因如下：

① 通常单个期权的theta为负值。这是由于在其他条件不变的情况下，随着距到期时间的减少，期权的价值倾向于降低。

② 相对来说，短期的平值期权具有绝对值最高的负theta参数。

所以，投资者应该选择出售短期平值期权。

4 期权头寸的gamma是什么含义？某个头寸的delta为0，而gamma为一个很大的负值，该头寸的风险是什么？

答：（1）期权头寸的gamma的含义是标的资产价格变化引起的该组合的delta变化。例如，gamma为0.1意味着当资产价格小幅增加时，delta的增加为这一增加幅度的0.1倍。如果gamma非常小，那么delta变化得非常缓慢，为保持组合的delta中性状态所进行的调整的频率就可以相对低一些。如果gamma的绝对值很大，delta对标的资产价格就很敏感。此时，在任何长度的时间段内不对delta中性的资产组合进行调整都会有很大的风险。

（2）当期权出售者头寸的gamma非常大并且为负值而其delta为0时，意味着delta对标的资产价格很敏感，需要频繁对所持有的头寸进行调整以保持delta中性。所以，此时投资者面临着较大的价格风险和较高的交易费用。如果资产价格发生大幅变动，则投资者发生损失。投资者为了避免损失而进行头寸调整又会带来巨大的交易费用。

5 “构造一个合成期权的过程，就是对冲这一期权头寸的反过程。”解释这句话的含义。

答：构建合成期权涉及持有标的资产头寸（或标的资产期货头寸），使头寸的delta等于所要求的期权的delta。

构建合成期权所需持有头寸与对冲期权所需持有头寸正好数量相等，方向相反。例如为了对冲看跌期权多头，需要合成一个看跌期权空头。由于对冲期权的过程就是构造数量相同、头寸方向相反的合成期权的过程。这意味着构造合成期权的过程就是对冲该期权头寸的反过程。

6 一个执行价格为40美元的虚值看涨期权的布莱克-舒尔斯-默顿价格为4美元，卖出期权的交易员想采用止损交易策略。交易员想在股票价格为40.10美元时买入股票，而在39.90美元时卖出股票，估计股票被买入与卖出的次数。

答：在每次股票的买进与卖出时，该策略花费交易员0.10美元的成本。全部策略的预期成本，以现值的形式应该是4美元。这意味着股票被买进和卖出的预期次数大约为40次。预期买进的次数大约为20次，预期卖出的次数同样大约为20次。

在期权到期之前，买卖交易可以发生在任何时刻。考虑到现金流的时间价值，同时假定在风险中性的世界里，买卖交易不存在交易费用，上述数字只是大概的范围。

二、计算题

1 假设中国的A公司出售一批货物给美国的B公司，6个月后将收到3000万美元货款，A公司希望控制汇率风险，假定目前的即期中美汇率为1美元 = 6.13元人民币，6个月期的远期汇率为1美元 = 6.21元人民币，A公司可以购买6个月期美元看跌期权，其执行价格为1美元 = 6.13元人民币，期权费每美元0.1元人民币。目前，人民币6个月期的年化利率是4%，而美元6个月期年化利率是0.5%。

(1) 如果A公司决定用远期合约来套期保值，计算此次销售可确保获得的人民币收入。

(2) 如果A公司想使用即期美元和人民币市场工具来套期保值，应该怎样做，获得的人民币收入是多少？

(3) 假设未来的即期汇率为1美元 = 6.21元人民币，如果A公司决定用美元的看跌期权来套期保值，此次销售的“期望”人民币收入未来值是多少？

(4) 假如你是A公司的决策人员，你会选择哪种方式来控制这笔交易的汇率风险？[清华大学2015年研]

答：(1) 购买远期合约，确保收入 $3000 \times 6.21 = 18630$ （万元）。

(2) 由于6个月后A公司将收到3000万美元，美元6个月期年化利率为0.5%，所以即期A公司应借入 $3000 / 1.0025 = 2992.5187$ （万美元），按照即期汇率换成人民币 $2992.5187 \times 6.13 = 18344.1396$ （万元），将人民币存入银行，6个月后取出，共得到本息和 $18344.1396 \times 1.02 = 18711.0224$ （万元），同时将收到的3000万美元货款偿还3000万美元贷款。

(3) A公司买入美元的看跌期权来套期保值，当未来的即期汇率为1美元 = 6.21元人民币，放弃行权，损失为： $3000 \times 0.1 = 300$ （万元），即此次销售的“期望”人民币收入是： $3000 \times 6.21 - 300 = 18330$ （万元）。

(4) 使用即期美元和人民币市场工具来套期保值获得的人民币收入最多，所以，应该选择第二种方式控制这笔交易的汇率风险。

2 当无风险利率为每年10%，股票波动率为每年25%时，计算无股息股票上平值欧式期权的delta，其中期权的期限为6个月。

答：根据题意： $S_0 = K$ ， $r = 0.1$ ， $\sigma = 0.25$ ， $T = 0.5$ ，有：

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (0.1 + 0.25^2/2)0.5}{0.25\sqrt{0.5}} \approx 0.3712$$

所以，期权的delta为N(d₁)，即0.64。

3 某基金经理拥有一个风险分散较好的投资组合，该投资组合的收益反映了标普500股指的收益，组合的价值为3.6亿美元。标普500取值为1200。投资组合经理打算购买保险，以便使得在今后6个月内投资组合价值下跌的程度不超过5%。无风险利率为每年6%，投资组合与标普500的股息收益率均为3%，标普500股指波动率为每年30%。

- (a) 如果基金经理买入交易所内交易的欧式看跌期权，这时的保险费用是多少？
- (b) 仔细解释有关交易所内交易的欧式看涨期权的其他交易策略，并说明这些交易策略会取得相同的效果。
- (c) 如果基金经理决定将投资组合的一部分投放于无风险证券，最初的头寸应该为多少？
- (d) 如果基金经理决定采用9个月期的指数期货来提供保险，最初的头寸应该为多少？

答：基金的价值是指数价值的300000倍。当投资组合的价值下降5%（下降至342000000美元），标普500的价值同样下降5%至1140。基金经理因此需要购买执行价格为1140，关于标普500指数300000倍的欧式看跌期权。

(a) 由题意可知，S₀ = 1200，K = 1140，r = 0.06，σ = 0.30，T = 0.50和q = 0.03。因此：

$$d_1 = \frac{\ln(1200/1140) + (0.06 - 0.03 + 0.3^2/2) \times 0.5}{0.3\sqrt{0.5}} \approx 0.4186$$

$$d_2 = d_1 - 0.3\sqrt{0.5} \approx 0.2064$$

N(d₁) ≈ 0.6622；N(d₂) ≈ 0.5818

N(-d₁) ≈ 0.3378；N(-d₂) ≈ 0.4182

一份看跌期权的价值为：

$$1140e^{-rT}N(-d_2) - 1200e^{-qT}N(-d_1) = 1140e^{-0.06 \times 0.5} \times 0.4182 - 1200e^{-0.03 \times 0.5} \times 0.3378 \approx 63.40 \text{ (美元)}$$

因此该保险的全部成本为：

$$300000 \times 63.40 = 19020000 \text{ (美元)}$$

(b) 从期权平价公式：

$$S_0e^{-qT} + p = c + Ke^{-rT}$$

或者

$$p = c - S_0e^{-qT} + Ke^{-rT}$$

可知，一份看跌期权可以通过卖出（或者卖空）e^{-qT}份的指数，买入一份看涨期权和以无风险的利率投资来复制。

把这些应用于下面所要考虑的情形，基金经理应该：① 卖出36000e^{-0.03×0.5}≈35464（万美元）的股票；② 买入300000份执行价格为1140的标普500的6个月看涨期权；③ 把余下的现金以每年6%的无风险利率进行投资。这个策略同直接买入看跌期权有相同的结果。

(c) 一份看跌期权的delta参数为:

$$e^{-qT}[N(d_1) - 1] = e^{-0.03 \times 0.5} (0.6622 - 1) \approx -0.3327$$

这说明33.27%的资产组合 (即11977万美元) 应该在期初卖掉, 并投资于无风险的证券。

(d) 9个月指数期货合约的delta参数为:

$$e^{(r-q)T} = e^{0.03 \times 0.75} \approx 1.023$$

要求的即期空头为:

$$119770000/1200 \approx 99808$$

倍于指数。因此:

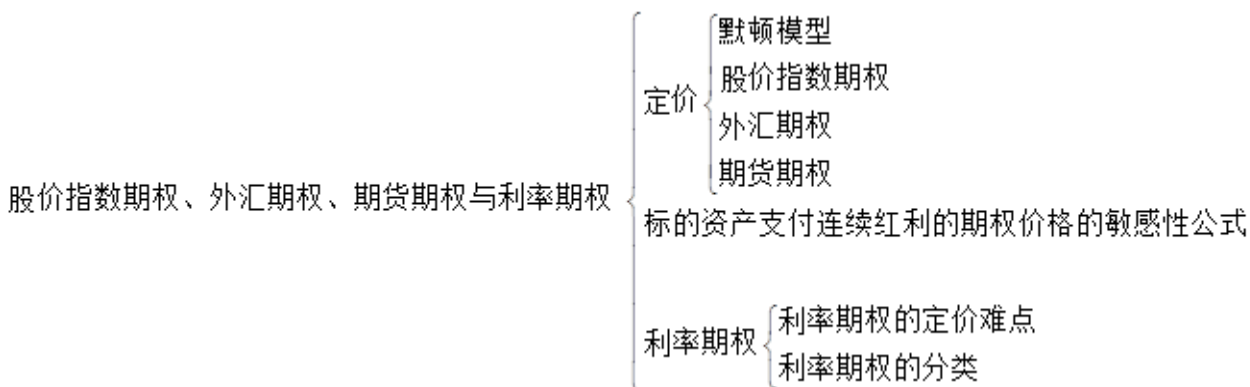
$$99808 / (1.023 \times 250) \approx 390$$

所以, 需要390份期货空头来提供保险。

第十五章 股价指数期权、外汇期权、期货期权与利率期权

15.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、欧式股价指数期权、外汇期权和期货期权的定价

1 默顿模型

根据默顿模型，以股票为标的且连续支付红利的欧式看涨期权的价值为：

$$c_t = S_t e^{-q(T-t)} N(d_1) - X e^{-r(T-t)} N(d_2)$$

由于

$$\ln \frac{S_t e^{-q(T-t)}}{X} = \ln \frac{S_t}{X} - q(T-t)$$

因此， d_1 、 d_2 的表达式分别为：

$$d_1 = \frac{\ln(S_t / X) + (r - q + \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_t / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} = d_1 - \sigma \sqrt{T - t}$$

同理，根据默顿模型，欧式看跌期权价值为：

$$p = X e^{-r(T-t)} N(-d_2) - S_t e^{-q(T-t)} N(-d_1)$$

令上式中 $q=0$ ，即完成默顿模型向基本的B-S-M模型进行转化。

2 股价指数期权

股价指数是可以综合反映市场状况的股票组合。股价指数期权就是以某股价指数为标资产的期权。

当股价指数包含的股票数量足够多时，可以近似地假设其连续支付红利，则可以用默顿模型为其定价。

3 外汇期权

在外汇期权中，使用直接标价法，即1外币 = S_t 本币。假设外币的无风险收益率为 r_f ，本币的无风险收益率为 r_d ，汇率的波动率为 σ ，则外汇的欧式看涨期权的价格为：

$$c_t = S_t e^{-r_f(T-t)} N(d_1) - X e^{-r_d(T-t)} N(d_2)$$

外汇的欧式看跌期权的价值为：

$$p_t = X e^{-r_d(T-t)} N(-d_2) - S_t e^{-r_f(T-t)} N(-d_1)$$

其中

$$d_1 = \frac{\ln(S_t / X) + (r_d - r_f + \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_t / X) + (r_d - r_f - \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} = d_1 - \sigma \sqrt{T - t}$$

4 期货期权

当无收益标的资产价格波动服从几何布朗运动时，其期货价格 F 也服从几何布朗运动，即：

$$dF_t = (\mu - r) F_t dt + \sigma F_t dz_t$$

其中， $\mu - r$ 是期货价格 F_t 的漂移率，即可以视标的为一个漏损率或连续收益率为 r 的资产。用默顿模型对欧式期货期权定价，可以得到看涨期权和看跌期权的价值分别为：

$$c_t = e^{-r(T-t)} [F_t N(d_1) - X N(d_2)]$$

$$p_t = e^{-r(T-t)} [X N(-d_2) - F_t N(-d_1)]$$

考点二、标的资产支付连续红利的期权价格的敏感性公式（见表15-1）

表15-1 标的资产支付连续红利的期权价格的敏感性公式

名称	看涨期权敏感性公式	看跌期权敏感性公式
Δ	$\frac{\partial c}{\partial S} = e^{-q(T-t)} N(d_1)$	$\frac{\partial p}{\partial S} = e^{-q(T-t)} [N(d_1) - 1]$
Γ	$\frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{N'(d_1)e^{-q(T-t)}}{S_t \sigma \sqrt{T-t}}$	$\frac{\partial \Delta}{\partial S} = \frac{\partial^2 p}{\partial S^2} = \frac{N'(d_1)e^{-q(T-t)}}{S_t \sigma \sqrt{T-t}}$
Θ	$-\frac{\partial c}{\partial(T-t)} = -\frac{S_t N'(d_1) \sigma e^{-q(T-t)}}{2\sqrt{T-t}} + qS_t N(d_1)e^{-q(T-t)} - rXe^{-r(T-t)} N(d_2)$	$-\frac{\partial p}{\partial(T-t)} = -\frac{S_t N'(d_1) \sigma e^{-q(T-t)}}{2\sqrt{T-t}} - qS_t N(-d_1)e^{-q(T-t)} + rXe^{-r(T-t)} N(-d_2)$
式中	$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2}$	$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-0.5d_1^2}$

考点三、利率期权

1 利率期权的定价难点

利率期权的标的资产可以为债券，也可以是利率本身，其定价难点在于：

- (1) 利率的波动更为复杂，不能简单地用几何布朗运动来解释。
- (2) 利率不每一个时间上单个存在的数值，而应考虑利率期限结构。
- (3) 不同期限的利率波动率不同。
- (4) 利率会同时影响期权到期回报及其贴现率，使利率期权更加复杂。

2 利率期权的分类（见表15-2）

表15-2 利率期权的分类

分类	具体内容	
交易所交易的利率期权	主要包括	债券期权、利率期权和利率期货期权
	到期期限	从 90 天至 30 年不等
场外市场交易的利率期权	利率上限	<p>①权利：在利率上限期权存续期内，若特定利率指标（如三个月 LIBOR）超过了约定的执行利率，期权多头有权从期权空头处获得市场利率与执行利率的差价。</p> <p>②意义：帮助期权多头在市场利率上涨时将融资成本控制在执行利率上</p>
	利率下限	<p>①权利：与利率上限正相反，利率下限是使期权多头有权在市场利率低于约定的执行利率时，从空头处获得相应的利率差异。</p> <p>②意义：帮助期权空头在市场利率下跌时将投资收益控制在一定的利率水平上</p>
	利率双限	<p>①定义：同时买入利率上限，卖出利率下限即可构成利率双限组合。</p> <p>②意义：将利率波动的风险控制一定区间内。由于卖出利率下限的收入可以部分抵偿买入利率上限的支出，利率双限的费用较低</p>
	利率互换期权	<p>①权利：期权多头有权在未来某一时间按照约定的期限、利率和名义本金，进行利率互换。</p> <p>②区别：多头期权指期权多头有权获得支付固定利率、收取浮动利率的权利；空头期权指期权多头有权获得相反的权利</p>

内嵌的利率期权	主要包括	债券可提前赎回的权利、债券可提前回售的权利
	与市场利率关系	<p>①市场利率下跌→债券的市场价格>赎回价格→债券发行者提前按赎回价买回债券</p> <p>②市场利率上升→债券的市场价格<回售价格→债券投资者提前按回售价卖出债券</p>
	定价公式	内嵌利率期权的金融工具的价值 = 基础证券价值 ± 利率期权价值。其中，“±”取决于内嵌期权是多头还是空头

15.2 课后习题详解

1 为什么外汇的利率可以看成连续支付的红利率。

答：因为货币具有时间价值。

假设外汇的无风险利率为 r_f ，由于货币具有时间价值，即存在无风险收益，则当下1单位外币一定等价于 $T-t$ 时间后的 $e^{r_f(T-t)}$ 单位外币；或者说，当下 $e^{-r_f(T-t)}$ 单位外币在 $T-t$ 时间后一定变为1单位外币。因此，外汇的利息可视作连续支付的红利，外汇的利率可视作普通股的红利率。

2 为什么我们可以假设期货的持有成本等于无风险利率？

答：因为期货价格公式 $F_T = S e^{r(T-t)}$ ，期货到期时 $F_T = S_T$ ，若 $S_T = S e^{\mu(T-t)}$ ，则

$$\begin{aligned} F_T &= S_T = S e^{\mu(T-t)} \times \frac{e^{r(T-t)}}{e^{r(T-t)}} \\ &= S e^{r(T-t)} e^{\mu(T-t)} \times \frac{1}{e^{r(T-t)}} = F e^{(\mu-r)(T-t)} \end{aligned}$$

即 $F_T = F e^{(\mu-r)(T-t)}$ 。可见，期货的漂移率比标的资产要少 r ，因此说持有期货的成本等于无风险利率。

3 考虑两个欧式外汇看涨期权和两个欧式外汇看跌期权，行权价格分别为0.90元和1.00元，所有期权将在一年后到期，无风险利率是8%，外汇利率是5%，外汇的波动率是30%，外汇现在的汇率是0.8元。运用默顿模型计算期权价格。

答：根据默顿模型：

外汇的欧式看涨期权的价格 $c = S e^{-r_f(T-t)} N(d_1) - X e^{-r(T-t)} N(d_2)$ ；

外汇的欧式看跌期权的价格 $p = X e^{-r(T-t)} N(-d_2) - S e^{-r_f(T-t)} N(-d_1)$ 。

则：

(1) 当执行价格为0.90时：

$$d_1 = \frac{\ln(0.8/0.9) + (0.08 - 0.05 + 0.3^2/2) \times 1}{0.3\sqrt{1}} = -0.1426$$

$$d_2 = d_1 - 0.3 \times \sqrt{1} = -0.4426$$

欧式外汇看涨期权价格： $c = 0.8e^{-0.05 \times 1} N(d_1) - 0.9e^{-0.08 \times 1} N(d_2) = 0.06$ (元)。

欧式外汇看跌期权价格： $p = 0.9e^{-0.08 \times 1} N(-d_2) - 0.8e^{-0.05 \times 1} N(-d_1) = 0.13$ (元)。

(2) 当执行价格为1.00时：

$$d_1 = \frac{\ln(0.8/1.0) + (0.08 - 0.05 + 0.3^2/2) \times 1}{0.3\sqrt{1}} = -0.4938$$

$$d_2 = d_1 - 0.3 \times \sqrt{1} = -0.7938$$

欧式外汇看涨期权价格： $c = 0.8e^{-0.05 \times 1} N(d_1) - 1.0e^{-0.08 \times 1} N(d_2) = 0.04$ (元)。

欧式看跌外汇期权价格： $p = 1.0e^{-0.08 \times 1} N(-d_2) - 0.8e^{-0.05 \times 1} N(-d_1) = 0.20$ (元)。

4 期货价格目前等于19元，行权价格为20元，无风险连续复利年利率为6%，期货价格的年波动率为20%，请计算该期货的5个月期的欧式看跌期权价格。

答：根据默顿模型，欧式期货看跌期权价格为：

$$p_t = e^{-r(T-t)} [XN(-d_2) - F_t N(-d_1)]$$

本题中， $F = 19$ ， $X = 20$ ， $r = 6\%$ ， $\sigma = 0.2$ ， $T - t = 5/12$ ，则：

$$d_1 = \frac{\ln(19/20) + (0.2^2/2) \times 5/12}{0.2\sqrt{5/12}} = -0.2424$$

$$d_2 = d_1 - 0.2 \times \sqrt{5/12} = -0.3715$$

5个月期欧式看跌期权价格 $p = e^{-0.06 \times 5/12} [20N(-d_2) - 19N(-d_1)] = 1.54$ (元)。

5 某股价指数目前为250点，该指数年连续复利红利率为4%，无风险连续复利年利率为6%，该指数的年波动率为30%。请计算该指数6个月期行权价格为245的欧式看涨期权价格。

答：根据默顿模型，股指欧式看涨期权的价格为：

$$c = Se^{-r_f(T-t)} N(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2)$$

本题中， $S = 250$ ， $X = 245$ ， $r = 6\%$ ， $q = 4\%$ ， $\sigma = 0.3$ ， $T - t = 6/12 = 0.5$ ，则：

$$d_1 = \frac{\ln(250/245) + (0.06 - 0.04 + 0.3^2/2) \times 0.5}{0.3\sqrt{0.5}} = 0.2484$$

$$d_2 = d_1 - 0.3 \times \sqrt{0.5} = 0.0363$$

该股指欧式看涨期权价格 $c = 250e^{-0.04 \times 0.5} N(d_1) - 245e^{-0.06 \times 0.5} N(d_2) = 24.24$ (元)。

15.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

1 利率期权

答：利率期权是指在预先约定的日期，以事先确定的价格对某种附有利率的有价证券或期货合约进行买卖的选择权。利率期权对于购买者来说是一种权利，而不是一项义务。一般而言，市场参与者在进行利率期权交易时，根据相应的权利金选择不同的敲定利率。敲定利率是由利率期权买卖双方根据利率期货行情的变动及其走向，通过比较权利金与市场利率的差额确定的。在交易过程中，利率期权买卖双方可以按照自己的偏好灵活选择有价期权、平价期权或无价期权。利率期权主要包括长期、中期、短期债券期权。在市场经常发生剧烈动荡的情况下，通过操作利率期权交易，往往能够达到使其持有或经营的货币资本保值、增值的目的。

2 股指期权

答：股指期权是以股价指数为行权品种的期权合约。股指期权相对其他期权来说具有风险小（最大亏损是权利金），盈利大（行使权利后的期货差价）的特点。我国现有一支股指期权，为上交所的上证50ETF股指期权，其市场规模不大，价格较稳定。

二、简答题

1 简述外汇期权价格的决定因素。[中央财经大学1998年研]

答：期权，又称选择权，是指它的持有者在规定的期限内具有按交易双方商定的价格购买或出售一定数量某种金融资产的权利。期权的基本特征在于它给予合约持有人的是一种权利而非义务。为了取得这一权利，期权合约的买方必须向卖方支付一定数额的费用，即期权费。

期权费在期权交易中扮演着重要角色。根据持有成本理论，期权价格受其标的物价格的影响。期权敲定价与现时标的物价格的关系常用内在价值概念来分析，敲定价与未来标的物价格的关系则用时间价值概念来分析。具体来说，外汇期权价格的制定主要依据以下几个因素：

(1) 外汇的汇率。这是外汇期权交易中首先要考虑的因素，其原因有三：① 它决定敲定价格的选择；② 它与敲定价格的关系决定了期权是实值、平值还是虚值，并决定了内涵价值的大小；③ 外汇汇率的波动，增加了期权向实值或虚值方向移动的可能性，因此权利金也相应要发生变化。

(2) 货币汇率的波动性。一般说来，汇率较为稳定的货币收取的期权费比汇率波动大的货币低，这是因为前者的风险性相对后者较小。

(3) 合约的到期时间。时间越长，期权费越多，这是因为时间越长，汇率波动的可能性就越大，期权卖方遭受损失的可能性也就越大。

(4) 协议日与到期日的差价。例如，购买3个月英镑买入期权，如果3个月远期汇率为1.6550，那么协议价1.6400与1.6600相比，1.6400协议价应收的期权费就多些，因为期权卖方要承担汇率风险；相反，如果想在1.6400的汇率卖出期权，期权费用则较低。对于美式期权，由于买方选择执行合约的日期更为自由，费用也相对要收得更多一些。

(5) 期权供求关系。期权的买方多卖方少，期权价格更高；而如果期权的卖方多买方少，期权价格较低，这就是基本供求规律的作用。

2 当一家企业知道在将来会收进一笔外汇时，解释该企业如何利用货币范围远期合约来对冲外汇风险。

答：货币范围远期合约可以确保公司进行外汇兑换时的汇率不会低于某一特定的汇率水平，也不会高于另一特定的汇率水平。在本例中，该企业可以买入执行汇率较低的看跌期权同时卖出执行汇率较高的看涨期权来对冲外汇风险。

3 证明当远期价格等于执行价格时，一个欧式货币看涨期权价格等于相应的欧式货币看跌期权价格。

证明：根据看跌 - 看涨期权平价关系式及远期价格 F_0 与即期价格 S_0 之间的关系：

$$c + Ke^{-rT} = p + S_0 e^{-r_f T}$$

及

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}$$

从而有

$$c + Ke^{-rT} = p + F_0 e^{-rT}$$

如果 $K = F_0$ ，上式化简为 $c = p$ 。当 $K = F_0$ 时， $c = p$ 的结论不仅对于货币期权成立，同时对于其他所有资产的期权都成立。通常定义 $K = F_0$ （或 $c = p$ ）而非 $K = S_0$ 时的期权为平值期权。

4 你认为股指的波动率会大于还是小于一般股票的波动率？解释原因。

答：股指的波动率一般小于典型股票的波动率。因为基于股票构建的证券组合使得一些风险（即收益的不确定性）被分散化了。在资本资产定价模型中，对于单只股票的收益率，存在系统性风险和非系统性风险两种。但是在股指中，非系统性风险已经大大地被分散了，只存在系统性风险影响波动率，因此，股指的波动率要小于典型股票的波动率。

5 当投资组合的 β 值增加时，相应投资组合保险的成本是会增加还是会减少？解释原因。

答：证券组合保险的成本随着组合 β 值的增加而增加。因为证券组合保险需要购买一份该组合的看跌期权。随着 β 值的增加，证券组合的波动率增加，这使得购买一份看跌期权的成本增加，因此当利用指数期权来进行证券组合保险时， β 值的增加使得所需购买的期权数量和期权的执行价格都增加，从而增加证券组合保险的成本。

三、计算题

1 某企业3个月后需用美元支付200万欧元进口货款，预测汇率会有大幅度变动，采用外汇期权交易保值。已知即期汇率为 $\$1 = \text{€}1$ ；协定价格 $\text{€}1 = \$1.0100$ ，期权价格 $\text{€}1 = \$0.0338$ ；佣金占合同金额0.05%，采用欧式期权。请问3个月后市场汇率为 $\$1 = \text{€}0.8500$ 情况下该企业应如何操作？[东北财经大学2013年研]

答：3个月后市场汇率为： $1\text{€} = \$1/0.85 = \1.1765 。

美元贬值（欧元升值），贸易公司可选择执行合约（看涨期权）。

期权合约收益为： $(1.1765 - 1.01) \times 200 = 33.3$ （万美元）；

期权费为： $0.0338 \times 200 = 6.76$ （万美元）；

佣金为： $0.05\% \times 200 = 0.1$ （万美元）；

企业总收益为： $33.3 - 6.76 - 0.1 = 26.44$ （万美元）；

所以，在此情况下企业可以执行看涨期权，获得收益26.44万美元。

2 假定加元的即期汇率为0.95美元，加元/美元汇率的波动率为每年8%，加拿大与美国的无风险利率分别为每年4%与5%。计算9个月期限以0.95美元买入1加元的欧式看涨期权的价格。利用期权平价关系来求出9个月期限以0.95美元的价格出售1加元的欧式看跌期权的价格。在9个月以后以1加元买入0.95美元的看涨期权价格为多少？

答：本题中， $S_0 = 0.95$ ， $K = 0.95$ ， $r = 0.05$ ， $r_f = 0.04$ ， $\sigma = 0.08$ 和 $T = 0.75$ 。

利用下面的式子求解期权价格：

$$d_1 = [\ln(0.95/0.95) + (0.05 - 0.04 + 0.08^2/2) \times 0.75] / (0.08 \times 0.75^{1/2}) \approx 0.1429$$

$$d_2 = d_1 - 0.08 \times 0.75^{1/2} \approx 0.0736$$

并且

$$N(d_1) \approx 0.5568, N(d_2) \approx 0.5293$$

看涨期权价格c为：

$$c = 0.95e^{-0.04 \times 0.75} \times 0.5568 - 0.95e^{-0.05 \times 0.75} \times 0.5293 \approx 0.0290$$

即2.90美分。

由期权平价公式：

$$p + S_0 e^{-r_f T} = c + K e^{-r T}$$

得出：

$$p = 0.0290 + 0.95e^{-0.05 \times 0.75} - 0.95e^{-0.04 \times 0.75} \approx 0.0221$$

以1加元购买0.95美元的期权与以0.95美元出售1加元的期权相同，也就是说，这种期权是加元的看跌期权，且价格为0.0221美元。

3 1年期限关于墨西哥比索远期价格为每比索0.0750美元，美国的无风险利率为1.25%，墨西哥的无风险利率为4.5%，汇率的波动率为13%。1年期执行价格为0.0800的欧式看涨期权和看跌期权价格为多少？

答：在该题中， $F_0 = 0.0750$ ， $K = 0.0800$ ， $r = 1.25\%$ ， $r_f = 4.5\%$ ， $\sigma = 13\%$ ， $T = 1$ 。

由此计算墨西哥比索即期价格为每比索 $S_0 = 0.0750 \times e^{-(r - r_f) T} = 0.0775$ 美元。

$$d_1 = \frac{\ln(0.0775 / 0.0800) + (0.0125 - 0.045 + 0.13^2 / 2) \times 1}{0.13 \sqrt{1}} \approx -0.4315$$

$$d_2 = d_1 - 0.13 \sqrt{1} \approx -0.5615$$

$$N(d_1) \approx 0.3331, N(d_2) \approx 0.2872$$

根据公式计算欧式看涨期权的价格为0.0020，欧式看跌期权的价格为0.0069。

4 某个指数的当前水平为1500。执行价格为1400，期限为6个月的看涨和看跌期权的价格分别为154.00和34.25。6个月期无风险利率为5%，这时的隐含股息收益率为多少？

答：隐含股息收益率 q 满足看跌-看涨期权平价关系式。求解以下方程

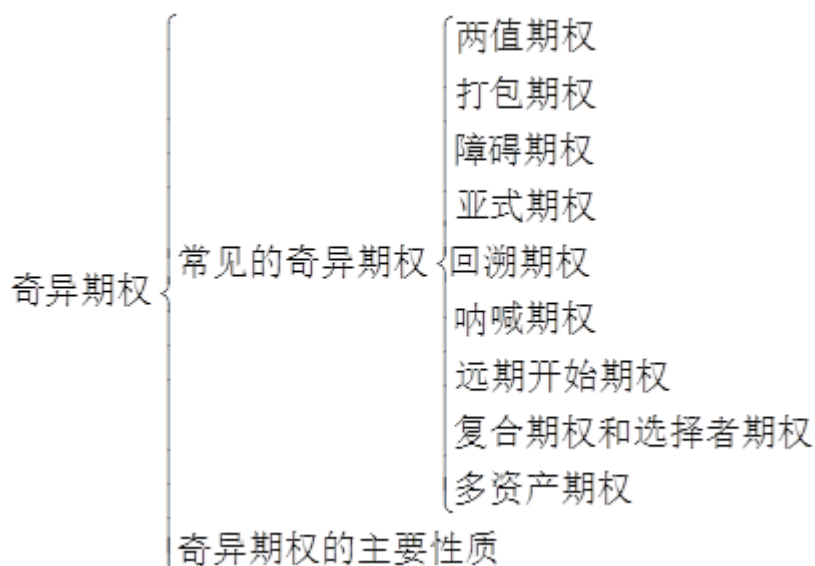
$$154 + 1400e^{-0.05 \times 0.5} = 34.25 + 1500e^{-0.5q}$$

解得： $q \approx 1.99\%$ 。

第十六章 奇异期权

16.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、常见的奇异期权

标准期权叫做香草期权，即欧式和美式期权。此外，还有很多复杂的期权，称为奇异期权。奇异期权通常在场外交易，具有丰富的灵活性和多样性，通常是根​​据用户需求开发或者嵌入金融产品之中。因此，其定价与保值都更加复杂，对模型的依赖度也更高。

1 两值期权

两值期权的回报不是连续的，到期只有两个可能的取值。两值期权分为两种：

- (1) 或有现金看涨期权 (cash-or-nothing call)：若标的资产期末价格高于执行价格，则支付固定现金流Q，否则没有回报。
- (2) 或有资产看涨期权 (asset-or-nothing call)：若标的资产期末价格高于执行价格，则支付等于资产价格的价款，否则没有回报。

常规期权也可看成两值期权的组合。例如：

一份常规欧式看涨期权 = 一份或有资产看涨期权多头 + 一份或有现金看涨期权空头

一份常规欧式看跌期权 = 一份或有资产看跌期权空头 + 一份或有现金看跌期权多头

2 打包期权

打包期权是由常规欧式期权、远期合约、现金和标的资产等构成的证券组合，如牛市差价、熊市差价、蝶式差价、跨式期权、宽跨式期权等。打包期权可以利用多种基础资产来达到个性化的投资需求。

最常见的打包期权是投资者构建的零初始成本的期权组合。除此之外，延迟支付期权（又称波士顿期权）也可以实现零初始成本的期权：当前不支付期权价格，到期时支付期权价格的终值。或有期权费期权与延迟支付期权类似，它是指期权买方不在期初支付期权费，当到期时期权为实值时才支付期权费。

3 障碍期权（见表16-1）

表16-1 障碍期权

要点	具体内容	
定义	障碍期权的回报取决于标的资产价格在特定期限内是否达到了某个特定水平（临界值，又称障碍水平）	
种类	敲出障碍期权	标的资产价格达到障碍水平时，该期权作废（被敲出）；没有触及障碍水平，则该期权仍然是常规期权
	敲入障碍期权	标的资产价格达到障碍水平时，该期权才会生效（被敲入），回报等于相应的常规期权；反之，则该期权无效。按障碍水平与初始价格的关系分，障碍水平高于初始价格的敲入障碍期权称为向上期权；反之，则称为向下期权
	障碍水平的时间依赖性	障碍水平随时间变化而变化
	双重障碍	设置两个障碍水平：障碍上限和障碍下限。障碍上限高于现价，障碍下限低于现价。标的资产价格触及任何一个障碍水平，期权作废
	多次触及障碍水平	触及一次时，该合约为常规的障碍期权；只有当两个障碍水平都被触及，才引发障碍条件
	障碍水平的重新设定	在特定期限内触及了障碍水平的合约会变成另一个具有不同障碍水平的障碍期权；未在特定期限内触及障碍水平的合约则为常规期权
	外部障碍期权	也叫做彩虹障碍期权，其特点为：期权的障碍水平由一个资产价格触发，而期权的回报是由另一种资产价格来决定
	提前执行的可能性	将“提前行权”写入条款中，同时列明若提前行权，将如何兑现期权的回报
	折扣返还	当触及障碍水平，可以部分退款。通常应用于敲出障碍期权

性质	<p>①路径依赖性质，即资产到期前遵循的路径会影响障碍期权的回报和价值；</p> <p>②投资者可以利用障碍期权进行保值；</p> <p>③障碍水平与资产现价的差距越小，障碍期权合约越便宜，且价格通常比普通期权低</p>
----	--

4 亚式期权 (见表16-2)

表16-2 亚式期权

要点	具体内容
特征	到期回报取决于标的资产在整个或部分期权有效期内的平均价格
种类	<p>①若用平均值 A 代替到期资产价格 S_T，则得到了平均资产价期权；若用 A 代替执行价格，则得到平均执行价期权。</p> <p>②平均值分为算术平均、几何平均和指数加权平均。</p> <p>③平均值的计算还可分为连续平均和离散平均。连续平均可近似为在有限时间段内取多个相近的价格计算，离散平均则只取分散的几个可靠的数据点（如每天收盘价）计算</p>
性质	<p>①与障碍期权类似，都具有路径依赖性，但依赖性更弱；</p> <p>②采用平均价格，减小了波动，期权费也更便宜</p>

5 回溯期权 (见表16-3)

表16-3 回溯期权

要点	具体内容
特征	其回报依赖于标的资产在某个确定的时段（称为回溯时段）中达到的最大或最小价格（又称为回溯价）
分类	<p>①固定行权价期权：用回溯价 M 替代资产价格 S_T，其他都与相应的常规期权相同；</p> <p>②浮动行权价期权：用回溯价 M 替代执行价格 X</p>
性质	<p>①较强的路径依赖性质；</p> <p>②适合对资产价格波动幅度有较大把握，而对到期价格把握不大的投资者；</p> <p>③由于保证投资者可以得到回溯时段内的最优价格，因而价格较高</p>

6 呐喊期权

呐喊期权是指为一个常规欧式期权附上了一个额外的特征，即在期权有效期内，持有者可以向空头方“呐喊”一次。呐喊期权的到期回报是在常规欧式期权的回报和呐喊时刻的期权内在价值回报中取较高者。

呐喊期权的回报可以表示为：

$$\text{Max} (S_T - S_\tau, 0) + (S_\tau - X)$$

其中T是到期时刻， S_τ 是指呐喊时刻的资产价格。

7 远期开始期权

远期开始期权是指在即期支付期权费而在未来某时刻才开始生效的期权。

远期开始期权的定价如下所示：

一份支付固定红利的远期开始欧式看涨期权，在 t_1 时刻显然满足B-S-M期权定价公式（符号含义同前）：

$$c_1 = S_1 e^{-q(t_2-t_1)} N(d_1) - S_1 e^{-r(t_2-t_1)} N(d_2)$$

上式表明期权价值与资产价格成正比，可以看成资产价格与一个函数的乘积：

$$c_1 = S_1 f(t_2 - t_1)$$

因此，零时刻的期权价格为：

$$c_0 = S_0 e^{-q(t_2-t_0)} N(d_1) - S_0 e^{-q(t_1-t_0)} e^{-r(t_2-t_1)} N(d_2)$$

也就是说， $K = S_1$ 的远期开始期权的价值等于具有相同有效期长度的 $K = S_0$ 的常规期权价值。

上述结论对于不支付红利的情况依然适用。

8 复合期权和选择者期权

期权的期权，即二阶期权，给予持有者对另一种期权的权利。

(1) 复合期权

在 t_0 时赋予持有者在特定时间 t_1 ($t_1 > t_0$) 以特定价格买卖另一种期权的权利，这个标的期权将在 t_2 ($t_2 > t_1 > t_0$) 时刻到期。

(2) 选择者期权

持有者在 t_0 时购买该期权，在特定时间 t_1 ($t_1 > t_0$) 决定该期权为看涨期权或是看跌期权。

9 多资产期权

多资产期权的标的资产通常是两个或两个以上。常见的多资产期权如彩虹期权、资产交换期权。

(1) 彩虹期权

彩虹期权是指有两种以上标的资产的期权。

彩虹期权的种类很多，如较差期权，其到期回报等于几种资产中价格最低者：

$$\min(U_T, V_T) = V_T - \max(V_T - U_T, 0)$$

同理，较佳期权的到期回报为：

$$\max(U_T, V_T) = U_T + \max(V_T - U_T, 0)$$

(2) 资产交换期权

资产交换期权是特殊的多资产期权，该期权的持有者有权用一种资产换取另一种资产。例如，一个美国投资者用澳元购买日元的期权就是用一种外币资产交换另一种外币资产的期权；股权收购要约则是用一个公司的股份换取另一个公司股份的期权。

在T时刻用价值为 U_T 的资产换取价值为 V_T 的资产的欧式期权的回报为：

$$\max(V_T - U_T, 0)$$

下述期权的定价公式是由马格拉布首先提出的，即期权在零时刻的价值为：

$$V_0 e^{-q_v T} N(d_1) - U_0 e^{-q_u T} N(d_2)$$

其中，资产价格U和V都遵循几何布朗运动，波动率分别为 σ_u 和 σ_v ，收益率分别为 q_u 和 q_v ，零时刻的资产价值分别为 U_0 和 V_0 ， ρ 为U和V之间的瞬时相关关系。该公式是独立于无风险利率r的， $\hat{\sigma}$ 是V/U的波动率，此时可以将期权解读为 U_0 份标的资产价格为V/U、执行价格为1的欧式看涨期权的价格。

注意：较差期权和较好期权可以看成是由其中一个资产的头寸和一份这两个资产之间的交换期权的组合。

考点二、奇异期权的主要性质（见表16-4）

表16-4 奇异期权的主要性质

性质	具体内容
分拆与组合	奇异期权是对常规期权和其他一些金融资产的拆分与组合
弱式路径依赖	标的变量所遵循路径会影响奇异期权的价值。一些奇异期权的路径依赖较弱，其在定价时不需要比与之类似的常规欧式期权增加新的独立路径依赖变量
强式路径依赖	一些奇异期权的路径依赖较强，其期权价格不能简单写作 $f(S, t)$ ，还需要获得更多关于资产价格路径的信息
时间依赖	在以上所述所有特征中加入时间依赖的特性，例如百慕大期权（只能在特定时段内提前执行）
维数	维数即基本独立变量的个数。常规期权是二维的（两个独立变量 S 和 t ），而路径依赖强的奇异期权可能会出现三维甚至多维
阶数	常规期权的阶数为 1，其损益仅取决于标的资产价格；高阶期权的损益和价值则取决于其他期权的价值

16.2 课后习题详解

1 奇异期权的主要类型有哪些？

答：奇异期权的主要有两值期权、打包期权、障碍期权、亚式期权、回溯期权、呐喊期权、远期开始期权、复合期权、选择者期权、多资产期权等。

2 分别为弱式路径依赖期权、强式路径依赖期权、多维期权、高阶期权举出几例。

答：（1）弱式路径依赖期权

弱式路径依赖期权的价值会受到路径变量的影响，但无需增加独立路径依赖变量。美式期权、障碍期权都是弱式路径依赖期权。

（2）强式路径依赖期权

强式路径依赖期权的损益除了取决于标的资产的目前价格和时间外，还取决于资产价格路径的一些特征，需增加独立路径依赖变量。亚式期权、回溯期权都是强式路径依赖期权。

（3）多维期权

该类期权存在多个独立变量。彩虹期权、资产交换期权都是多维期权。

（4）高阶期权

高阶期权的损益和价值取决于另一个（些）期权的价值。复合期权、选择者期权都是高阶期权。

3 分析障碍期权的性质。

答：（1）路径依赖性质，即资产到期前遵循的路径会影响障碍期权的回报和价值。因为该期权只需知道障碍是否被触发，而不需要关于路径的其他任何信息，因此，障碍期权是属于弱式路径依赖。

（2）投资者可以利用障碍期权进行保值。

（3）障碍水平与资产现价的差距越小，障碍期权合约越便宜，且价格通常比普通期权低。

4 基于某个资产价格的欧式向下敲出期权的价格与基于该资产远期价格的欧式向下敲出期权价格相等吗（该远期合约到期日与期权到期日相同）？

答：不相等，因为两者被敲出的可能性大小不同。如果在期权有效期内，远期价格高于现货价格，可能现货价格会触及障碍水平而被敲出，但远期价格则可能不会触及障碍水平。

5 解释为什么几何平均有精确定价公式而算术平均无法得到精确定价。

答：算术平均可表示为： $I = 1/n (S_1 + S_2 + \dots + S_n)$ ，几何平均可表示为 $I = (S_1 S_2 S_3 \dots S_n)^{1/n}$ ，或者 $\ln I = 1/n (\ln S_1 + \ln S_2 + \ln S_3 + \dots + \ln S_n)$ 。在亚式期权中，只有几何平均期权能得到精确定价，这是因为布莱克-舒尔斯模型假设标的资产价格服从对数正态分布，而一系列对数正态分布变量的几何平均值仍为对数正态分布，这样，对几何平均期权，可以通过转换波动率和红利率，利用B-S-M公式得到解析解。而一系列对数正态分布的算术平均值并不服从对数正态分布，因而只能使用近似方法或是数值方法定价。

6 为什么亚式期权比障碍期权更易保值?

答: 因为在亚式期权中, 越接近到期日, 回报越确定, 且保值比例 Δ 是连续的, 这使得应用标的资产进行保值相当容易。而障碍期权中, 当资产价格接近障碍水平时, Δ 却是不连续的, 这给保值带来了困难。

16.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

期权交易[四川大学2014年研]

答：期权交易是指以期权合约为对象的交易，买方支付期权费获得期权。期权合约是指期权的买方有权在约定的时间或约定的时期内，按照约定的价格买进或卖出一定数量的相关资产，也可以根据需要放弃行使这一权利。期权交易的特点有：① 期权交易双方权利与义务不对等，买方只有权利没有义务，卖方只有义务没有权利。② 期权只有卖方缴纳保证金，买方只需支付期权费。③ 期权的买方最大亏损是期权费，获利是无限的，卖方最大收益是期权费，亏损是无限的。④ 期权是交易未来买卖某种商品的权利，到期可以执行也可以放弃。

二、简答题

1 解释远期开始期权与选择人期权的区别。

答：二者的差异如下：

(1) 赋予持有者的权利不同。远期开始期权是现在支付期权费但在未来才开始的期权；选择人期权是持有人在未来某一时刻有权选择其是看涨期权还是看跌期权的期权。

(2) 执行价格确定的方式不同。远期开始期权的执行价格通常等于期权开始时的资产价格；选择人期权的执行价格通常是在期权交易时已经确定的。

2 描述具有同样期限的浮动回望看涨期权和浮动回望看跌期权组合的收益图。

答：一份浮动回望看涨期权的收益等于最后资产价格超过期权有效期内资产价格最小值的部分，即： $S_T - S_{\min}$ ；一份浮动回望看跌期权的收益等于期权有效期内资产价格最大值超过最后资产价格的部分，即： $S_{\max} - S_T$ 。因此，一份浮动回望看涨期权与一份浮动回望看跌期权的组合提供的收益为 $S_{\max} - S_{\min}$ 。

3 考虑一个选择人期权，在2年内任何时刻，期权持有者有权在欧式看涨期权和欧式看跌期权之间进行选择，无论何时做出选择，看涨期权和看跌期权的到期日和执行价格均相同。在2年到期之前做出行使选择会是最佳吗？解释原因。

答：到期前提前做出行使选择不会是最优的。无论何时做出选择，结果的现金流都是相同的。期权持有人提前做出选择没有任何意义。如果期权持有人是在两个美式期权之间选择，且这些期权不能在到期前2年执行，那么上述的结论仍然成立。如果一旦期权持有人做出了选择，期权提前执行期即开始，那么上述的结论则不成立。例如，如果股票价格在前6个月几乎下跌至零，此时期权持有人将会选择一个看跌期权并立即执行该期权。

4 解释为什么当障碍水平大于执行价格时，下跌-敲出看跌期权的价值为0。

答：因为只有当资产价格低于执行价格时，看跌期权才处于实值状态。然而，如果障碍水平大于执行价格，在资产价格下降到执行价格之前就达到了障碍水平，期权也就自动消失了，因此其价值为0。

5 解释为什么对于亚式期权的delta对冲比一般期权的对冲更为容易。

答：在亚式期权中，随着时间的推移，收益变得更为确定，并且随着到期日的临近，delta趋近于0。这使得delta对冲较为容易。当资产价格接近于障碍水平时，障碍式期权给delta对冲者带来了问题，这是因为此时delta为非连续的。

三、计算题

1 计算以下欧式期权的价格，期权持有者有权在1年时以100盎司白银换取1盎司黄金。黄金和白银的当前价格分别为每盎司1520美元和16美元，无风险利率为10%，两种商品价格的波动率均为每年20%，相关系数为0.7，在计算中忽略存储费用。

答：期权的价值为：

$$V_0 e^{-q_1 T} N(d_1) - U_0 e^{-q_2 T} N(d_2)$$

其中

$$d_1 = \frac{\ln(V_0/U_0) + (q_1 - q_2 + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

本题中， $V_0 = 1520$ ， $U_0 = 16 \times 100 = 1600$ ， $q_1 = 0$ ， $q_2 = 0$ ， $T = 1$ 且：

$$\sigma = (0.2^2 + 0.2^2 - 2 \times 0.7 \times 0.2 \times 0.2)^{1/2} \approx 0.1549$$

又因为： $d_1 \approx -0.2536$ 和 $d_2 = -0.4086$ ，所以期权的价格为：

$$1520N(-0.2536) - 1600N(-0.4086) \approx 61.54 \text{ (美元)}$$

2 当6个月后标普500股指高于1000时，一个衍生产品提供的收益为100美元，否则提供收益为0。这里股指的当前水平为960，无风险利率为每年8%，股指的股息收益率为每年3%，股指波动率为每年20%，这一衍生产品的价值是多少？

答：根据题意，这是一个现金或空手看涨期权，其价值为：

$$100N(d_2) e^{-0.08 \times 0.5}$$

其中

$$d_2 = \frac{\ln(960/1000) + (0.08 - 0.03 - 0.2^2/2) \times 0.5}{0.2 \times \sqrt{0.5}} \approx -0.1826$$

查表得： $N(d_2) \approx 0.4276$ ，因此该衍生产品的价值为41.08美元。

3 当美元/英镑汇率在一年后高于1.5000时，衍生产品提供的收益为10000英镑，否则提供收益为0。当前美元/英镑汇率为1.4800，美元和英镑的无风险利率分别为每年4%及每年8%，美元/英镑汇率波动率为每年12%，这一衍生产品价格是多少美元？

答：考虑两个不同方式给该衍生产品定价：

(1) 从一个英镑投资者的观点来看, 该衍生产品是现金或空头看跌期权。

根据题意, 变量分别是 $S_0 = 1/1.48 \approx 0.6757$, $K = 1/1.50 \approx 0.6667$, $r = 0.08$, $q = 0.04$, $\sigma = 0.12$, $T = 1$ 。如果汇率低于 0.6667, 则衍生产品提供的收益为 10000 英镑, 因此, 该衍生产品的价值为: $10000N(-d_2)e^{-0.08 \times 1}$

其中

$$d_2 = \frac{\ln(0.6757/0.6667) + (0.08 - 0.04 - 0.12^2/2)}{0.12} \approx 0.3852$$

查表得: $N(-d_2) \approx 0.3500$

衍生工具的价值为: $10000 \times 0.3500 \times e^{-0.08} \approx 3231$ (英镑)

转换成美元则为 $3231 \times 1.48 = 4782$ (美元)。

(2) 从一个美元投资者的角度来看, 该衍生工具是资产或空头看涨期权。

根据题意, 变量分别是 $S_0 = 1.48$, $K = 1.50$, $r = 0.04$, $q = 0.08$, $\sigma = 0.12$, $T = 1$

则其价值为: $10000N(d_1)e^{-0.08 \times 1}$

其中

$$d_1 = \frac{\ln(1.48/1.50) + (0.04 - 0.08 + 0.12^2/2)}{0.12} \approx -0.3852$$

查表得: $N(d_1) \approx 0.3500$

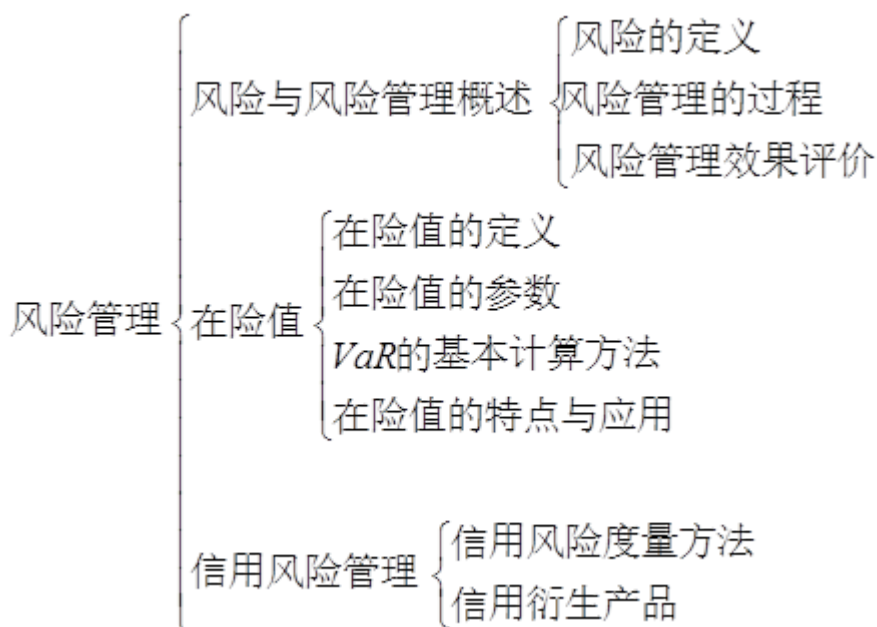
则该衍生工具的价值如前面所述: $10000 \times 1.48 \times 0.3500 \times e^{-0.08} \approx 4782$ (美元)

即该衍生工具的价值为 4782 美元。

第十七章 风险管理

17.1 复习笔记

【知识框架】



【考点难点归纳】

考点一、风险与风险管理概述

1 风险的定义

目前，国内外金融理论界对风险的定义或界定主要有以下三类观点：

(1) 风险是结果的不确定性，是一种变化

这种定义相对抽象，具有较强的一般性。但是风险往往已知未来的概率分布，不确定性指的是未来概率分布是未知的。将两者简单等价，存在一定的不准确性。

(2) 风险是损失发生的可能性，或可能发生的损失

这是较为传统的理解，基于损失是风险最受关注的后果。但是这种说法较为片面，风险极可能造成损失，也可能带来正向收益。

(3) 风险是结果对期望的偏离，是（收益的）波动性

该观点源于马科维茨在投资组合风险中的定义。该观点能反映风险的两面性，适用于分析金融领域中的市场风险。

理性人的设定要求风险与收益存在一致的关系，无套利的均衡市场则要求可以无成本分散掉的风险不得到风险补偿收益，仅有不可分散的风险才能得到补偿收益。

第二种定义表示了风险是一个事前的概念，而在事后则化为已知的收益或损失。因此风险管理也是事前的管理。

2 风险管理的过程 (见表17-1)

表17-1 风险管理过程

步骤		具体内容
风险 识别	市场风险 (价格风险)	市场价格波动所引起的风险。发生频繁、数据量大、参数可见、便于分析计量, 因此管理起来相对容易
	信用风险 (违约风险)	债权人由于债务人未能履行合约规定或信用质量发生变化而承担的风险。与市场风险相比, 频率低、无规律、数据不易获取, 因此难以量化管理
	流动性风险	流动性风险包括市场流动性风险(由于交易量不足而无法以当前市场价格交易)和融资流动性风险(金融机构的现金流无法满足支付义务而提前清算)。与其他风险相比, 产生原因更加复杂广泛, 可视为是一种综合性风险
	操作风险	因欺诈、未授权活动、错误、遗漏、效率低、系统失灵或是外部事件引致损失的风险。常见的有执行风险、由于诈骗和技术问题而导致的风险、模型风险

风险 度量	市场风险的度量	<p>①敏感性分析 (sensitivity analysis): 保持其他条件不变, 研究单个市场风险因子的变化对金融产品或资产组合的收益或经济价值产生的影响。</p> <p>②在险值 (value at risk, VaR): 在一定置信水平 $\alpha\%$ 下, 某一金融资产或证券组合在未来特定时期内可能发生的最大损失。</p> <p>③情景分析 (scenario analysis) 与压力测试 (stress test):</p> <p>a. 情景分析指计算多种风险因子同时变化可能产生的结果, 分析金融机构在正常市况下所承受的风险。</p> <p>b. 压力测试指一些风险因子发生极端不利变化情况下的极端情景分析</p>
	信用风险的度量	<p>①违约概率和信用状况发生变化的概率, 其中以违约概率的度量为主。</p> <p>②违约损失率的估计 (假设违约发生的条件概率)</p>
	流动性风险的度量	<p>①市场流动性风险的度量: 根据金融资产实现流动性的价格 (即交易成本)、数量、时间等性质, 把流动性测度方法分为价格度量法、交易量度量法、价量结合度量法以及时间度量法。</p> <p>②融资流动性风险的度量:</p> <p>a. 流动性比率/指标。</p> <p>b. 流动性缺口分析, 通过比较未来特定时间段内到期资产和负债来度量未来的融资需求。</p> <p>c. 现金流预测, 预测和分析未来一定时期内的现金流入和流出, 评估未来资金的流动性状况和风险程度</p>

风险 管理与 控制	风险分散	通过多样化降低或者消除非系统风险
	风险对冲/套期保值	分析已持有的证券组合的风险,持有相反头寸的其他金融产品(通常为衍生工具)来消除现有的风险暴露。信用风险则主要通过信用衍生产品市场进行对冲
	风险转移	通过购买某种金融资产或是利用其他的合法措施将风险转移给其他经济主体
	风险规避	当一个人/机构对某种风险没有比较优势,而风险又不是与其天然相伴的,就可以选择避免涉足这种风险
	风险补偿与准备	①补偿指事前对所承担的风险要求较高的风险回报。 ②准备指为抵补未来可能发生的损失,提前提取相应的准备金,以保证机构的正常运作

3 风险管理效果评价

在风险管理者完成风险识别、风险度量、风险管理和风险控制之后,还需要对各环节进行回溯测试与评价,包括风险的识别是否正确、度量是否可靠、管理措施是否合理等,进行调整和改进。

进行风险管理效果评价是风险管理的重要一步,根据对各环节的回馈进行改进,因而会改进并修正风险管理技术。

考点二、在险值

1 在险值的定义

在险值 (VaR) 即在险价值,含义是指在市场正常波动下,在一定概率水平(置信度)内,某一金融资产或证券组合的最大可能损失。用公式表示为:

$$\text{Prob}(\Delta\Pi < -\text{VaR}) = (100 - \alpha) \%$$

其中, $\Delta\Pi$ 表示投资组合价值的未来变动。

如图17-1所示,曲线为 $\Delta\Pi$ 的分布,左端为损失,右端为收益。而 $-\text{VaR}$ 实际上是 $\Delta\Pi$ 分布的 $(100 - \alpha) \%$ 分位数。

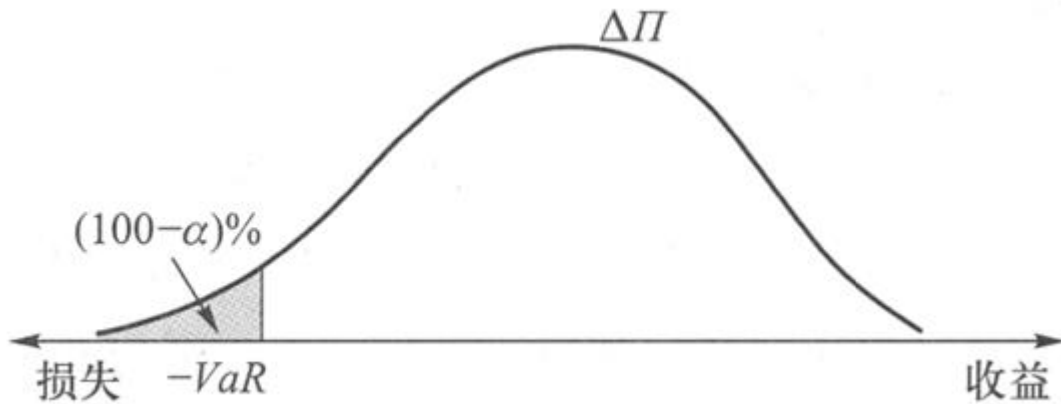


图17-1 VaR示意图

2 在险值的参数 (见表17-2)

表17-2 在险值的参数

参数	具体内容
时间长度 N 的选择	不同资产管理采取不同的时段, 需要不同的损失度量。时间越长, 可能的损失越大, 一般以一天的 VaR 为基础, 计算公式为: $N\text{天 VaR值} = 1\text{天 VaR值} \times \sqrt{N}$
置信水平 $\alpha\%$ 的选择	$\alpha\%$ 的大小代表了对结果的把握和信心, 也反映了金融机构对于风险承担的不同态度或偏好。 $\alpha\%$ 较大意味着风险厌恶程较高, 希望得到把握性较高的预测结果
$\Delta\Pi$ 的分布特征	①历史模拟法: 用历史上的价格变动来估计未来 $\Delta\Pi$ 的分布, 不需要参数估计。 ②模型设定法: 先假设 $\Delta\Pi$ 的分布, 然后用历史数据估计分布的参数

3 VaR的基本计算方法 (见表17-3)

表17-3 在险值的基本计算方法

计算方法		具体内容
参数解析法	Delta 正态近似法	将资产组合价值和风险因子近似表示为一阶线性关系, 这时资产组合的价值变动本身也服从正态分布, 很大程度上方便了资产组合 VaR 的计算
	Delta-Gamma 近似法	改进了 Delta 正态近似法, 引入了二阶 Gamma 项。虽然更好地捕捉组合与风险因子之间的非线性关系, 但也使计算的复杂性大大增加, 计算量随风险源个数的增加呈几何级数增长, 因此并不适用于实际风险源较多的情况

	历史模拟法	<p>不需要任何参数，也不对风险因子的分布做任何假设，而仅认为风险因子的历史路径在未来会一模一样地发生。主要步骤如下：</p> <p>①确定影响组合价值变动的 n 个风险因子 $\{S_i\} (i=1, \dots, n)$ 以及组合与风险因子之间的关系式 $V_t = V(S_{1,t}, \dots, S_{n,t})$。</p> <p>②选定历史观察期，并记录各风险因子在每个观察期内的变动情况。</p> <p>③根据风险因子当前值和第二步的结果，模拟各种历史情景下风险因子未来一期的值。</p> <p>④根据风险因子在每种历史情景下的模拟值，计算出对应情景下组合的价值。</p> <p>⑤对第四步中得到的组合价值变化的 N 个模拟结果由小到大进行排序，再根据给定的置信水平找到对应的分位数，得到了组合的 VaR</p>
模拟法	蒙特卡罗模拟法	<p>假设风险因子服从联合正态分布；进行多次模拟，得到多条风险因子的未来可能路径，把各种情景下的组合价值从小到大进行排列，根据置信水平寻找分位数就可以求出 VaR。具体步骤如下：</p> <p>①确定影响组合价值变动的 n 个风险因子 $\{S_i\} (i=1, \dots, n)$ 及组合与因子之间的关系式 $V_t = V(S_{1,t}, \dots, S_{n,t})$。</p> <p>②对各风险因子变动率 r 的联合分布作一定的假设，并根据历史数据估计出该分布的各个参数。</p> <p>③对第二步中的风险因子变动率进行随机抽样，得到风险因子在 $t+1$ 时刻的一组模拟值 $\{S_{1,t+1}^m\}_{i=1 \dots m}$。</p> <p>④根据第三步中的模拟值计算出对应情景下组合价值的变动：</p> $dV_{t+1}^m = V_{t+1}^m - V_t = V(S_{1,t+1}^m, \dots, S_{n,t+1}^m) - V_t。$ <p>⑤不断重复第三步和第四步，得到 N 种情景下组合价值的模拟值，并从小到大进行排序，再根据给定的置信水平选定分位数，求得对应的 VaR 值</p>

VaR 计算方法的比较与分析	Delta 正态近似法	①优：仅考虑组合与风险因子的线性关系，在实际中易于操作。 ②劣：无法刻画非线性关系及非正态分布的特性，应用于非线性程度较高的资产组合时会产生很大误差
	Delta-Gamma 近似法	①优：引入二阶项，更好地处理非线性问题。 ②劣：比 Delta 正态近似法更为复杂，并且同样摆脱不了局部估值及正态分布假设的局限
	历史模拟法	①优：较容易实现的，改进了参数解析法的缺陷，可以较准确地处理非线性关系和非正态分布的问题。 ②劣：效果好坏依赖于历史分布对未来分布预测的准确性
	蒙特卡罗模拟法	①优：功能最强，可以同时改进其他方法的缺陷，能灵活地设定因子各种分布并处理各种特殊情形，精确的结果也可以通过大量的抽样模拟得到。 ②劣：需要强大的计算机设备支持和较长的计算时间，计算成本高
风险因子的分解与风险头寸的映射	无论上述哪种方法，都必须确定投资组合与风险因子之间的关系，即把组合的头寸分解并映射到选定的各个风险因子上，并基于此计算组合价值对这些风险因子的敏感性，这是 VaR 估计的核心技术之一	

4 在险值的特点与应用

VaR的优点在于：首先，可以使用一个数代替一系列的希腊字母（敏感度），直观易懂，通过VaR值，使即使没有专业金融背景的人员也可以了解金融风险；第二，VaR不仅适用于单个证券的风险计量，也适用于证券组合的投资组合风险计量。

从目前来看，VaR主要应用于风险管理和业绩评估。目前VaR方法已经在全球的金融机构和非金融公司中得到广泛的应用和发展。

考点三、信用风险管理

1 信用风险度量方法（见表17-4）

表17-4 信用风险度量方法

度量方法		具体内容
违约概率的估计	信用评级法及历史违约概率	人们对违约可能性给出的一种简化指标。不足之处在于： ①同一级别的公司具有相同的违约概率，忽略了公司自身因素。 ②观察的是历史违约率，而注重的是未来违约率。 ③调整不频繁，导致对未来的预期性不够突出
	专家判断法与信用评分法	①专家判断法：在商业银行长期经营信贷业务和承担信用风险的过程中逐步发展起来的传统信用分析方法，主要依靠信贷人员自身的专业知识和丰富经验，根据主观判断来综合评定信用风险。 ②信用评分法：用由借款人的特征变量计算出的分数来代表借款人的信用情形，并将其归入不同的风险等级，估计违约概率
	基于市场数据的违约概率模型	①结构模型：通过揭示公司违约的触发机制来研究违约风险，反映了公司资本结构的变化对公司违约的影响。 ②简化模型：不考虑违约发生的原因与经济机理，而是假定违约事件的发生具有一个外生的违约率或违约密度，因而被称为“密度模型”。其优点在于形式简单，可以直接运用在金融资产尤其是衍生产品的定价中；并且可以通过市场数据对模型中的参数进行估计和校正，以适应市场的变化，因而具有较高应用性
违约损失率的估计	市场价值法	通过市场上类似资产的信用价差和违约概率推算违约损失率（预期损失/违约风险暴露）
	历史数据法	根据历史数据中的相似情形，预测违约资产可能的回收情形，计算违约损失率（预期损失/违约风险暴露）

业界信用风险度量模型简介	基于信用转移分析的模型——JP 摩根的 Credit Metrics	该模型认为信用风险的直接来源是信用等级的变化，因此根据历史的信用评级转移概率和市场中不同信用级别现金流的贴现率，计算出特定资产在不同信用状态下的未来价值分布，从而计算出信用 VaR 值
	基于结构模型的方法——KMV 模型	它采用结构模型的思想计算出违约距离 ($DD = [E(V_T) - K] / \sigma_V$) 而非违约概率本身；再运用真实的历史违约数据建立起特定违约距离与违约率之间的对应关系，相应得到的违约率被称为预期违约频率 (EDF)，作为违约概率的预测指标
	基于保险精算方法的模型——CreditRisk+ 模型	假设组合中的每个资产都只有违约和不违约两种状态，在贷款组合中不同类型的贷款同时违约的概率很小且相互独立。并且认为违约率是外生变量，并不考察其内在的经济机制。优点是需要的参数和数据较少，容易实施。缺点是没有考虑信用风险转移因素，债务人的信用风险对信用等级的变化并不敏感，与实际不符
	基于简化模型的方法——Kamakura 信用风险系统	有四种估计违约率的方法：杰罗嘉瓦模型的两种形式、默顿结构模型和杰罗默顿混合模型

2 信用衍生产品 (见表17-5)

表17-5 信用衍生产品

要点	具体内容
信用衍生产品概述	用于分离、转移和交易信用风险的各种工具和技术，主要指以贷款或债券的信用状况为标的的衍生金融工具。其实质是对传统金融衍生工具的再造，赋予其管理信用风险的新功能
信用衍生产品的分类	<p>①无融资的信用衍生产品：</p> <p>a. 信用违约互换（CDS），购买者向出售者定期支付一定费用，一旦出现信用类事件，购买者有权利将债券以面值递送给出售者，从而有效规避信用风险。</p> <p>b. 总收益互换，信用保障的卖方在协议期间将参照资产的总收益（本金、利息、预付费用以及因资产价格的有利变化带来的资本利得）转移给买方。作为交换，买方承诺交付协议资产增殖的特定比例（通常是 LIBOR 加一个差额）给卖方。</p> <p>c. 信用溢酬远期和期权，以特定风险资产为标的、以该资产信用溢价为标的价格的远期和期权合约。</p> <p>②融资的信用衍生产品：</p> <p>a. 信用联系票据，与特定资产的信用状况挂钩的固定收益证券，支付固定或浮动利率。一旦资产出现违约，发行人将以低于面值的特定价格赎回票据，由投资者承担违约损失。</p> <p>b. 合成型抵押债务凭证，以一类或多类分散化的抵押债务信用为基础，重新分割投资回报和风险的证券化工具</p>
信用衍生产品的作用	<p>①提供新的对冲信用风险的手段。</p> <p>②有利于形成信用风险的市场定价。</p> <p>③提供进入新兴市场和贷款市场的便捷渠道。</p> <p>④帮助提高银行资本的报酬率。</p> <p>需注意，信用风险无法消除，对于个体只能对冲或转移，对于整个社会只是一种再分配。并且信用风险会随着衍生品的交易而被放大，因此使用信用衍生品时应冷静评估</p>

17.2 课后习题详解

1 试分析风险与收益的关系。

答：风险与收益具有如下关系：

(1) 风险与收益总是相伴而生，承担风险是获取收益的前提，收益是风险的成本和报酬。风险和收益的本质联系可以用公式表述为：预期收益率 = 无风险收益率 + 风险补偿。

风险与收益是金融的核心，是一个问题的两个方面。由于理性人均厌恶风险、偏好收益，为了吸引人们承担风险，就必须给予一定的收益补偿，由此形成了风险与收益的权衡。如高风险高收益、能够分散的风险无法得到风险收益、将风险转移出去也将转让相应的风险收益等。在人们厌恶风险的情况下，系统性风险越高，预期收益率就越高。因此风险与收益始终是相伴相生的。这也意味着在评估收益时，应始终将承担的风险纳入考虑并进行相应的调整。

(2) 风险不一定总能带来收益。

从事后看，风险既可能带来实际收益，也可能导致实际损失，但人们往往更关心损失。

2 市场风险的三大度量方法是什么？它们之间关系如何？

答：(1) 市场风险的三大度量方法

一般来说，一个较为完整的市场风险度量体系至少包括三部分：敏感性分析、在险值、情景分析与压力测试。敏感性分析是在保持其他条件不变的前提下，研究单个市场风险因子的变化对金融产品或资产组合的收益或经济价值产生的可能影响。在险值 (VaR) 是在一定概率水平 $\alpha\%$ (置信水平) 下，某一金融资产或证券组合价值在未来特定时期内的最大可能损失。情景分析是指假设多种风险因子同时发生特定变化的不同情景，计算这些特定情景下的可能结果，分析正常市况下金融机构所承受的市场风险。压力测试则被看作一些风险因子发生极端不利变化情况下的极端情景分析，在这些极端情景下计算金融产品的损失，是对金融机构极端风险承受力的一种估计。

(2) 三大度量方法的关系

在市场风险度量体系中，敏感性是市场风险度量的基础模块，是进行套期保值与风险对冲的基础；VaR给出了在给定条件下市场风险的集成风险额；而情景分析与压力测试则给出了给定情景和极端情况下风险因子共同变化可能产生的结果，可以补充前两者的不足。

3 某市场变量的年波动率为20%，计算此变量相应的日波动率。

答：由于该市场变量的年波动率为 $\sigma_{year} = 0.2$ ，因此其日波动率是：

$$\sigma_{day} = \frac{\sigma_{year}}{\sqrt{252}} = \frac{0.2}{15.8745} = 0.0126$$

4 某项资产的年波动率为35%，该资产目前的市场价值40万元，试用参数正态法计算该资产置信水平为99%的1周时间的VaR值。

答：根据年波动率与日波动率的关系式，该资产的日波动率 $\sigma_{day} = \sigma_{year} / \sqrt{252} = 0.35 / 15.87 = 0.022$ 。

资产价值 $S = \$400000$ 。 $N^{-1}(1 - 99\%) = N^{-1}(0.01) = -2.33$ 。

所以99%置信度下的1周在险值 = $2.33 \times 0.022 \times 400000 \times \sqrt{5} = 45848$ (元)

5 目前资产A和资产B的日波动率分别为1.5%和1.8%，这两种资产收益率之间的相关系数的估计值是0.3，一个由30万元的资产A和50万元的资产B组成的投资组合，其置信水平为99%的10天VaR是多少元？

答：该投资组合价值日变动率的方差为：

$$300000^2 \times 0.015^2 + 500000^2 \times 0.018^2 + 2 \times 300000 \times 500000 \times 0.015 \times 0.018 \times 0.3 = 125550000$$

该投资组合价值日变动率的标准差是 $\sqrt{125550000} = \$11204.91$ 。10天99%置信度的在险值为：

$$2.33 \times 11204.91 \times \sqrt{10} = \$82558.98(\text{元})$$

6 一家欧洲金融机构持有10万美元现汇，目前的即期汇率为1美元 = 0.6250欧元，汇率的日波动率是0.7%。计算10天期置信水平为95%的VaR美元值。

答：因为10万美元的欧元现值为 $100000 \times 0.625 = 62500$ (欧元)， $N^{-1}(0.05) = -1.645$ ，所以该外汇头寸95%置信度下的10天期在险值为：

$$1.645 \times 62500 \times 0.007 \times \sqrt{10} = 2275.85(\text{欧元})$$

7 考虑某一由单一资产的期权组成的投资组合，如果期权的标的资产价值是20亿元，日波动率为3%，该投资组合的Delta值是0.5，估算该投资组合置信水平为99%的1天VaR值。

答：该投资组合的VaR为： $-200000 \times 0.5 \times 0.03 \times N^{-1}(1 - 99\%) \times \sqrt{1} = 6978$ (万美元)。

8 一家公司持有价值4000万元的债券头寸。该有价证券组合的修正久期为3.7年。假设收益率曲线只会出现平行移动，收益变动率（以日变动大小的标准差度量）是0.09%。估算该有价证券组合置信水平为90%的20天VaR。

答：根据久期模型 $\Delta B/B = -D\Delta y$ 可知， $\Delta B = -DB\Delta y$ 。式中， ΔB 是一天债券组合的价值变动， Δy 是其收益率一天平行移动的变动， d 为修正的久期。

又因 $D = 3.7$ ， $\sigma_y = 0.09\%$ ，所以： $\sigma_B = DB\sigma_y = 3.7 \times 40000000 \times 0.0009 = \133200 。

由于 $N(-1.282) = 90\%$ ，所以，该有价证券组合90%的20天期的VaR是：

$$133200 \times 1.282 \times \sqrt{20} = 763673(\text{元})$$

9 一家金融公司的有价证券组合由美元对英镑的汇率期权构成。该有价证券组合的Delta值是56.0，即期汇率是1.5000。有价证券组合价值的变动和汇率的波动率间的关系近似为线性关系。若汇率的日波动率是0.7%，估算该投资组合置信水平为99%的10天VaR。

答：有价证券组合价值的日变动量 ΔP 与汇率的日变动量 ΔS 的近似关系为：

$$\Delta P = 56\Delta S$$

又因汇率的日变化率 Δx 等于 $\Delta S/S = \Delta S/1.5$ ，所以： $\Delta P = 56 \times 1.5\Delta x$

即 $\Delta P = 84\Delta x$

又因 $\Delta x = 0.7\%$ ，所以：

$$\Delta P = 84 \times 0.007 = 0.588。$$

所以，有价证券组合99%/10天期的VaR是： $0.588 \times 2.33 \times \sqrt{10} = 4.33。$

10 若一家公司的有价证券组合由股票、债券头寸、外汇和实物商品构成，假设其中没有衍生工具，解释用线性模型和用历史数据模型计算VaR时的假设条件。

答：非常抱歉，此题暂不提供答案。

11 解释为什么当有价证券组合中包含期权时线性模型只能对VaR值进行近似估计？

答：因为期权价值变动与基本标的变量变动不是线性相关的。当基本标的变量值的变动服从正态分布时，期权价值的变动却不一定服从正态分布。而线性模型则是假定期权价值的变动是正态的，因此，线性模型只能是一种近似估计。

17.3 考研真题与典型题详解

一、概念题

1 VaR (value at risk) [中山大学2023年研; 南开大学2003年研; 中南财经政法大学2005年研]

答: 在险值 (VaR) 是指在一定的概率水平 $\alpha\%$ (置信水平) 下, 某一金融资产或证券组合价值在未来特定时期内的最大可能损失。换句话说, 计算VaR实际上是在回答一个问题: 在未来N天内, 有 $\alpha\%$ 的把握认为损失不会超过多少。用公式可以表示为:

$$\text{Prob} (\Delta\Pi < -\text{VaR}) = (100 - \alpha) \%$$

式中: $\Delta\Pi$ 为投资组合价值的未来变动。

2 风险溢价 (risk premium) [南开大学2023年研]

答: 风险溢价是指高出无风险收益率的回报。在有效市场假设下, 投资者要求的收益率与其所承担的风险是正相关的。由于承担了比较高的风险, 市场必然给予较高的回报。无风险的资产存在一个基准收益率, 市场接受的收益率高于无风险收益率的差就是市场要求相应风险水平所应有的风险溢价。

二、简答题

1 请简述敏感性分析法。[厦门大学2023年研]

答: (1) 敏感性分析法的含义

敏感性分析是指在保持其他条件不变的前提下, 研究单个市场风险因素 (利率、汇率、股票价格和商品价格) 的微小变化可能会对金融工具或资产组合的收益或经济价值产生的影响。例如, 汇率变化对银行净外汇头寸的影响, 利率变化对银行经济价值或收益产生的影响。

缺口分析和久期分析就是针对利率风险进行的敏感性分析。外汇期权市场通常管理与这些因素相关的风险因素, 如Delta、Theta、Gamma、Vega, 以便控制所有风险都在可以接受的水平。外汇期权的Delta指的是外汇期权价格变化与即期汇率变化之间的比率, 反映了即期汇率变动对外汇期权价格的影响。假设人民币外汇看涨期权的即期汇率Delta为0.4, 这表示当即期汇率变动为一个小量时, 该期权价格变动约为这个小量的40%。外汇期权的Gamma是指该期权Delta变化相对于汇率变化的比率, 反映了汇率的变动对期权Delta的影响。外汇期权的Vega是指该期权价格变化与汇率变化的比率, 反映了波动率的变化对期权价格的影响。

(2) 敏感性分析法的优缺点

敏感性分析计算简单且便于理解, 在市场风险分析中得到了广泛应用。但是, 敏感性分析也存在一定的局限性, 主要表现在对于较复杂的金融工具或资产组合, 无法计量其收益或经济价值相对市场风险要素的非线性变化, 因此, 在使用敏感性分析时应注意其适用范围, 并在必要时辅之以其他的市场风险分析方法。

2 当利用模型构建法来计算VaR时, 描述3种处理利率产品的不同方法。当采用历史模拟法时, 你将如何对产品进行处理?

答: (1) 当利用模型构建法计算VaR时, 三个可选择方法分别为: ① 运用久期模型; ② 运用现金流映像法; ③ 运用本金构成分析法。

(2) 当采用历史模拟法时，处理利率敏感型工具需要假定日期 m 和日期 $m+1$ 之间的零息债券收益率曲线的变化与日期 i 和日期 $i+1$ 之间的变化是相同的（ i 可取任意值）。对于LIBOR，零息债券利率通常从存款利率、欧洲美元期货报价和互换利率中计算出来。同样假定上述三种利率的百分比变化在日期 m 和日期 $m+1$ 之间与日期 i 和日期 $i+1$ 之间是相同的。国库券曲线由国债工具的各种收益率推导出来。再次假定这些收益率的百分比变化在日期 m 和日期 $m+1$ 之间与日期 i 和日期 $i+1$ 之间是相同的。

3 解释VaR与预期亏损的区别。

答：(1) 在险价值 (VaR) 是指对于具体的参数值 X 和 N ，当 N 为时间持有期， $X\%$ 为置信度时，与未来 N 天中证券组合价值变动概率分布中的第 $(100 - X)$ 个百分点相对应的损失值。即在 N 天内发生的损失预期不超过 V 美元的把握为 $X\%$ ，其中 V 是证券组合的在险价值。

(2) 预期亏损是指在损失大于风险价值条件下的预期损失，即条件风险价值。条件风险价值又被称作期望损失值或尾部损失，是在 N 天之内当证券组合真的处于概率分布 $(100 - X)\%$ 时，所遭受损失的期望值。

风险价值衡量的是可能遭受的损失，条件风险价值衡量的是可能遭受损失的期望值。条件风险价值比风险价值更精确，是一个更好的风险指标。

三、计算题

1 在一段时间之前，某家公司签订了一项以150万美元买入100万英镑的远期合约，目前这一远期合约离到期日还剩6个月。6个月零息英国债券的日波动率为0.06%（价格在转换成美元后），6个月期限零息美元债券的波动率为0.05%，两个债券收益率的相关系数为0.8，当前的汇率为1.53，计算远期合约在一天内价值（以美元计算）变化的标准差。10天持有期的99%VaR是多少？在计算中假定英镑与美元6月期的利率均为5%（连续复利）。

答：(1) 该合约是英镑债券的多头与美元债券的空头所构成的组合。英镑债券的价值为 $1.53e^{-0.05 \times 0.5}$ ，即1492000美元。美元债券的价值为 $1.5e^{-0.05 \times 0.5}$ ，即1463000美元。一天中该合约的价值变化的方差为： $1.492^2 \times 0.0006^2 + 1.463^2 \times 0.0005^2 - 2 \times 0.8 \times 1.492 \times 0.0006 \times 1.463 \times 0.0005 \approx 0.000000288$

因此标准差为0.000537（百万美元），即537美元。

(2) 根据以上计算，10天的99%VaR为： $0.000537 \times 10^{1/2} \times 2.33 \approx 0.00396$ （百万美元），即3960美元。

2 考虑一个由价值为300000美元的黄金投资与价值500000美元的白银投资所组成的头寸。假定以上两资产变化的日波动率分别为1.8%与1.2%，之间的相关系数为0.6，组合10天持有期的97.5%VaR与ES为多少？投资分散效应所减少的VaR数量为多少？在这里假设收益均服从正态分布。

答：该交易组合的方差为（以千美元为单位）： $0.018^2 \times 300^2 + 0.012^2 \times 500^2 + 2 \times 300 \times 500 \times 0.6 \times 0.018 \times 0.012 = 104.04$ 。

标准差为 $104.04^{1/2} = 10.2$ （千美元）。因为 $N(-1.96) \approx 0.025$ ，所以1天持有期的97.5%VaR为 $10.2 \times 1.96 \approx 19.99$ （千美元），10天持有期的97.5%VaR为 $10^{1/2} \times 19.99 \approx 63.22$ （千美元）即63220美元。组合10天持有期97.5%ES为

$$\frac{10.2 \times \sqrt{10} \times e^{-1.96^2/2}}{\sqrt{2\pi} \times 0.025} \approx 75.4 (\text{千美元})$$

黄金投资的10天持有期的97.5%VaR为 $5400 \times 10^{1/2} \times 1.96 \approx 33470$ （美元）。白银投资的10天持有期的97.5%VaR为 $6000 \times 10^{1/2} \times 1.96 \approx 37188$ （美元）。所以投资分散效应收益为 $33470 + 37188 - 63220 = 7438$ （美元）。

3 考虑一个单一标的资产的期权交易组合，假定交易组合的delta为12，标的资产价格为10美元，标的资产的日波动率为2%，由delta估计交易组合1天持有期95%VaR。接下来，假定交易组合的gamma为-2.6，推导交易组合价值在一天内变化同标的资产价格百分比变化的二次关系式。你会如何应用这一关系式进行蒙特卡罗模拟？

答：投资交易组合每天价值变化 ΔP 和标的资产每天价格变化百分比 Δx 的关系为 $\Delta P = 10 \times 12 \Delta x = 120 \Delta x$ ， Δx 的标准差为0.02。从而得出 ΔP 的标准差为2.4。

1天持有期的95%VaR为 $2.4 \times 1.65 = 3.96$ （美元）。二次关系为：

$$\Delta P = 10 \times 12 \Delta x + 0.5 \times 10^2 \times (-2.6) \Delta x^2$$

即：

$$\Delta P = 120 \Delta x - 130 \Delta x^2$$

该结论可与蒙特卡罗模拟联合应用，可以通过随机选取 Δx ，利用此公式计算出 ΔP 的值。

4 一个4年期企业债券的券息为4%（每半年付息一次），收益率为5%（以连续复利计），无风险收益率曲线为水平，利率为3%（以连续复利计），假定违约事件只可能在年末（支付券息或本金之前）发生，回收率为30%。在今后每年内都相等的假设下，估计风险中性违约概率。

答：定义Q为每年违约的无条件概率，计算如下：

时间 (年)	定义的概率	回收数量 (美元)	无风险价格 (美元)	违约时的损失 (美元)	贴现因子	期望损失的现值 (美元)
1.0	Q	30	104.78	74.78	0.9704	72.57Q
2.0	Q	30	103.88	73.88	0.9418	69.58Q
3.0	Q	30	102.96	72.96	0.9139	66.68Q
4.0	Q	30	102.00	72.00	0.8869	63.86Q
合计						272.69Q

此债券每6个月支付券息2美元，并且连续复利为每年5%。它的市场价格是 $2(e^{-5\% \times 0.5} + e^{-5\%} + e^{-5\% \times 1.5} + e^{-5\% \times 2} + e^{-5\% \times 2.5} + e^{-5\% \times 3} + e^{-5\% \times 3.5}) + 102e^{-5\% \times 4} \approx 96.19$ 美元。债券的无风险的价值是以3%的贴现率贴现预期现金流，其值为 $2(e^{-3\% \times 0.5} + e^{-3\%} + e^{-3\% \times 1.5} + e^{-3\% \times 2} + e^{-3\% \times 2.5} + e^{-3\% \times 3} + e^{-3\% \times 3.5}) + 102e^{-3\% \times 4} \approx 103.66$ 美元。违约总损失因此等于 $103.66 - 96.19 = 7.47$ （美元）。因此，债券价格隐含的Q值为 $272.69Q = 7.47$ ，即 $Q \approx 0.0274$ 。隐含的违约概率为每年2.74%。

5 1年、2年、3年、4年和5年期零息债券的信用溢差分别为50、60、70、80和90个基点，回收率为35%。估计每年的平均违约率。

答：1年平均违约率为 $0.0050 / (1 - 0.35) \approx 0.0077$ ，即每年0.77%。前2年的平均违约率为 $0.0060 / (1 - 0.35) \approx 0.0092$ ，即每年0.92%。同理，前3年的平均违约率为1.08%，前4年的平均违约率为1.23%，前5年平均违约率为1.38%。根据这些结果，第2年的平均违约率是 $2 \times 0.0092 - 1 \times 0.0077 = 0.0108$ ，即1.08%。第3年的平均违约率是 $3 \times 0.0108 - 2 \times 0.0092 = 0.0138$ ，即1.38%。同理，第4年平均违约率为1.69%，第5年平均违约率为2.00%。如下表所示：

年份	累积平均违约率(%)	该年平均违约率(%)
1	0.77	0.77
2	0.92	1.08
3	1.08	1.38
4	1.23	1.69
5	1.38	2.00